

КРИТИЧНОСТЬ СИСТЕМ ФОРМИРОВАНИЯ ВИНТОВОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В МЦАР К ПОЗИЦИОННОМУ РАЗБРОСУ ЧАСТИЦ

В. Л. Братман, Г. Г. Денисов, Д. А. Луковников, М. М. Офицеров

Введение

Для мазеров на циклотронном авторезонансе (МЦАР) [1, 2] намного острее, чем для гиротронов, стоит проблема качества электронного пучка. Существует серьезное опасение, что ее не удастся решить, используя традиционные для слаборелятивистских МЦР магнетронно-инжекторные пушки. Среди альтернативных вариантов, использующихся в эксперименте и обсуждающихся в литературе [3, 4], наиболее простыми и привлекательными представляются методы, в которых вначале формируется прямолинейный электронный пучок, фокусируемый однородным магнитным полем, а затем частицы получают вращательную скорость в комбинированном магнитном поле — однородном и неадиабатически меняющемся поперечном. Хорошо известны системы резонансной раскачки, содержащие длинный ондулятор, в котором частота бауноколебаний частиц близка к их циклотронной частоте. Однако в эксперименте для расширения рабочей полосы подобных систем по величине однородного поля целесообразно уменьшить число периодов ондулятора вплоть до одного-двух. В данной работе применительно к простейшим системам указанного типа выясняются условия эффективной раскачки электронов при приемлемом уровне скоростного разброса частиц.

1. Движение частицы в комбинированном поле — однородном и слабом ондуляторном

Пренебрегая собственными полями электронного потока, рассмотрим движение электрона в комбинированном поле

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_0(\mathbf{e}_z + \mathbf{h}(\mathbf{r})), \quad (1)$$

являющемся суперпозицией однородного поля $H_0\mathbf{e}_z$ и поля произвольного ондулятора $H_0\mathbf{h}(\mathbf{r})$, содержащего поперечные компоненты $h_{x,y}$ и продольную компоненту h_z . Учитывая сохранение скорости v и массы $m = \gamma m_0$ электрона при движении в магнитном поле, представим уравнения движения в виде

$$\dot{\rho} = u, \quad \dot{u} = i(1 + h_z)u - iz\mathcal{H}, \quad \dot{z} = -\text{Im}(u^*\mathcal{H}). \quad (2)$$

Здесь и далее использованы безразмерные время $t' = \omega_H t$, координаты $\mathbf{r}' = \mathbf{r}/R$ и скорости $\mathbf{v}' = \mathbf{v}/R\omega_H$; $\omega_H = eH_0/mc$ — циклотронная частота; R — характерный пространственный масштаб; $\rho = x' + iy'$, $u = v_x + iv_y$ — безразмерные комплексные комбинации поперечных компонент радиус-вектора и скорости электрона; $\mathcal{H} = h_x + ih_y$; точкой обозначено дифференцирование по t' , штрихи опущены.

Если в начальный момент скорость электрона направлена вдоль однородного поля, то начальные условия к уравнениям (2) имеют вид

$$\rho(0) = \rho_0, u(0) = 0, z(0) = z_0, \dot{z}(0) = v. \quad (3)$$

В отсутствие ондуляторного поля ($h=0$) электрон равномерно движется вдоль силовой линии однородного поля

$$\rho = \rho_0, z = z_0 + vt. \quad (4)$$

Если величина ондуляторного поля на траектории электрона мала, то можно использовать линейаризованное уравнение

$$\dot{u} - iu = -iv\mathcal{H}(\rho_0, z), \quad (5)$$

в котором связь продольной координаты со временем определяется вторым из соотношений (4). Соответственно решение можно представить в виде

$$u = -i \exp(iz/v) \int_{z_0/v}^{z/v} \mathcal{H}(\rho_0, \zeta) \exp(-i\zeta/v) d\zeta. \quad (6)$$

Из (6) следует, что при пролете ондулятора со слабым полем от $-\infty$ до $+\infty$ электрон приобретает вращательную скорость

$$\beta_{\perp} = |\beta_x + i\beta_y| = |\mathcal{H}(\rho_0, \omega_H/v)|, \quad (7)$$

определяемую интенсивностью пространственного спектра поперечного ондуляторного поля на невозмущенной траектории электрона

$$\mathcal{H}(\rho_0, k) = \omega_H/c \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{H}(\rho_0, z) \exp(ikz) dz \quad (8)$$

при $k = \omega_H/v$; в (7) $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$.

