

01; 10

© 1991 г.

РАСЧЕТ ЛИНЗ ДЛЯ ФОКУСИРОВКИ ПОЛЫХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Л. П. Овсянникова, С. В. Пасовец, Е. В. Шпак

Предложена модель, аппроксимирующая распределение поля в электростатической коаксиальной линзе. Определены параметры этой модели, связанные с характеристиками линз и рассчитаны траектории в них. Проведено сравнение с траекториями в поле, полученном численным интегрированием уравнения Лапласа. Найдены условия коррекции хроматической aberrации с помощью осесимметричной магнитной линзы.

Введение

В настоящее время в целом ряде приборов используются полые пучки заряженных частиц. Фокусировать такие пучки можно обычными осесимметричными линзами с перекрытой центральной частью либо электростатическими коаксиальными линзами с поперечным полем [1-9]. Переход от пучков кругового сечения к пучкам кольцевого сечения с теми же угловыми размерами приводит прежде всего к росту светосилы прибора. В масс-спектрометрах этот переход, кроме того, связан с необходимостью перекрыть область прямого видения между объектом и детектором. Особенно перспективным оказывается использование этих линз в зондформирующих системах для пучков ионов высокой энергии [3, 4]. Коаксиальные линзы могут быть составной частью плазменных линз, применяемых для фокусировки компенсированных ионных пучков [5].

В данной работе проведено исследование полей в электростатических коаксиальных линзах и предложена модель аппроксимации этих полей. Рассчитаны траектории в линзе с использованием этой модели и проведено сравнение их с траекториями в поле, полученном численным интегрированием уравнения Лапласа. В приближении слабых линз найдены условия коррекции хроматической aberrации с помощью осесимметричной магнитной линзы.

В работах [6, 7] получены аналитические выражения для траекторий в коаксиальных линзах в предположении прямоугольной модели распределения поля, т. е. когда изменение поля на краю аппроксимируется скачком. При этом в [6] не учитывалось изменение скорости на входе и выходе из поля, поскольку рассматривались высокоэнергетичные пучки. В работе [7] действие краевого поля учитывалось в приближении коротких линз, когда координата траектории в пределах краевого поля не меняется, а угол ее наклона меняется скачком за счет изменения продольной составляющей скорости при неизменной поперечной составляющей. В этом случае уравнение движения интегрируется один раз, т. е. угол наклона определяется точно. Аналитическое выражение траектории в работе [7] было найдено для слабых линз.

Модель распределения потенциала

Рассмотрим коаксиальную линзу, образованную двумя соосными цилиндрами длиной $2L$. Потенциал внутреннего электрода радиуса R_1 равен нулю, внешнего (с радиусом R_2) — V . Рассматривались системы с диафрагмами

(входной и выходной), потенциал которых полагался нулевым. Длина линзы выбиралась достаточно большой, чтобы не перекрывались краевые поля со стороны входа и выхода. Расстояние от края линзы до диафрагмы менялось от $s/(R_2 - R_1) = 1$ до 3. Пределы изменения радиуса R_2 составляли $(5-80) R_1$.

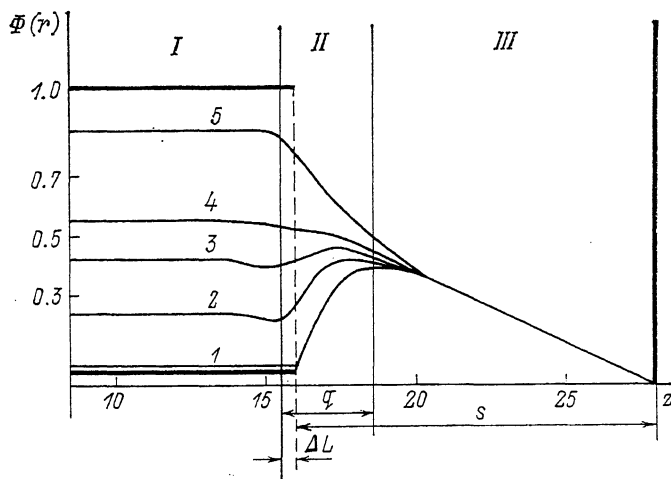


Рис. 1. Распределение потенциала в коаксиальной линзе с $R_2/R_1 = 5$ и $s = 3(R_2 - R_1)$.
1: 1 — 1.12, 2 — 1.5, 3 — 2.0, 4 — 2.5, 5 — 4.0.

