

04

© 1991 г.

## ВЛИЯНИЕ НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ НА СТРУКТУРУ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В НИЗКОВОЛЬТНОМ ПУЧКОВОМ РАЗРЯДЕ В ГЕЛИИ

Ф. Г. Бакшт, В. Ф. Лапшин

Теоретически исследуется энергетический спектр быстрых электронов в низковольтном пучковом разряде в гелии. Наряду с функцией распределения катодного пучка определяется распределение по энергии группы быстрых электронов, возникающих за счет ионизации метастабильного Не ( $2^3S_1$ ) и вследствие ударов второго рода с участием метастабильных атомов и тепловых электронов. Путем сравнения теории с экспериментом возможно определение концентрации метастабильного Не ( $2^3S_1$ ) в разряде.

1. В последнее время началось интенсивное исследование низковольтного пучкового разряда (НПР) в инертном газе [1-7]. На примере гелия были проанализированы механизмы энергетической релаксации катодного пучка в столкновительной плазме НПР, когда транспортная длина  $l$  свободного пробега электронов на атомах существенно меньше длины  $L$  газоразрядного промежутка. Было показано, что в такой плазме в зависимости от величины тока  $j$ , пучок может релаксировать как на парных столкновениях, так и путем возбуждения ленгмюровских волн.

В настоящей работе исследуется энергетический спектр быстрых электронов в столкновительной плазме НПР в гелии при сравнительно небольших токах эмиссии  $j$ , [5, 7], когда пучок, ускоренный на прикатодном падении напряжения  $\varphi_0$  в ленгмюровском слое, релаксирует на парных столкновениях. В рассматриваемых ниже условиях эмиттированный катодом пучок быстро изотропизируется за счет упругого рассеяния на атомах гелия на расстоянии  $z \sim l$ . При  $z > l$  слабоанизотропная функция распределения электронов (ФРЭ) пучка релаксирует по энергии на парных упругих и неупругих столкновениях. При анализе энергетического спектра может быть существенно появление новых групп быстрых электронов за счет ионизации метастабильных атомов гелия электронами пучка и вследствие ударов второго рода с участием метастабильных атомов и тепловых электронов [8]. Поскольку в столкновительной плазме НПР функция распределения быстрых электронов может быть рассчитана достаточно точно, то по интенсивности отдельных групп быстрых электронов, возникающих в энергетическом спектре, можно определять концентрацию  $N_m$  метастабильно возбужденных атомов. Ниже приводятся результаты расчета ФРЭ в НПР в гелии в области больших энергий  $e \sim q\varphi_0$ .

2. Поскольку в рассматриваемых условиях концентрации  $n_k$  всех групп быстрых электронов существенно меньше концентрации  $n_e$  тепловых электронов, то можно пренебречь взаимодействием между быстрыми электронами и сформулировать независимые уравнения для определения ФРЭ каждой из групп

$$-D_k \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \frac{e_k}{\tau_k^*} \left[ T_k^* \frac{\partial^2 F_k}{\partial w^2} + \frac{\partial F_k}{\partial w} \right] - \psi_k F_k + I_k. \quad (1)$$

Здесь ФРЭ по энергии  $F_k$  ( $k=0, 1, 2$ ) нормированы на концентрацию электронов  $n_k$  каждой группы и заданы как функции полной энергии  $w=e-q\varphi(z)$ , где

$\varphi(z)$  — потенциал. Индексы  $k=0, 1, 2$  отмечают соответственно электроны первичного катодного пучка и быстрые электроны, возникающие вследствие ионизации метастабилей первичным пучком и ударов второго рода между метастабильно возбужденными атомами гелия и тепловыми электронами. Вследствие малости перепада потенциала в плазме [1] в дальнейшем полагаем потенциал плазмы  $\varphi=\text{const}=0$ . Величины  $D_k$ ,  $\varepsilon_k$ ,  $\tau_k^*$ ,  $T_k$ ,  $\Phi_{\text{by}}^{(k)}$ ,  $I_k$  обозначают соответственно коэффициент диффузии, среднюю кинетическую энергию, эффективное время релаксации по энергии и эффективную температуру плазмы, частоту неупругих соударений и функцию источника для соответствующей группы электронов. Поскольку для всех групп дисперсия ФРЭ  $\Delta\varepsilon_k \ll \varepsilon_k$ , то в (1) зависящие от энергии коэффициенты вычисляются при  $\varepsilon=\varepsilon_k$