Таким образом, для эффективной раскачки циклотронных колебаний ондуляторное поле должно иметь продольный масштаб неоднородности порядка ларморовского шага электрона $L_H = 2\pi v/\omega_H$. Простейший способ создания такого масштаба заключается в расположении вблизи электронной траектории синфазно действующих элементов ондулятора на расстоянии порядка L_H или противофазных — на расстоянии порядка $L_H/2$ друг от друга.

В эксперименте вследствие конечной толщины пучка в неточности его юстировки электроны двигаются на разных расстояниях от ондулятора и приобретают различные вращательные скорости. Обусловленная этим критичность к позиционному разбросу является важной характеристикой системы раскачки. Для длинных систем хорошо известно, что требования к позиционному разбросу частиц в спиральном ондуляторе, когда электроны двигаются вдоль оси симметрии (где мала производная от поперечной компоненты поля), существенно мягче, чем в аксиально-симметричном и плоском ондуляторах. Ниже показано, что аналогичные возможности реализуются и в коротких системах.

2. Ондуляторы в виде систем прямолинейных токов

Рассмотрим простейшую систему раскачки, образованную двумя параллельными проводниками с равными по величине и противоположно направленными токами, перпендикулярными однородному магнитному полю $H_0 e_z$. Проводники находятся на одинаковом расстоянии l от оси z с одной (рис. 1, а) или с разных (рис. 1, б) сторон от этой оси, параллельно которой проходит невозмущенная траектория электрона $x=0, y=y_0$ (здесь $|y_0| < l$). Ниже будет показано, что закон спадаения спектра ондуляторного поля в поперечном направлении и критичность этих систем к позиционному разбросу такие же, как для плоского и спирального длинных ондуляторов соответственно.

Компоненты ондуляторного поля системы прямолинейных токов в безразмерных обозначениях записываются в виде

$$\mathcal{H} = i\mu \left\{ -\frac{(z-z_1)}{(y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} + \frac{(z-z_2)}{(y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \right\},$$

$$h = \mu \left\{ \frac{(y-y_1)}{(y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - \frac{(y-y_2)}{(y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \right\}, \quad (9)$$

где $\mu = 2I/cH_0l$ — безразмерный параметр ондуляторного поля, в котором в качестве характерного расстояния выбрано l (предполагается, что $|y_0| \ll l$), $r_{1,2}$ — безразмерные координаты первого и второго проводников на плоскости yz .

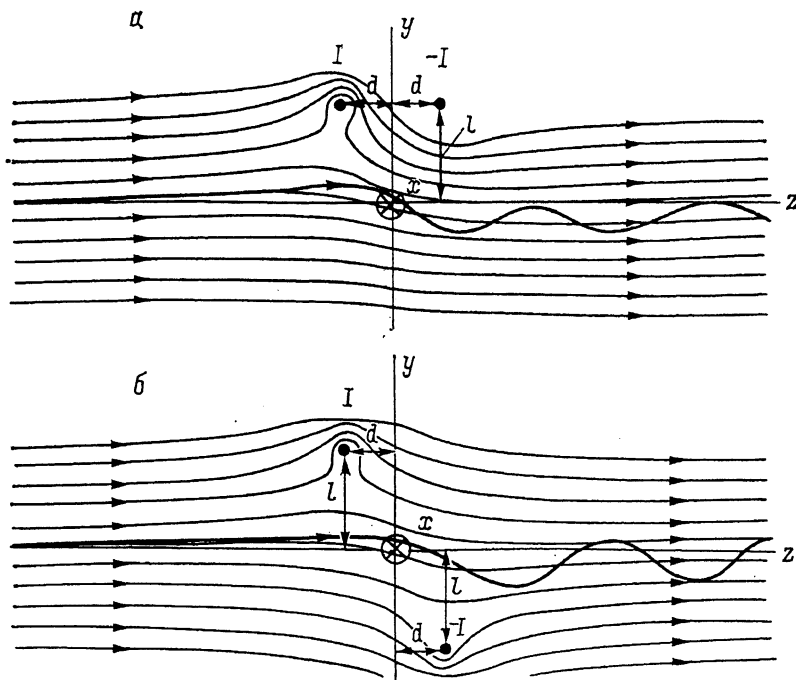


Рис. 1. Ондуляторы в виде систем прямолинейных токов. Силовые линии магнитного поля и траектория электрона.