На рис. 1 приведено характерное распределение потенциала в зависимости от z при фиксированных r для линзы с $R_2 = 5R_1$ и $s = 3(R_2 - R_1)$. На рис. 2 представлена предложенная модель аппроксимации поля. В области I наличие края линзы не влияет на распределение потенциала. Области собственно краевого поля распадаются на две с характерным распределением потенциала.

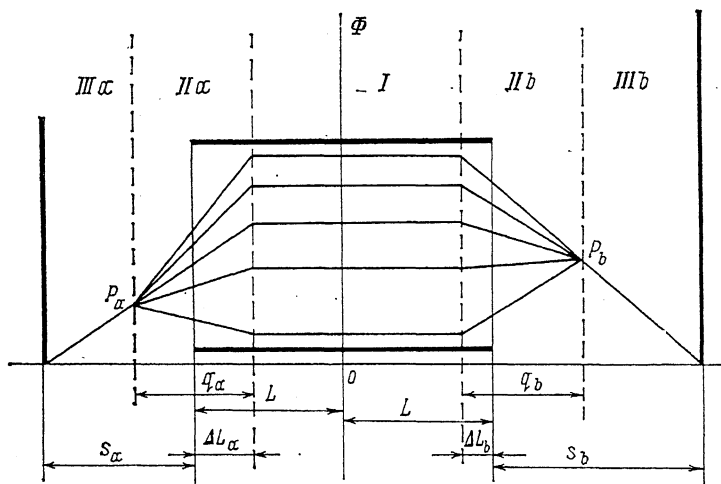


Рис. 2. Модель распределения потенциала в коаксиальной линзе.

В областях IIb (IIa) потенциал линейно спадает (или растет) при каждом фиксированном r до величины Φ_{P_b} (Φ_{P_a}) в некоторой точке P , граничной для областей II и III. В областях IIIb (IIIa) исчезает зависимость от r и потенциал спадает (или растет) линейно с ростом z . Здесь и дальше значение потенциалов записывается в единицах V .

Таким образом, распределение потенциала в цилиндрической системе координат с началом координат в центре линзы (рис. 2) записывается в следующем виде: в области I

$$\Phi(r) = k \ln \frac{r}{R_1} \text{ при } (-L + \Delta L_a) \leq z \leq (L - \Delta L_b), \quad (1)$$

в областях *IIa* и *IIb*

$$\Phi(r, z) = k \left(1 + \frac{z + L - \Delta L_a}{q_a} \right) \ln \frac{r}{R_1} - \frac{\Phi_{Pa}}{q_a} (z + L - \Delta L_a)$$

$$\text{при } (-L + \Delta L_a) \geq z \geq (-L + \Delta L_a - q_a),$$

$$\Phi(r, z) = k \left(1 - \frac{z - L + \Delta L_b}{q_b} \right) \ln \frac{r}{R_1} + \frac{\Phi_{Pb}}{q_b} (z - L + \Delta L_b)$$

$$\text{при } (L - \Delta L_b) \leq z \leq (L - \Delta L_b + q_b), \quad (2)$$

в областях *IIIa* и *IIIb*

$$\Phi(z) = \frac{\Phi_{Pa}}{s_a - q_a + \Delta L_a} (L + s_a + z) \text{ при } z \leq -L + \Delta L_a - q_a, \quad (3)$$

$$\Phi(z) = \frac{\Phi_{Pb}}{s_b - q_b + \Delta L_b} (L + s_b - z) \text{ при } z \geq L - \Delta L_b + q_b, \quad (4)$$

где

$$k = \frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

Уравнения траекторий в коаксиальной линзе

Исходя из вида распределения потенциала (1)–(4) рассмотрим движение заряженных частиц в коаксиальной линзе. Считаем, что частицы с зарядом e и массой m вылетают из источника, расположенного в свободном от поля пространстве. Начальная азимутальная составляющая скорости предполагается равной нулю. Тогда из решения системы уравнений движения в области *III* следует

$$r(z) = r_3 + \frac{\dot{r}_3}{\eta} (z - z_3), \quad (5)$$

$$z = \sqrt{\dot{z}_3^2 - 2\eta(z_3 - z)}. \quad (6)$$

При этом в области *IIIa*

$$\eta = \eta_a = \frac{e\Phi_P}{m(s_a - q_a + \Delta L_a)} \quad (7)$$

и в области *IIIb*

$$\eta = \eta_b = -\frac{e\Phi_P}{m(s_b - q_b - \Delta L_b)}. \quad (8)$$

Здесь r_3 , z_3 , \dot{r}_3 , \dot{z}_3 — координаты и составляющие скорости частицы при входе в рассматриваемую область *IIIa* или *IIIb*.