$$1/\tau_k^* = 1/\tau_k^{(ee)} + 1/\tau_k^{(ea)}, \quad T_k^*/\tau_k^* \equiv T_e/\tau_k^{(ee)} + T_a/\tau_k^{(ea)},$$

$$\tau_k^{(ee)} = \varepsilon_k^2/2\pi q^4 n_r v_k \Lambda, \quad \tau_k^{(ea)} = \frac{M_a}{2m_e} / v_k \sigma_{\text{by}}^{(t)} N_a,$$

$$\nu_{\text{by}}^{(k)} = N_a v_k \sigma_{\text{by}}^{(\text{полн})}(v_k).$$

Здесь  $v_k = \sqrt{2\varepsilon_k/m_e}$ ;  $\sigma_{\text{by}}^{(t)}$  и  $\sigma_{\text{by}}^{(\text{полн})}$  — транспортное сечение рассеяния электронов и полное сечение неупругих столкновений электронов с атомами гелия [8, 9];  $N_a$  — концентрация атомов в основном состоянии;  $T_a$  и  $T_e$  — соответственно температуры атомов и тепловых электронов.

Для электронов первичного пучка  $I_0=0$ . Для других групп электронов имеем  $I_1=N_m v_0 \sigma_i^{(m)} (\varepsilon_0) \cdot F_0 (\varepsilon + \Delta E, z)$ , где  $\sigma_i^{(m)}$  — сечение ионизации метастабилей;  $I_2 = \dot{A} (\varepsilon - E_m) \cdot \varepsilon \cdot \exp \{-(\varepsilon - E_m)/T_e\} \theta(\varepsilon - E_m)$ , где  $A = 2\sqrt{2} n_r N_m \times \times (g_a/g_m) \sigma_m^{(0)} / (\sqrt{\pi m_e} T_e^{3/2})$ . Здесь  $g_a$  и  $g_m$  — соответственно статистические веса атомов в основном и метастабильном состояниях,  $\theta(x)$  — ступенчатая функция Хевисайда,  $\sigma_m^{(0)}$  — коэффициент пропорциональности в линейной аппроксимации зависимости от энергии сечения возбуждения метастабиля  $\sigma_m(\varepsilon) = \sigma_m^{(0)} \cdot (\varepsilon - E_m) \times \theta(\varepsilon - E_m)$  [10],  $E_m$  — энергия возбуждения метастабиля. Рассматривается метастабильный Не ( ${}^2S_1$ ), время жизни которого существенно превышает время жизни Не ( ${}^2S_0$ ).

Границные условия к уравнению (1) на прикатодной границе плазмы записываются в виде

$$-D_0 \frac{\partial F_0(\varepsilon, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = j_s \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{q T_c^2} e^{-\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{T_c}} \theta(\varepsilon - \varepsilon_0), \quad (2)$$

$$-D_k \frac{\partial F_k(\varepsilon, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (k=1, 2), \quad (3)$$

где  $T_c$  — температура катода.

Выражение (2) представляет собой граничное условие для электронов первичного пучка в пренебрежении их возвратом на эмиттер вследствие рассеяния в прикатодной плазме [11, 14, 6]. Условие (3) соответствует полному отражению электронов второй и третьей групп от прикатодного потенциального барьера  $\varepsilon_0$  в ленгмюровском слое, так как  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  меньше  $\varepsilon_0$ . Поскольку быстрые электроны практически не задерживаются малым прианодным потенциальным барьером  $q\varphi_a \ll \varepsilon_k$ , то прианодное граничное условие одинаково для всех групп электронов и записывается в виде

$$-D_k \frac{\partial F_k}{\partial z} \Big|_{z=L} = \frac{1}{2} v_k F_k \quad (k=0, 1, 2). \quad (4)$$