Для первой модели ондулятора (рис. 1, а) $r_{1,2} = (1, \mp d)$, для второй (рис. 1, б) — $r_{1,2} = (\pm 1, \mp d)$.

При малой величине тока I решение линеаризованного уравнения (5) для первой и второй моделей ондулятора выглядит следующим образом:

$$\beta_{\pm} = \frac{4\pi}{\gamma} \frac{I}{I_A} \exp\left(-\frac{\omega_H l}{v}\right) \left| \sin \frac{\omega_H d}{v} \right| Y_{1,2}(y_0, d), \quad (10)$$

где $I_A = (m_0^3 c)/e$, а функции

$$Y_{1,2} = \begin{cases} \exp y_0 \frac{\omega_H}{v}, \\ \sqrt{\text{ch}^2(y_0 \omega_H/v) + \text{ctg}^2(d \omega_H/v) \text{sh}^2(y_0 \omega_H/v)} \end{cases} \quad (11)$$

описывают зависимость вращательной скорости, приобретаемой электроном, от его поперечной координаты. Согласно (11), обе системы сообщают одинаковые вращательные скорости электрону, движущемуся вдоль оси z : $Y_{1,2}(0, d) = 1$. Для малых смещений от оси z , когда $y_0 \ll L_H/2\pi$,

$$Y_{1,2} = \begin{cases} 1 + \frac{\omega_H y_0}{v}, \\ \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_H y_0}{v} / \sin \frac{\omega_H d}{v}\right)^2}. \end{cases} \quad (12)$$

В наиболее важном случае

$$\left| \sin \frac{\omega_H d}{v} \right| \gg \left| \frac{\omega_H}{v} y_0 \right|$$

для второй системы имеем существенно более слабую, чем для первой, квадратичную зависимость от поперечного смещения

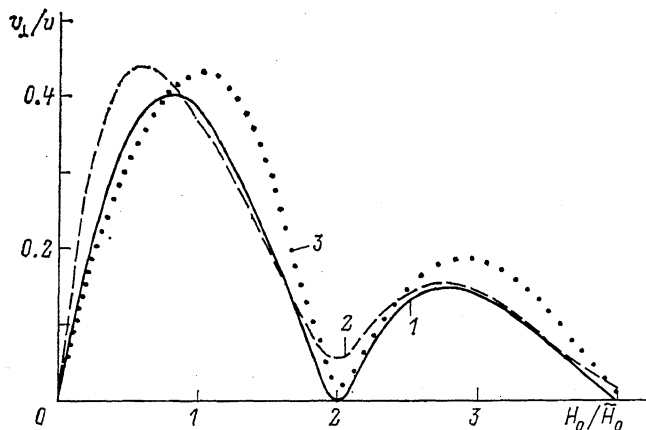


Рис. 2. Зависимость вращательной скорости, приобретаемой электроном, от напряженности ведущего магнитного поля при малом расстоянии $l \ll d$ от проводов до электронной траектории ($\mu = 0.2$, $d\omega_H/v = \pi/2$, $l\omega_H/v = 0.5$).

1 — линейная теория; 2, 3 — численный расчет для систем, приведенных на рис. 1, а, б.

$$Y_2 = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_0 \omega_H / v}{\sin \omega_H d / v} \right)^2 \quad (13)$$

и соответственно существенно меньшую критичность к позиционному разбросу частиц. Наименьшая критичность достигается, когда расстояние между токами вдоль z равно половине ларморовского шага или кратно ему

$$2d = \frac{L_H}{2} (2n - 1), \quad n = 1, 2, \dots \quad (14)$$

Меньшая критичность второй системы к позиционному разбросу обусловлена существенно большей однородностью поперечного поля (ср. рис. 1, а и б).

