

05; 10

© 1991 г.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПОВОРОТА ПУЧКА ПРОТОНОВ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ ОПТИМАЛЬНО ИЗОГНУТЫМ МОНОКРИСТАЛЛОМ. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ

М. Д. Бавижев, В. М. Бирюков, Ю. Г. Гаврилов

Определена оптимальная кривизна кристалла для эффективного поворота пучка на различные углы. Найдена максимально достижимая эффективность как функция угла поворота. Исследована температурная зависимость эффективности.

Введение

В работе [1] была представлена модель для оценки эффективности отклонения пучка протонов высоких энергий изогнутым монокристаллом. Было найдено удовлетворительное согласие модели с экспериментом [2] по отклонению с помощью изогнутого монокристалла пучка протонов в диапазоне энергий от 60 до 200 ГэВ при различных температурах кристалла. Рассмотрим возможность оптимизации отклонения пучка с целью увеличения его эффективности и влияние температуры кристалла на эффективность поворота пучка.

Эффективность захвата частиц в режим плоскостного каналирования и поворота их на угол θ можно записать в виде

$$F_{i0t}(0, E, R, T) = A_a A_b \exp(-L/L_D) \Phi_k / \Phi g, \quad (1)$$

где A_a — аксептанс прямого канала, A_b — отношение аксептанса изогнутого канала к аксептансу прямого канала, L — длина кристалла, L_D — длина деканалирования в изогнутом кристалле, Φ_k — угол каналирования в неизогнутом кристалле, Φ — полуширина угловой расходимости пучка (при равномерном распределении частиц по углу), g — геометрическая эффективность.

Эффективность (1) может уменьшаться вследствие непараллельности граней кристалла кристаллографическим плоскостям, наличия дефектов в кристалле и из-за других факторов, которые не будем здесь учитывать. Далее вместо (1) будем рассматривать в качестве эффективности величину

$$F = A_a \cdot A_b \cdot \exp(-L/L_D), \quad (2)$$

приняв за единицу количество протонов, попавших в аксептанс кристалла.

Легко видеть, что эта эффективность зависит от энергии E и радиуса кривизны кристалла R лишь через отношение E/R . Это следует из вида функций, определяющих (2). Аксептанс прямого канала $A_a = A_a(T)$ зависит лишь от температуры. Аксептанс изогнутого канала определяется искажением потенциала $U(x)$ центробежным потенциалом Ex/R , т. е. $A_b = A_b(E/R, T)$. Кристалл будем считать равномерно изогнутым по всей длине $L = R \cdot \theta$. Длина деканалирования в изогнутом кристалле (см. работу [1] и ссылки в ней) пропорциональна энергии

частицы E и глубине потенциальной ямы изогнутого плоскостного канала $E_c(E/R, T)$

$$L_D = k \cdot E \cdot E_c(E/R, T). \quad (3)$$

С учетом изменения электронной плотности в изогнутом канале формула (3) примет вид

$$L_D = \text{const} \cdot E \cdot E_c(E/R, T) \langle n_e(E/R, T) \rangle, \quad (4)$$

где $\langle n_e(E/R, T) \rangle$ — усредненная по каналу электронная плотность.

Плотность ядер в пределах плоскостного канала $-x_k < x < x_k$ пренебрежимо мала при $x_k = d/2 - a_T - u$, где d — межплоскостное расстояние, a_T — радиус экранирования Томаса—Ферми, u — амплитуда тепловых колебаний решетки. Расчеты электронной плотности, усредненной по поперечной координате плоскостного канала, показывают, что при не слишком малых радиусах изгиба (приблизительно больше двух критических) среднюю электронную плотность можно считать не зависящей от кривизны канала. Ниже будет показано, что оптимальный радиус всегда больше трех критических, поэтому в дальнейшем будем пользоваться формулой (3). В результате можно переписать (2) в виде

$$F(\theta, E/R, T) = A_s(T) \cdot A_b(E/R, T) \cdot \exp\left(-\frac{R \cdot \theta}{kEE_c(E/R, T)}\right). \quad (5)$$

Будем далее характеризовать изгиб кристалла параметром

$$\rho = R_T/R = E/E_T = E/(RU'(x_k)), \quad (6)$$

где R_T — критический радиус для энергии E ; E_T — энергия, критическая для канала с радиусом изгиба R ; критичность изгиба кристалла при данных E и R определяется максимальной производной потенциала в пределах канала $U'(x_k)$; значение параметра $\rho = 0$ соответствует неизогнутому кристаллу, при значении $\rho = 1$ потенциальная яма в пределах канала $-x_k < x < x_k$ исчезает и каналирование невозможно.