3. Произведя преобразование Фурье по  $\varepsilon$  в (1)–(4) и интегрируя уравнение (1) по  $z$ , получаем выражения для функций распределения  $F_k(\varepsilon, z)$ . Для ФРЭ  $F_0(\varepsilon, z)$  катодного пучка имеем

$$F_0(\eta, \xi) = d_0 e^{-\eta} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha\eta} d\alpha}{(\alpha_0 + i\alpha)^2 \theta_0} \frac{(\theta_0 + C_0) e^{\theta_0(1-\xi)} + (\theta_0 - C_0) e^{-\theta_0(1-\xi)}}{(\theta_0 + C_0) e^{\theta_0} - (\theta_0 - C_0) e^{-\theta_0}}. \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \text{Здесь и ниже } \xi = z/L, \quad \eta = (\varepsilon - \varepsilon_0)/2T_k^*, \quad \theta_k = a_k \sqrt{\alpha^2 + \sigma_k^2}, \quad a_k = (L/\sqrt{D_k \tau_k^*}) \times \\ & \times \sqrt{\varepsilon_k/4T_k^*}, \quad C_k = \frac{3}{2} L/l_k, \quad \sigma_k^2 = 1 + \nu_{\text{By}}^{(k)} \tau_k^* \cdot (4T_k^*/\varepsilon_k), \quad l_k = 1/N_a \sigma_{\text{sa}}^{(k)}(v_k), \quad d_0 = (j_s/2\pi q T_c^2) \times \end{aligned}$$

Уравнение (1) для функции  $F_1(\varepsilon, z)$  неоднородно, так как правая часть содержит источник  $I_1$ , зависящий от  $F_0(\varepsilon + \Delta\varepsilon, z)$ . Чтобы избежать громоздких вычислений, при определении  $F_1(\varepsilon, z)$  рассмотрим наиболее интересный случай, когда  $T_0^* \gg T_c$ . Учитывая также, что в столкновительном НПР всегда  $C_0 \sim L/l_0 \gg 1$ , получаем из (5)

$$F_0(\eta, \xi) \simeq \frac{d_0}{a_0 a_0^2} e^{-\eta} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha\eta}}{\sqrt{\alpha^2 + \sigma_0^2}} \frac{\operatorname{sh} \theta_0 (1 - \xi)}{\operatorname{ch} \theta_0} d\alpha. \quad (6)$$

В комплексной плоскости  $\alpha$  подынтегральная функция в (6) имеет особенности — полюсы первого порядка в точках

$$\alpha = \pm i \left[ \sigma_0^2 + \frac{\pi^2}{a_0^2} \left( m + \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

С учетом этого выражение (6) приводит к следующему выражению для  $F_0(\eta, \xi)$ :

$$F_0(\eta, \xi) = \frac{2\pi d_0}{a_0^2 a_0^2} e^{-\eta} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{e^{-\rho_m |\eta|}}{\rho_m} \cos \left\{ \pi \left( m + \frac{1}{2} \right) \xi \right\}. \quad (7)$$

Используя (7) в выражении для  $I_1$  в (1), получаем из (1)–(4)

$$\begin{aligned} F_1(\eta, \xi) &= \frac{L^2 \nu^*}{D_1 a_1^2} \frac{2\pi d_0}{a_0^2 a_0^2} e^{-(\eta + \Delta\eta_1)} \times \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\mu_m e^{-\rho_m |\eta + \Delta\eta_1|} - \rho_m e^{-\mu_m |\eta + \Delta\eta_1|}}{\mu_m \rho_m (\mu_m^2 - \rho_m^2)} \cos \left\{ \pi \left( m + \frac{1}{2} \right) \xi \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\eta = (\varepsilon - \varepsilon_0)/2T_1^*$ ,  $\Delta\eta_1 = \Delta E/2T_1^*$ ,  $\Delta E = E_i - E_m$ ,

$$\nu^* = N_m v_0 \sigma_i^{(m)}, \quad \rho_m = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{\pi^2}{a_0^2} \left( m + \frac{1}{2} \right)^2}, \quad \mu_m = \sqrt{\sigma_1^2 + \frac{\pi^2}{a_1^2} \left( m + \frac{1}{2} \right)^2},$$

через  $E_i$  обозначена энергия ионизации атома гелия.