Отметим, что при фиксированном расстоянии между проводниками $2d$ максимальная вращательная скорость достигается при таком магнитном поле, когда

$$2d = \frac{L_H}{\pi} |\arctg d/l|. \quad (15)$$

Согласно (14) и (15), условие минимальной чувствительности к разбросу и условие максимальной раскачки совместимы только при очень малом расстоянии между проводниками и электронной траекторией ($l \ll d$). Для такого расположения зависимость приобретаемой вращательной скорости от напряженности магнитного поля H_0 носит квазипериодический резонансный характер (рис. 2).

Если же провода далеки от электронной траектории ($l \sim d$), то при максимальной величине β_{\perp} система раскачки весьма чувствительна к позиционному разбросу частиц.

Для оценки роли скоростного разброса частиц естественно предположить, что их начальные вращательные скорости $\beta_{\perp 0}$ существенно меньше скоростей $\beta_{\perp u}$, приобретаемых электронами в ондуляторе. Тогда в рамках линейного приближения на выходе системы раскатки

$$\beta_{\perp} = \beta_{\perp u} + \beta_{\perp 0} \cos \psi, \quad (16)$$

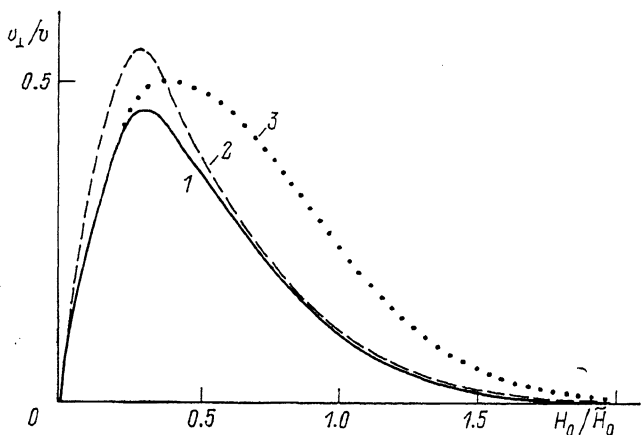


Рис. 3. Зависимость вращательной скорости, приобретаемой электроном, от напряженности ведущего магнитного поля при большом расстоянии $l > d$ от проводов до электронной траектории ($\mu = 0.2$, $d\omega_H/v = \pi/2$, $l\omega_H/v = \pi$).

1—3 — то же, что и на рис. 2.

где ψ — сдвиг фаз между движениями, соответствующими свободному (вследствие начальных условий) и вынужденному (вследствие толчка в ондуляторе) циклотронным вращениям.

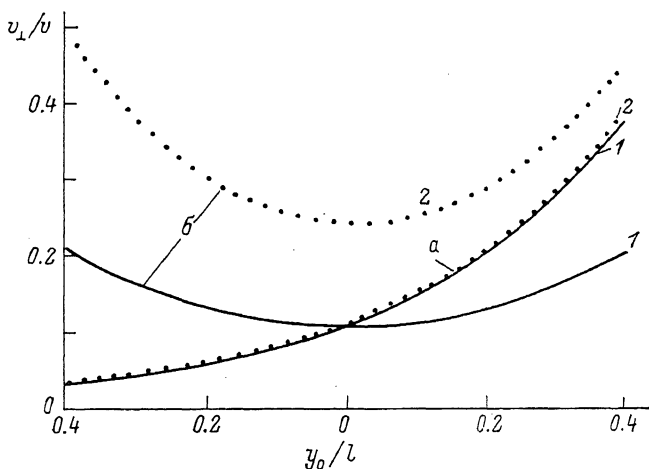


Рис. 4. Зависимость поперечной скорости электрона от его расстояния до проводов для систем, приведенных на рис. 1, а и б.

1 — линейная теория, 2 — численный расчет ($\mu = 0.127$, $\omega_H d/v = \pi/2$, $\omega_H l/v = \pi$).