Уравнения движения в области *IIb* в локальной системе координат (r, ζ) ($\zeta = 0$ при $z = L - \Delta L_b$) имеют вид

$$\ddot{r} = \frac{ek}{mq_b r} (s - q_b), \quad (9)$$

$$\ddot{\zeta} = \frac{e}{mq_b} \left(k \ln \frac{r}{R_1} - \Phi_P \right). \quad (10)$$

Поскольку

$$\ddot{r} = \frac{d^2 r}{d\zeta^2} \dot{\zeta}^2 + \frac{dr}{d\zeta} \ddot{\zeta}, \quad (11)$$

$$\ddot{\zeta} = \frac{d^2 \zeta}{dr^2} \dot{r}^2 + \frac{d\zeta}{dr} \ddot{r},$$

то закон сохранения энергии можно записать в виде

$$2m[W_b - \Phi(r, \zeta)] \frac{d^2 r}{d\zeta^2} = -\zeta \left(\frac{dr}{d\zeta} \right)^3 + \ddot{r} \left(\frac{dr}{d\zeta} \right)^2 - \zeta \frac{dr}{d\zeta} + \ddot{r}, \quad (12)$$

где eW_b — кинетическая энергия частицы на входе в область *IIB*.

Подставляя (9), (10) в (12), получим уравнение траектории, которое в системе координат r, z в области *IIB* имеет вид

$$2q_b r'' [\Phi(r, z) - W_b] = (1 + r'^2) \left[\frac{k}{k_1 r} (q_b + L - \Delta L_b - z) + r' \left(k \ln \frac{r}{R_1} - \Phi_P \right) \right], \quad (13)$$

где штрихи обозначают дифференцирование по z .

Аналогично в области *IIa*

$$2q_a r'' [\Phi(r, z) - W_a] = (1 + r'^2) \left[\frac{k}{R_1 r} (q_a + L - \Delta L_a + z) - r' \left(k \ln \frac{r}{R_1} - \Phi_P \right) \right]. \quad (14)$$

Здесь $\Phi(r, z)$ и eW_a — распределение потенциала в области *IIa* и энергия частиц на входе в эту область. В области *I* уравнение движения интегрируется один раз

$$r' = \pm \sqrt{r_1'^2 - \frac{k}{W_1} (1 + r_1'^2) \ln \frac{2}{r_1}}. \quad (15)$$

Здесь eW_1, r_1, r_1' — кинетическая энергия частицы, координата и угол наклона ее траектории на входе в область *I*. Выражение для траектории в этой области можно записать в виде

$$r = r_1 \exp \left[\text{sign}(eV) \frac{z_0^2 - z^2}{2} \right], \quad (16)$$

где

$$z_0 = \sqrt{\frac{2W_1 r_1'^2}{k(1 + r_1'^2)}}, \quad (17)$$

а параметр z — решение одного из уравнений

$$\pm \text{erf}(z) = \text{erf}(z_0) - \frac{z + L}{Q} \quad (18)$$

при отклонении частиц к оси ($eV > 0$) и

$$\pm \text{erfi}(z) = \text{erfi}(z_0) + \frac{z + L}{Q} e^{z^2} \quad (19)$$

при отклонении частиц от оси ($eV < 0$). Знак «плюс» относится к случаю, когда траектория частицы не достигает экстремального значения, а «минус» — когда переходит через него. Здесь

$$\text{erf}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z e^{-x^2/2} dx, \quad (20)$$

$$\text{erfi}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z e^{x^2/2} dx, \quad (21)$$

$$Q = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{z_0 r_1}{r_1'} e^{z_0^2/2}. \quad (22)$$