При  $E_m \gg \varepsilon_0$  получаем из (1)–(4)

$$F_2(\eta, \xi) = \frac{L^2 T_2^* E_m}{\pi D_2} A e^{-(\eta + \Delta\eta_2)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha(\eta + \Delta\eta_2)}}{\theta_2^2 (\alpha + i\alpha)^2} \left[ \frac{\operatorname{ch} \theta_2 \xi}{\operatorname{ch} \theta_2 + \frac{\theta_2}{c_2} \operatorname{sh} \theta_2} - 1 \right] d\alpha, \quad (9)$$

где  $\eta = (\varepsilon - \varepsilon_0)/2T_2^*$ ,  $\Delta\eta_2 = (\varepsilon_0 - E_m)/2T_2^*$ .

4. Уравнения для определения концентраций различных групп быстрых электронов  $n_k$  ( $k = 0, 1, 2$ ) с соответствующими граничными условиями получаем, интегрируя (1)–(4) по  $\varepsilon$ ,

$$\frac{d^2 n_k}{dz^2} = \frac{n_k}{(L_{\text{By}}^{(k)})^2} - \frac{1}{D_k} \int_0^\infty I_k(\varepsilon, z) d\varepsilon, \quad (10)$$

где  $L_{\text{By}}^{(k)} = (D_k / \nu_{\text{By}}^{(k)})^{1/2}$ .

Уравнение (10) решается с граничными условиями

$$-q D_0 \frac{dn_0}{dz} \Big|_{z=0} = j_s, \quad -q D_k \frac{dn_k}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (k = 1, 2), \quad (11)$$

$$-D_k \frac{dn_k}{dz} \Big|_{z=L} = \frac{\nu_k}{2} n_k(L) \quad (k = 0, 1, 2). \quad (12)$$

Решение уравнения (10) с граничными условиями (11), (12) имеет вид

$$n_0(z) = \frac{j_s L_{hy}^{(0)}}{q D_0} \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{L-z}{L_{hy}^{(0)}}\right) + \frac{3}{2} \frac{L_{hy}^{(0)}}{l_0} \operatorname{sh}\left(\frac{L-z}{L_{hy}^{(0)}}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{L}{L_{hy}^{(0)}}\right) + \frac{2}{3} \frac{l_2}{L_{hy}^{(0)}} \operatorname{sh}\left(\frac{L}{L_{hy}^{(0)}}\right)}, \quad (13)$$

$$n_1(z) = \frac{v^*}{D_1} [(L_{hy}^{(0)})^{-2} - (L_{hy}^{(1)})^{-2}] \cdot [R(z) - n_0(z)], \quad (14)$$