Поскольку в пучке присутствуют частицы с произвольными ψ , то для относительного разброса вращательных скоростей справедлива оценка

$$\frac{\delta\beta_{\perp}}{\beta_{\perp}} = \frac{2\beta_{\perp 0}}{\beta_{\perp u}}. \quad (17)$$

Получение оптимальных для МЦАР вращательных скоростей частиц $\beta_{\perp} \sim \gamma^{-1}$ при сравнительно небольших энергиях электронов требует довольно

большой напряженности ондуляторного поля. В этих условиях движение электронов следует описывать нелинейными уравнениями (2). Расчеты показывают, что для умеренных значений параметра тока $\mu \sim 0.2$ и малого расстояния l линейное приближение дает вполне удовлетворительную оценку вращательной скорости (см. рис. 2, где \tilde{H}_0 выбрано из условия (14) минимальной критичности к позиционному разбросу (при $n=1$)). При больших расстояниях $l \sim d$ линейное приближение неплохо описывает раскачку для системы первого типа и существенно занижает величину β_{\perp} для системы второго типа (рис. 3, 4). Это связано с тем, что в первом случае частица приближается к одному проводу и удаляется от другого, так что в среднем величина поля на траектории электрона мало меняется по сравнению с ее значением на невозмущенной траектории, а во втором случае электрон приближается к обоим проводам и находится в области большего поля, чем при малых раскачках (рис. 1, б).

Расчеты свидетельствуют о справедливости оценки (16) влияния скоростного разброса частиц для режимов с большими вращательными скоростями $\beta_{\perp u}$.

Проведенное исследование показало, что на основании простейших коротких (широкополосных) ондуляторов может быть получена эффективная раскачка электронного пучка при допустимой критичности к позиционному разбросу частиц, причем системы, образованные проводниками, расположенными по обе стороны пучка, обладают меньшей критичностью к начальному позиционному разбросу частиц. Так, для пучка электронов толщиной 3 мм с энергией 1 МэВ, идущих на среднем расстоянии $l=1.5$ см от проводов с током 10 кА в системе раскачки второго типа с ведущим полем 10 кЭ, расчет дает вращательную скорость $\beta_{\perp}=0.25$ с приемлемым для МЦАР разбросом скоростей $\Delta\beta_{\perp}/\beta_{\perp}=0.1$.

Приложение

Формулы линейного приближения для случая произвольного числа проводников

Формулы (10), (11) легко обобщаются на случай ондуляторов, образованных произвольным числом периодически расположенных пар проводов p ,

$$\beta_{1,2} = \frac{4\pi}{\gamma} \frac{I}{I_A} \exp\left(-\frac{\omega_H}{v} l\right) \left| \sum_{k=1}^p (-1)^{k-1} \sin\left((2k-1) \frac{\omega_H}{v} d\right) \right| Y_{1,2},$$

где

$$Y_{1,2} = \begin{cases} \exp \frac{\omega_H y_0}{v}, \\ \sqrt{\operatorname{ch}^2 \frac{\omega_H y_0}{v} + \frac{\left| \sum_{k=1}^p (-1)^{k-1} \cos(2k-1) d \frac{\omega_H}{v} \right|^2}{\left| \sum_{k=1}^p (-1)^{k-1} \sin(2k-1) d \frac{\omega_H}{v} \right|^2}} \operatorname{sh}^2 \frac{\omega_H y_0}{v}. \end{cases}$$

С ростом числа периодов ондулятора сужается полоса резонансных магнитных полей $(\Delta H)/H \sim 1/p$. При $p \rightarrow \infty$ ряды в этих формулах переходят в δ -функции

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \left| \sum_{n=1}^p (-1)^{k-1} \sin(2k-1) \omega_H d/v \right|^2 = \frac{\pi}{2} \delta\left(\frac{\omega_H d}{v} - \frac{\pi}{2}(1 + 2\pi n)\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

а полоса резонанса становится бесконечно узкой.

Список литературы

- [1] Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. С. 902—908.
- [2] Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. С. 157—217.
- [3] Братман В. Л., Губанов В. П., Денисов Г. Г. и др. // Тез. докл. VI Всесоюз. симпозиума по сильноточной электронике. Томск, 1986. Ч. III. С. 6—8.
- [4] Bekefi G., DiRienzo A., Leibovitch C., Danly B. G. // Appl. Phys. Lett. 1989. Vol. 54. N 14. P. 1302—1304.

Институт прикладной физики АН СССР
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию
1 марта 1990 г.