Рассмотрим поведение эффективности $F(\rho, \theta)$ при различных ρ и θ сначала на примере гармонической потенциальной ямы при постоянной температуре.

Эффективность в гармоническом приближении

Акцептанс A_s захвата частиц в прямой канал равен

$$A_s = \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{a_T + u}{d/2}\right). \quad (7)$$

Акцептанс A_b захвата частицы в изогнутый канал напишем для кристалла, изогнутого по всей своей длине, когда частица, попадая в кристалл, сразу оказывается в центробежном потенциале. При равномерном распределении частиц по углу влета с угловой расходимостью, большей угла каналирования $\Phi_k(0)$, этот акцептанс равен

$$A_b = (1 - x_0/x_k) \Phi_k(\rho)/\Phi_k(0) = (1 - \rho)^2, \quad (8)$$

где $x_0 = \rho x_k$ — новое положение минимума изогнутой потенциальной ямы, а $\Phi_k(\rho)$ — угол каналирования в канале с кривизной ρ .

Длина деканалирования в изогнутом кристалле в гармоническом приближении, согласно формуле (3) (см. также [1, 3, 4]),

$$L_D = \lambda E (1 - \rho)^2 = L_D^0(E) (1 - \rho)^2, \quad (9)$$

где $L_D^0(E)$ — длина деканалирования в прямом кристалле.

Для эффективности поворота частиц, попавших в акцептанс кристалла на угол θ , в гармоническом приближении имеем выражение

$$F(\rho, \theta) = A_s (1 - \rho)^2 \exp\left(-\frac{\theta/\beta_D}{\rho(1 - \rho)^2}\right). \quad (10)$$

Здесь угол $\theta_D = L_D^0(E)/R_T(E)$ — не зависящая от энергии постоянная, введенная в [1], характеризующая кристаллографическую плоскость. От свойств кристаллографической плоскости зависит также акцептанс A_s , но довольно незначительно. Таким образом, зависимость эффективности от свойств кристалла определяется в основном параметром θ_D , который равен примерно 0.3 рад для плоскости (110) кремния и 0.5 рад для плоскости (110) германия. Чем больше параметр θ_D , тем большую эффективность мы имеем при заданном угле поворота пучка θ . В переменных $\varphi = \theta/\theta_D$ и ρ функция $F(\varphi, \rho)$ имеет одинаковый вид для любой кристаллографической плоскости.

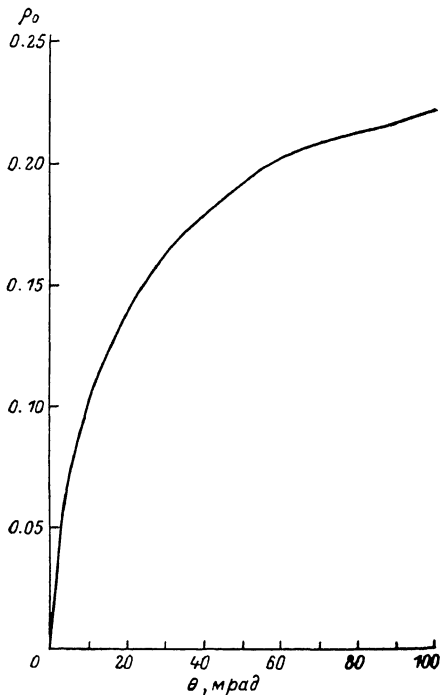


Рис. 1. Оптимальная кривизна $\rho_{\text{опт}}$ как функция угла поворота θ .

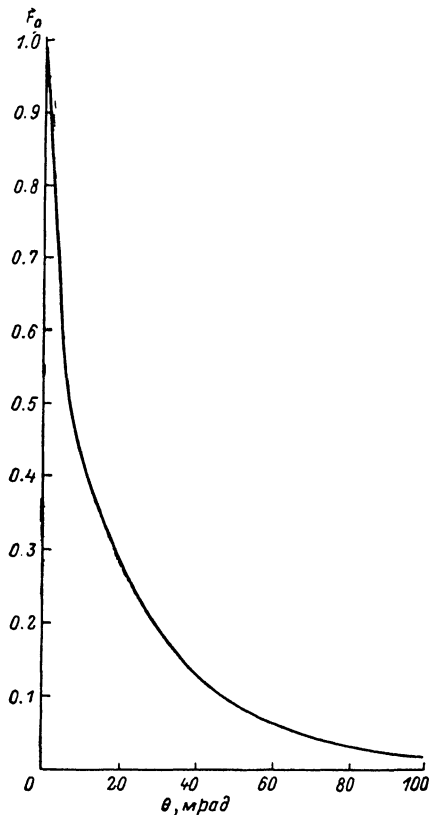


Рис. 2. Предельная эффективность $F_{\text{опт}}$ как функция угла поворота θ .