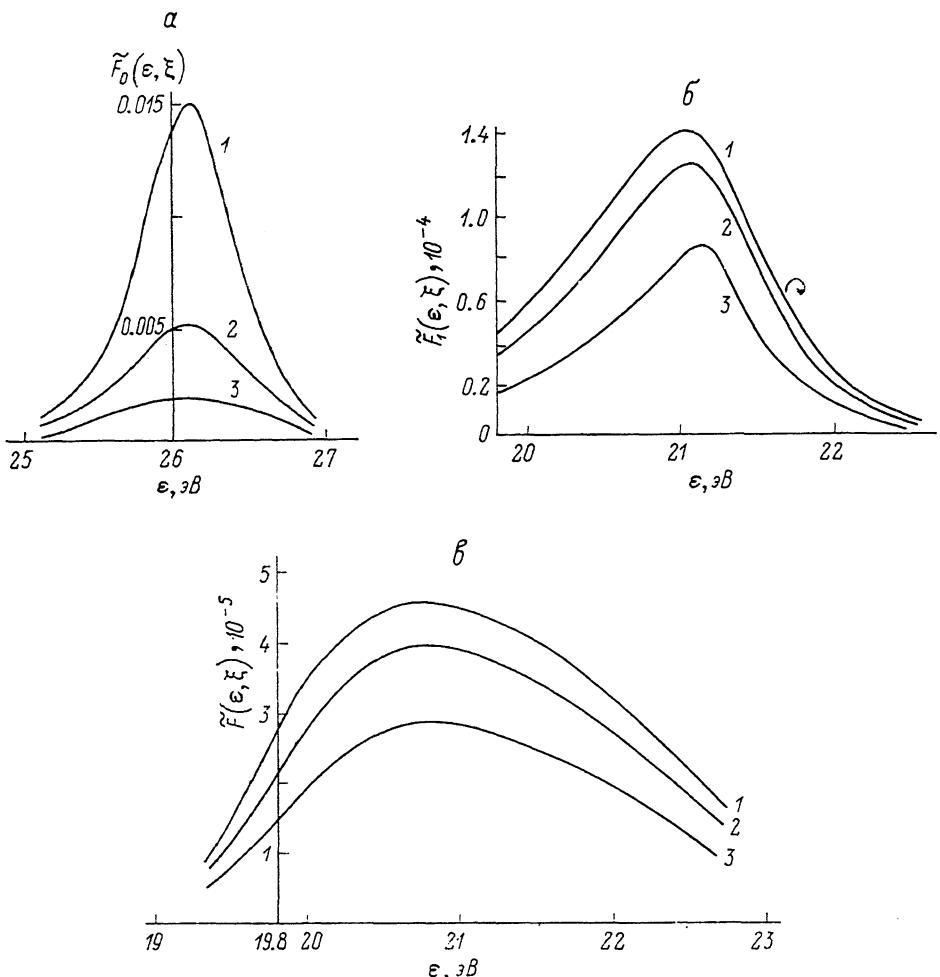


Рис. 1. Функции распределения по энергии различных групп электронов.

*a —  $F_0$ , б —  $F_1$ , в —  $F_2$ ;  $\rho = 3$  Тор,  $L = 1$  см,  $v_0 = 26$   $\text{eB}$ ,  $T_e = 1$   $\text{eB}$ ,  $T_a = T_c = 0.1$   $\text{eB}$ ,  $n/N_a = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $N_m = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , расстояние от катода  $\xi = z/L$ : 1 — 0.25, 2 — 0.50, 3 — 0.75;  $\tilde{F}_k(e, \xi) = F_k(e, \xi) / (j_s L / q D_0 T_c)$ .*

$$n_2(z) = C (L_{hy}^{(2)})^2 \left[ 1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{z}{L_{hy}^{(2)}}}{\operatorname{ch} \frac{L}{L_{hy}^{(2)}} + \frac{2}{3} \frac{l_2}{L_{hy}^{(2)}} \operatorname{sh} \frac{L}{L_{hy}^{(2)}}} \right], \quad (15)$$

где

$$R(z) = \frac{\left[ \frac{3}{l_1} n_0(L) + 2n'_0(L) \right] \operatorname{ch} \frac{z}{L_{hy}^{(1)}} - n'_0(0) \left[ \frac{3L_{hy}^{(1)}}{l_1} \operatorname{sh} \frac{L-z}{L_{hy}^{(1)}} + 2 \operatorname{ch} \frac{L-z}{L_{hy}^{(1)}} \right]}{\frac{3}{l_1} \operatorname{ch} \frac{L}{L_{hy}^{(1)}} + \frac{2}{L_{hy}^{(1)}} \operatorname{sh} \frac{L}{L_{hy}^{(1)}}},$$

$$C = n_2 N_m \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi n_e}} \frac{g_a}{g_m} \frac{\sigma_0 T_e^{1/2}}{D_2} (E_m + 2T_e).$$