С использованием предложенной модели рассчитывались траектории при различных геометриях линзы. Входная и выходная диафрагмы находились на одинаковом расстоянии s , так что $\Delta L_a = \Delta L_b = \Delta L$, $q_a = q_b = q$ и $\Phi_{Pa} = \Phi_{Pb} = \Phi_P$. Параметры Φ_P , ΔL и q находились из вида распределения потенциала. При тех же

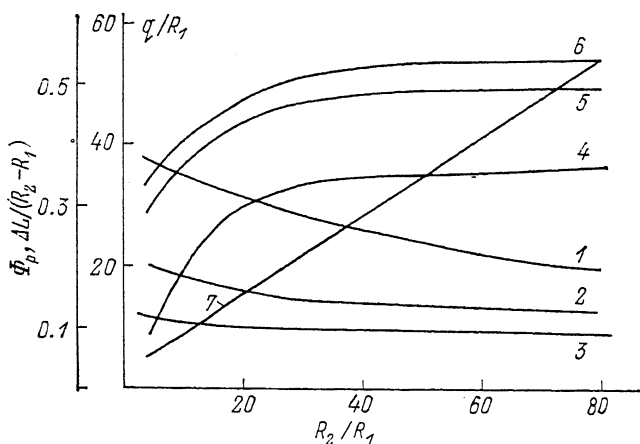


Рис. 3. Зависимость от соотношения радиусов электродов линзы параметров модели ΔL (1—3), Φ_P (4—6) и q (7) при различных расстояниях диафрагмы от линзы.
 s : 1, 4 — $R_2 - R_1$; 2, 5 — $2(R_2 - R_1)$; 3, 6 — $3(R_2 - R_1)$.

геометриях линзы численным интегрированием уравнения движения находились траектории частиц в поле, полученном методом интегральных уравнений со сплайновой аппроксимацией плотности поверхностных зарядов. В дальнейшем эти траектории будем называть точными. Из сравнения точных траекторий с полученными при использовании модели оценивалась точность представления поля этой моделью. Затем проводилась оптимизация параметров Φ_P , ΔL и q по координатам и углам наклона траекторий на выходе из линзы. Резуль-

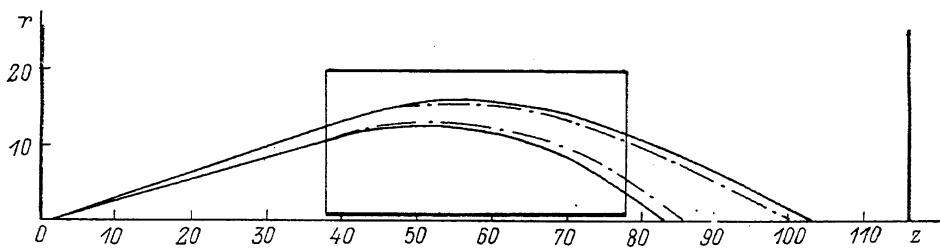


Рис. 4. Траектории в коаксиальной линзе точные (штриховые линии) и рассчитанные по модели (сплошные линии).

таты проведенной работы по определению параметров Φ_P , ΔL и q представлены на рис. 3. Расчеты показали, что длина области II (q) практически не зависит от положения диафрагмы и определяется только размерами линзы (кривая 7). Отличие длины области I (ΔL) от длины линзы (кривые 1—3) зависит как от размеров линзы, так и от положения диафрагмы. Величина потенциала Φ_P (кривые 4—6) с ростом s увеличивается. Для иллюстрации на рис. 4 приведены траектории в линзе с $R_2/R_1 = 20$, $s/(R_2 - R_1) = 2$ и $V = 100$ В. Частицы с энергией 1500 эВ выходят с оси из плоскости диафрагмы и с углами наклона 0.25 и 0.30. Штриховыми линиями представлены на рис. 4 точные траектории, сплошными — рассчитанные по модели с параметрами $\Phi_P = 0.46$, $q = 16R_1$, $\Delta L = 0.16(R_2 - R_1)$.