Очевидно, для любого требуемого угла поворота пучка θ можно выбрать кривизну $\rho_{\text{опт}}$, дающую максимальную эффективность $F(\rho_{\text{опт}}, \theta)$. Оптимальные условия находятся из уравнения

$$dF(\rho, \theta)/d\rho = 0,$$

т. е.

$$\theta/\theta_D = \frac{2\rho_{\text{опт}}^2(1 - \rho_{\text{опт}})^2}{1 - 3\rho_{\text{опт}}}. \quad (11)$$

Подставив оптимальную кривизну $\rho_{\text{опт}}(\theta)$ в выражение (10), получим предел сверху $F_{\text{опт}}(\theta)$ для эффективности поворота пучка на угол θ

$$F(\rho, \theta) < F_{\text{опт}}(\theta) = A_s(1 - \rho_{\text{опт}}(\theta))^2 \exp\left(-\frac{2\rho_{\text{опт}}(\theta)}{1 - 3\rho_{\text{опт}}(\theta)}\right). \quad (12)$$

Из предыдущего выражения видно, что во всех случаях $0 < \rho_{\text{опт}} < 1/3$, т. е. радиус изгиба всегда больше трех критических радиусов. Из выражений (11) видно также, что для очень больших углов оптимальный радиус изгиба слабо зависит от θ и близок к трем критическим. В этом случае

$$\rho_{\text{отт}}(\theta) \simeq 1/3 - 1/30\theta_D/\theta, \quad (13)$$

$$F_{\text{отт}}(\theta) \simeq A_s \cdot 4/9 \exp(-27/4 \theta/\theta_D). \quad (14)$$

Видно, что в пределе больших углов поворота $\theta \simeq \theta_D$ плоскость Ge(110) (с большим θ_D) поворачивает протонный пучок гораздо эффективнее плоскости Si(110).

Эффективность в мольеровском приближении

Более аккуратно эффективность может быть рассчитана с использованием реалистического потенциала. Напишем выражение для эффективности поворота пучка на угол θ при произвольной температуре в следующем виде:

$$F\left(\frac{E}{R}, \theta, T\right) = A_s(T) A_b\left(\frac{E}{R}, T\right) \Phi_k(T) \exp\left(-\frac{\theta \cdot E_r(0, T_0)}{\lambda E/R E_s(E/R, T)}\right). \quad (15)$$

Здесь $\Phi_k(T)$ — угол каналирования в прямом кристалле с температурой T , температура $T_0 = 300$ К, $\lambda \cdot E$ — длина деканалирования частиц с энергией E в прямом кристалле при температуре 300 К. Для протонов высоких энергий в плоскостном канале Si(110) параметр λ равен [1, 5]

$$\lambda = 0.61 \pm 0.08 \text{ мм/ГэВ}. \quad (16)$$

Примеры функций $A_b(E/R)$ при комнатной температуре приведены в работах [6, 7]. Оптимальные условия и предел достижимой эффективности в этой модели могут быть рассчитаны численно. На рис. 1 и 2 показаны оптимальная кривизна и максимальная эффективность в мольеровском приближении, рассчитанные для комнатной температуры.

Влияние температуры на акцептанс

Нагрев либо охлаждение кристалла влияет на эффективность отклонения протонного пучка, изменяя все факторы в выражении (15): A_s , A_b , Φ_k и L_D .