5. Обсудим результаты расчетов. На рис. 1 приведены расчетные функции распределения  $F_k(\varepsilon, \xi)$  для всех рассматриваемых групп электронов на различных расстояниях  $\xi$  от катода. Параметры расчета близки к параметрам эксперимента [3]. На рис. 1, а видна характерная дисперсия  $\Delta\varepsilon_0$  по энергии исходного пучка электронов, эмиттированного катодом, которая образуется в плазме в основном за счет кулоновского взаимодействия с тепловыми электронами плазмы и увеличивается по мере диффузии быстрых электронов к аноду (ср. полуширину для кривых 1—3 на рис. 1, а). Дисперсии  $\Delta\varepsilon_1$  и  $\Delta\varepsilon_2$  других групп электронов заметно превышают  $\Delta\varepsilon_0$ . Это связано в основном с тем, что энергии этих электронов лишь незначительно превышают порог  $E_m$  возбуждения нижнего метастабильного уровня Не ( $2^3S_1$ ). Это приводит к малым величинам  $v_{\text{up}}^{(k)}$  [9, 12]

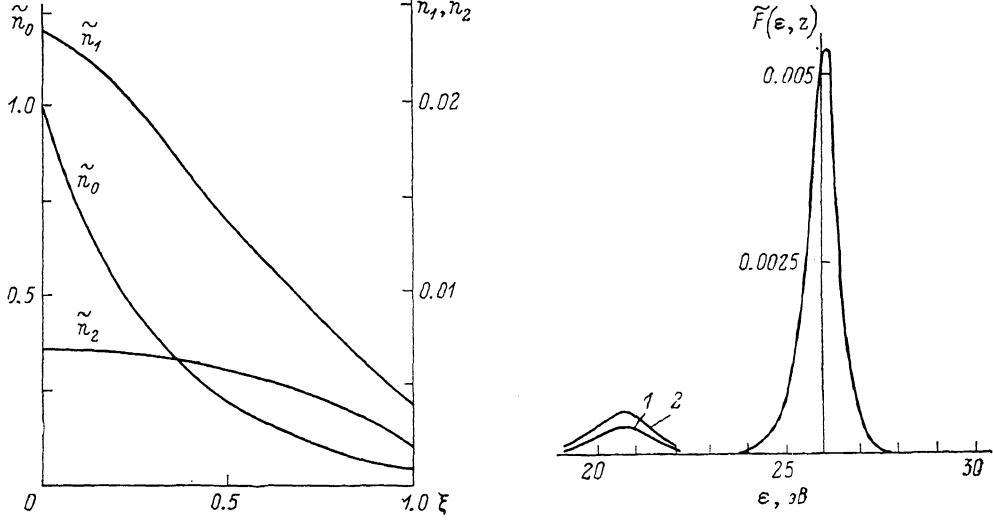


Рис. 2. Распределение концентраций  $n_k(z)$  различных групп электронов вдоль зазора.  
Параметры расчета те же, что на рис. 1;  $\tilde{n}_k(\xi) = n_k(\xi)/(j_\varepsilon L_{\text{up}}^{(0)}/qD_0)$ .

Рис. 3. Полная функция распределения быстрых электронов по энергии.

$$F(\varepsilon, \xi) = \sum_{k=0}^2 F_k(\varepsilon, \xi), \xi = 0.5; N_m, \text{ см}^{-3}: 1 - 10^{15}, 2 - 1.5 \cdot 10^{15}; \text{ остальные параметры расчета те же, что на рис. 1.}$$

и соответственно к большим диффузионным длинам  $L_{\text{up}}^{(k)}$  ( $k=1, 2$ ). В рассматриваемых условиях  $L_{\text{up}}^{(0)} \approx 0.3L$ ,  $L_{\text{up}}^{(k)} \gg L$ . В результате время жизни в зазоре электронов первичного пучка заметно меньше, чем электронов остальных групп, что и объясняет малость  $\Delta\varepsilon_0$  по сравнению с  $\Delta\varepsilon_k$  ( $k=1, 2$ ). Отчасти увеличение  $\Delta\varepsilon_k$  по сравнению с  $\Delta\varepsilon_0$  связано с увеличением кулоновского сечения при уменьшении  $\varepsilon$ .<sup>1</sup>