Известно, что нельзя создать ахроматическую осесимметричную линзу, комбинируя электрические и магнитные поля. Наличие в коаксиальной линзе поперечной составляющей поля открывает возможность коррекции хроматической аберрации таким способом. Покажем это на примере последовательно расположенных слабых электростатической коаксиальной и осесимметричной магнитной линз. В приближении слабых линз можно воспользоваться для расчетов прямоугольной моделью, аппроксимирующей поле линзы [7]. Пусть в систему входит кольцевой пучок, параллельный оси z , с осевой траекторией радиуса a . Частицы с зарядом e и начальной кинетической энергией $e\Phi_0$ отклоняются к оси z и рассеиваются коаксиальной линзой. Тогда отсчитанное от выходного края положение изображения (в данном случае мнимого) определяется по формуле

$$\frac{P_f}{a} = \sqrt{\frac{\Phi_0}{\Delta} \frac{\Delta^2 - k \left(\frac{l}{a}\right)^2 (k - \Delta)}{k \left(\frac{k}{2} - \Delta\right) \frac{l}{a}}}, \quad (23)$$

где l — эффективная длина линзы, $\Delta = \Phi_0 - \Phi|_{r=a}$.

Если на расстоянии b от коаксиальной линзы расположить короткую магнитную линзу, фокусное расстояние которой f равно [8]

$$f = \frac{98R\Phi_0}{(IN)^2}, \quad (24)$$

где R — радиус магнитной линзы, IN — число ампер-витков, то по формуле Ньютона можно получить величину расстояния от центра магнитной линзы до изображения

$$g = \frac{f(\sqrt{\Phi_0} A_1 + bA_2)}{\sqrt{\Phi_0} A_1 + A_2 \frac{b-f}{a}}, \quad (25)$$

где $A_1 = \Delta^2 + k(l/a)^2(1 - 4k)$, $A_2 = 2k(l/a)\sqrt{\Delta}(2k - \Delta)$.

Продифференцировав (25) по Φ_0 и приравняв полученное выражение нулю, получим в первом приближении условие ахроматизации рассматриваемой системы, из которого определяются параметры магнитной линзы

$$IN = \frac{7\Phi_0}{\sqrt{\Phi_0} A_1 + \frac{b}{a} A_2} \sqrt{\frac{kl}{R\sqrt{\Delta\Phi_0}} [A_1\Delta(2k - \Delta) + \Phi_0 A_3]}, \quad (26)$$

где $A_3 = (12k^2 - \Delta)\Delta^2 - \Delta k(l/a)^2(\Delta - 10k)$.

Подставив (26) и (24) в (25), получим выражения для положения изображения со скорректированной продольной хроматической аберрацией. Например, для коррекции хроматической аберрации положения изображения в системе из последовательно расположенных коаксиальной электростатической (с $V/\Phi_0 = 0.0055$, $l/a = 15.5$, $R_2/R_1 = 80$, $R_1 = 1$, $a = 33R_1$) и осесимметричной магнитной линз требуется, чтобы при $R/a = 1$ и расстоянии между линзами $b = l$ магнитная линза имела число ампер-витков $IN = 8$.

Таким образом, в данной работе предложена модель, аппроксимирующая распределение поля в коаксиальной линзе. Построены графики, позволяющие определить характерные параметры модели в широком диапазоне изменения геометрических размеров линзы. Получены дифференциальные уравнения траектории, существенно облегчающие расчет траекторий в краевом поле линзы и позволяющие сократить машинное время по сравнению с требуемым на расчет траекторий в поле, определяемом численным интегрированием уравнения Лапласа. Показана возможность коррекции хроматической аберрации с помощью последовательно расположенной осесимметричной магнитной линзы. Получено аналитическое выражение для положения изображения со скорректированной продольной хроматической аберрацией в приближении слабых линз.

Список литературы

- [1] Кузнецов В. С., Трубников Г. И. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 11. С. 2449—2451.
- [2] Liebl H. // Optik. 1979. Vol. 53. N 4. P. 333—338.
- [3] Krejsik P., Dalglish R. L., Kelly J. C. // J. Phys. D. 1978. Vol. 12. P. 161—167.
- [4] Legge G. J. F. // Nucl. Inst. Meth. 1982. Vol. 197. P. 243—253.
- [5] Booth R., Lefevre H. W. // Nucl. Instr. Meth. 1978. Vol. 151. N 1. P. 143—147.
- [6] Krejsik P., King B. V., Kelly J. C. // Optik. 1980. Vol. 55. P. 385—393.
- [7] Овсянникова Л. П., Пасовец С. В. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 12. С. 2351—2355.
- [8] Глазер В. Основы электронной оптики. М.: ГИТТЛ, 1957. 760 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
23 апреля 1990 г.