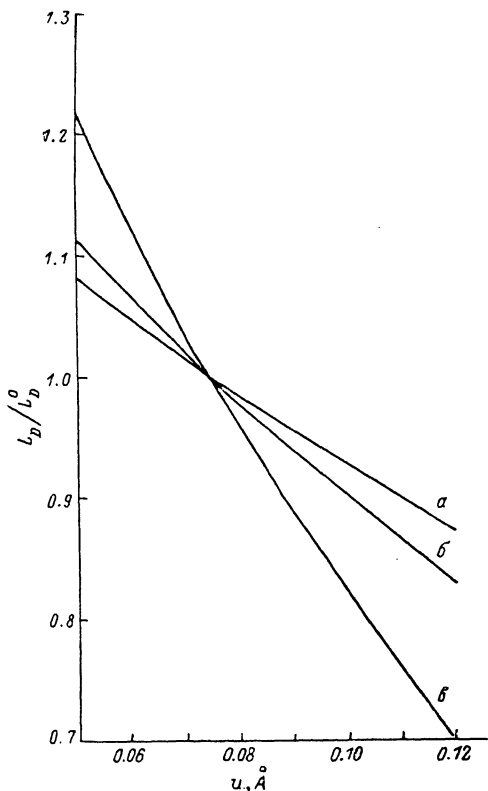


Рис. 3. Длина деканалирования в изогнутом кристалле в зависимости от u .

a — прямой кристалл, б — кривизна $\rho=0.2$, в — кривизна $\rho=0.5$.

Каждый из этих факторов при уменьшении температуры приводит к росту эффективности. На рис. 3 показана зависимость длины деканалирования от температуры при различных радиусах изгиба кристалла. Видно, что температурная зависимость возрастает с кривизной.

Получим эти зависимости в гармоническом приближении. Важное значение имеет вид функции $x_k(u)$; здесь мы приведем результаты для $x_k = d/2 - a_T - u$. В более общем случае следует заменить ниже du на $-dx_k/du \cdot du$. Изменение акцептанса A_s равно

$$\frac{\delta A_s}{A_s} = -\frac{\delta u}{d/2 - a_T - u_0}, \quad (17)$$

где u_0 — амплитуда тепловых колебаний при комнатной температуре, δu — ее изменение.

Температурная зависимость аксептанса A_b определяется кривизной канала. В гармоническом приближении (а также при малых изгибах в мольеровском приближении)

$$A_b = (1 - \rho)^2 = \left(1 - \frac{E}{R} \frac{1}{U'(d/2 - a_T - u)}\right)^2. \quad (18)$$

Из этого выражения видно, что рост кривизны E/R приводит к более резкой зависимости аксептанса A_b от температуры. Вследствие малости величины δu даже при больших изменениях температуры зависимость $A_b(u)$ практически линейна и можно записать ее как

$$\frac{\delta A_b}{A_b} = -\frac{2\rho^2}{1-\rho} \frac{U''(x_k)}{U'(x_k)} \delta u, \quad (19)$$

где кривизна ρ берется при комнатной температуре, так же как и производные $U''(x_k)$ и $U'(x_k)$, с $x_k = d/2 - a_T - u_0$. Общее изменение аксептанса $A = A_s A_b \Phi_k$, равное

$$\frac{\delta A}{A} = \frac{\delta A_s}{A_s} + \frac{\delta A_b}{A_b} + \frac{\delta \Phi_k}{\Phi_k}, \quad (20)$$

при большой величине изгиба и изменении температуры на $100-200^\circ$ может составлять десятки процентов.

Зависимость длины деканалирования от температуры

Влияние температуры на длину деканалирования сказывается прежде всего в изменении глубины потенциальной ямы, определяющей по формуле (3) длину деканалирования. Как и в предыдущем случае, в этой зависимости большую роль играет кривизна кристалла. Как видно из рис. 3, здесь также с ростом кривизны возрастает зависимость от температуры. Причина лежит в уменьшении глубины потенциальной ямы в изогнутом кристалле. Это видно из следующего. Величина и форма потенциала $U(x, u)$ в пределах канала практически не зависят от u , изменение глубины потенциальной ямы определяется в основном изменением границы канала, в качестве которой мы принимаем $x_k = \pm(d/2 - a_T - u)$

$$\frac{\delta L_D}{L_D} = \frac{\delta E_c}{E_c} - \frac{U'(x_k, u)}{E_c(E/R, u)} \delta u. \quad (21)$$

Вследствие малости δu зависимость $L_D(u)$ также близка к линейной (рис. 3). Оценим изменение длины деканалирования на примере плоскости Si(110). При охлаждении от комнатной температуры до 128 К ($\delta u = -0.018 \text{ \AA}$) длина деканалирования в прямом кристалле увеличивается примерно на 6 %.