На рис. 2 приведены распределения концентраций  $n_k(z)$  по зазору. Видно, что  $n_0(z)$  действительно спадает по экспоненциальному закону  $n_0(\xi) \approx n_0(0)e^{-\beta\xi}$ . Для остальных групп электронов ( $k=2, 3$ ), как уже указывалось, неупругие столкновения с атомами гелия не приводят к заметному выбыванию электронов из потока. Поэтому приближенно можно считать, что  $n_1(z)$ ,  $F_1(\varepsilon, z)$ ,  $n_2(z)$ ,  $F_2(\varepsilon, z)$  пропорциональны  $N_m$ . Это облегчает оценку величины  $N_m$  путем сопоставления соответствующих экспериментальных и расчетных распределений.

<sup>1</sup> Превышение  $\Delta\varepsilon_2$  над  $\Delta\varepsilon_1$  и сдвиг  $F_2(\varepsilon)$  в область больших  $\varepsilon$  объясняется зависимостью от энергии источника  $I_2(\varepsilon)$ , описывающего появление быстрых электронов вследствие ударов второго рода.

$$\text{Полная расчетная функция распределения } F(\epsilon, z) = \sum_{k=0}^2 F_k(\epsilon, z) \text{ приведена}$$

на рис. 3 для  $\xi=0.5$ . Расчеты выполнены для двух концентраций метастабилей He ( $2^3S_1$ )  $N_m=10^{13}$  и  $1.5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Результат, соответствующий  $N_m=1.5 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , весьма близок к эксперименту [3]. Точное количественное сравнение теории с экспериментом на сегодняшний день, однако, затруднено, так как зондовые измерения в [3] были проведены на сравнительно малом расстоянии от катода, где функция распределения быстрых электронов еще не успела полностью симметризоватьсь по направлениям скорости.

6. Резюмируя содержание работы, отметим следующее. Расчет энергетического спектра быстрых электронов в столкновительной плазме НПР в инертном газе позволяет определять концентрацию метастабильно возбужденных атомов. В частности, в столкновительном НПР в гелии возможно определение концентрации метастабильного He ( $2^3S_1$ ), количество которого в разряде достаточно велико из-за весьма большого оптического времени жизни. С помощью теории можно также определять сечения процессов, происходящих с участием метастабильных атомов и приводящих к появлению в НПР дополнительных групп быстрых электронов.

### Список литературы

- [1] Мустафаев А. С., Мезенцев А. П., Симонов В. Я. и др. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 11. С. 2153–2157.
- [2] Бакшт Ф. Г., Лазовский А. Г. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 2. С. 274–282.
- [3] Мустафаев А. С., Демидов В. И., Мезенцев А. П. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 11. С. 693–697.
- [4] Мустафаев А. С., Мезенцев А. П. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 14. С. 845–849.
- [5] Бакшт Ф. Г., Лапшин В. Ф. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 5. С. 841–848.
- [6] Лапшин В. Ф., Мустафаев А. С. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 2. С. 35–45.
- [7] Baksh F. G., Lapshin V. F., Mezentsev A. P., Mustafaev A. S. // Proc. X ESCAMPIG. Orleans (France), 1990.
- [8] Kumar K. // Phys. Rep. 1984. Vol. 112. N 5. P. 321.
- [9] Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
- [10] Cherrington B. E. Gaseous Electronics and Gas Laser. Oxford; New York: Pergamon Press, 1982.
- [11] Бакшт Ф. Г., Дюжев Г. А., Марциновский А. М. и др. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма / Под ред. Б. Я. Мойжеса и Г. Е. Пикуса. М.: Наука, 1973. 480 с.
- [12] Fon W. C., Berrington K. A., Burke P. G. et al. // J. Phys. B. 1981. Vol. 14. N 16. P. 2921–2934.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
2 июля 1990 г.