В сильно изогнутом кристалле глубина ямы $E_c(E/R, u)$ меньше в несколько раз, что приводит к изменениям L_D в тех же условиях на десятки процентов. Последнее обстоятельство имеет существенное значение в недавних экспериментах в ИФВЭ по отклонению протонного пучка большой интенсивности на большие (до 80 мрад) углы. Большая интенсивность приводит к нагреву кристалла до температуры около 100°C , что должно заметно снижать эффективность отклонения пучка. Проиллюстрируем эти выводы на рис. 4, где представлена температурная зависимость эффективности отклонения пучка на 10 и 80 мрад. Изгибы кристалла ($\rho(10 \text{ мрад}) = 0.1$ и $\rho(80 \text{ мрад}) = 0.21$) выбраны оптимальными для комнатной температуры.

Меньшее влияние на длину деканалирования оказывает изменение средней электронной плотности. Поскольку плотность электронов в пределах канала, как и потенциал, мало зависит от температуры, то можно учесть лишь изменения границы канала $x_k = \pm(d/2 - a_T - u)$. Оценим вариации средней электронной

плотности для прямого канала. Будем характеризовать среднюю электронную плотность так же, как это делалось в начале настоящей работы, т. е.

$$\langle n_e \rangle = \frac{1}{2x_k} \int_{-x_k}^{x_k} n_e(x) dx = \text{const} \cdot U' \cdot (x_k)/x_k, \quad (22)$$

поскольку в пределах канала $n_e(x) = \text{const} U''(x)$. Тогда относительные вариации электронной плотности

$$\frac{\delta \langle n_e \rangle}{\langle n_e \rangle} = \frac{U''(x_k)}{U'(x_k)} \delta u - \frac{\delta u}{x_k}. \quad (23)$$

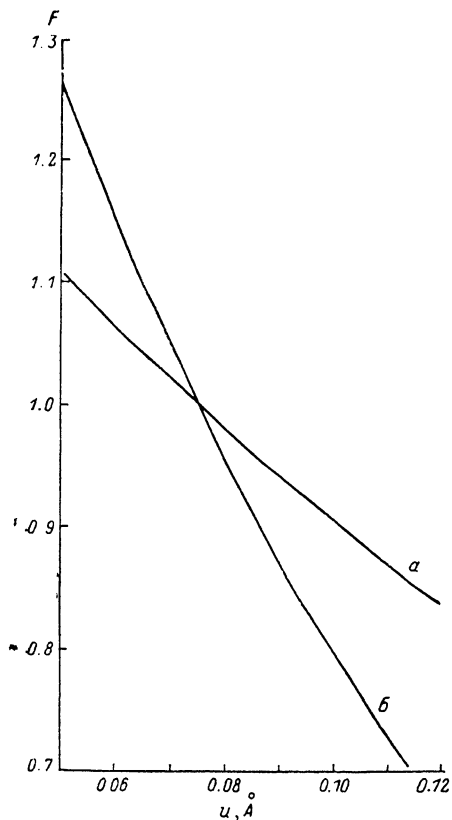


Рис. 4. Эффективность поворота протонного пучка на угол θ в зависимости от u . θ , мрад: а — 10, б — 80.

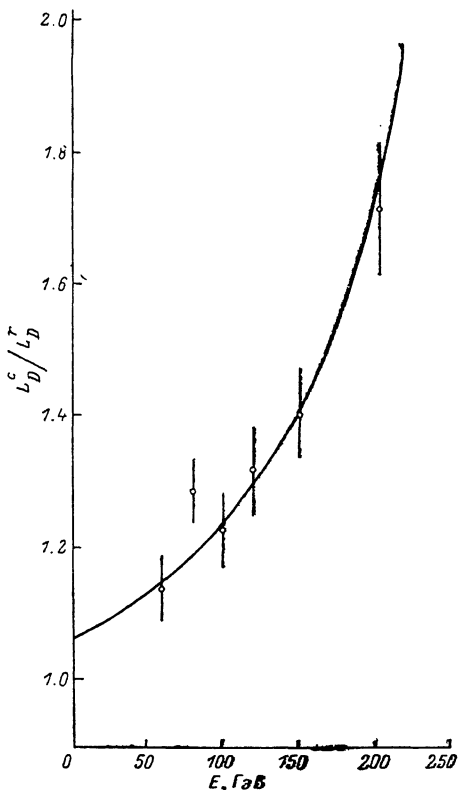


Рис. 5. Отношение длин деканалирования в охлажденном и «теплом» кристаллах. Экспериментальная зависимость [*] и фит (23).

Для простого модельного потенциала в виде $U(x) = U_0 (\text{ch}(bx) - 1)$ это составит

$$\frac{\delta \langle n_e \rangle}{\langle n_e \rangle} = (bx_k \text{cth}(bx_k) - 1) \frac{\delta u}{x_k}. \quad (24)$$

При охлаждении $\delta u = -0.018 \text{ \AA}$ плоскостного канала Si(110) это составит около +1 %, т. е. гораздо меньше вариаций глубины потенциальной ямы. Полное изменение длины деканалирования запишем в виде

$$\frac{\delta L_D}{L_D} = \frac{\delta E_0}{E_0} - \frac{\delta \langle n_e \rangle}{\langle n_e \rangle}. \quad (25)$$

Подтверждение полученным температурным зависимостям можно найти в эксперименте ФНАЛ [2] по деканализованию в изогнутом кристалле при комнатной температуре, а также при температуре 128 К. Применимость данной модели для длины деканализования при различных изгибах и температурах показана в работе [1]. Обсудим подробнее температурную зависимость длины деканализования при различных значениях кривизны E/R .

Из рис. 5 видно, что влияние температуры на длину деканализования резко возрастает с ростом кривизны. Получим эту зависимость в рассматриваемой модели.

В работе [1] зависимость длины деканализования протонного пучка в кристалле кремния (плоскость (110)) с радиусом изгиба $R=80$ см описывалась формулой (26) с параметрами $\lambda=0.61$ мм/ГэВ, $E_T=307$ ГэВ

$$L_D(E) = \lambda \cdot E \cdot \frac{E_c(E/E_T)}{E_c(0)}. \quad (26)$$

Параметр λ_c для охлажденного кристалла связан с тем же параметром λ_r для кристалла при комнатной температуре в данной модели соотношением

$$\lambda_c = \lambda_r \frac{E_c(0, u^c)}{E_c(0, u^r)}, \quad (27)$$

где $E_c(0, u)$ — глубина потенциальной ямы в прямом кристалле при амплитуде тепловых колебаний u .

Сопоставим экспериментальную зависимость длины деканализования от энергии для охлажденного кристалла с фиксированным параметром $\lambda_c = 0.65$ мм/ГэВ и свободным параметром E_T . Получим для критической энергии величину $E_T^c = 359 \pm 12$ ГэВ. Это соответствует радиусу кривизны $R = 84 \pm 3$ см, что хорошо согласуется с экспериментом.

На рис. 5 приведены экспериментальная и теоретическая зависимости отношения длин деканализования в охлажденном и «теплом» кристаллах. Теоретическая зависимость описывается формулой

$$\frac{L_D^c}{L_D^r} = \frac{E_c(E/E_T^c, u^c)}{E_c(E/E_T^r, u^r)}, \quad (28)$$

где $E_T^c = 359$ ГэВ, $E_T^r = 307$ ГэВ в соответствии с вышеизложенным. Экспериментальные точки хорошо согласуются с зависимостью (28).

Заключение

В связи с ростом числа экспериментов по отклонению пучков протонов высоких энергий и предложений по использованию кристаллических дефлекторов в ускорителях существует необходимость в теории, позволяющей рассчитывать эффективность такого поворота пучка изогнутым монокристаллом. В настоящей работе представлена простая модель, удовлетворительно описывающая существующие экспериментальные данные по деканализованию протонов высоких энергий в изогнутых монокристаллах при различных температурах. Определены оптимальные условия для эффективного поворота пучка на различные углы. Исследована температурная зависимость эффективности; показано, что с ростом кривизны кристалла температурные зависимости резко возрастают.

В заключение авторы выражают признательность А. М. Таратину и Н. В. Мохову за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Баяжеев М. Д., Бирюков В. М., Газрилов Ю. Г. Препринт ИФВЭ. № 89-222. Протвино, 1989.

- [2] Forster J. S., Hatton H., Toone R. J. et al. // Nucl. Phys. B. 1989. Vol. B318. N 2. P. 304—318.
- [3] Taratin A. M., Filimonov Yu. M., Vyatkin E. G., Vorobiev S. A. // Phys. Stat. Sol. (b). 1980. Vol. 100. P. 273—279.
- [4] Taratin A. M., Vorobiev S. A. // Phys. Stat. Sol. (b). 1981. Vol. 107. P. 521—528.
- [5] Carrigan R. A., Jr. // Fermilab FN-454. Batavia, 1987. P. 1—72.
- [6] Kudo H. // Nucl. Instr. and Meth. 1981. Vol. 189. P. 609—613.
- [7] Ellison J. A. // Nucl. Phys. 1982. Vol. 206. P. 205—220.

Поступило в Редакцию
20 декабря 1989 г.
В окончательной редакции
2 августа 1990 г.
