

- [1] Карнов С. Ю., Ковальчук Ю. В., Погорельский Ю. В. // Итоги науки и техники. Сер. Физические основы лазерной и пучковой технологии. М., 1988. Т. I. С. 5—48.
- [2] Auston D. H., Golovchenko J. A., Simons A. L. et al. // Appl. Phys. Lett. 1979. Vol. 34. N 11. P. 777—779.
- [3] Bhattacharyya A., Streetman B., Hess K. // J. Appl. Phys. 1981. Vol. 52. N 5. P. 3611—3617.
- [4] Иелев Г. Д. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. Вып. 8. С. 468—472.
- [5] Иелев Г. Д. // ФТП. 1985. Т. 19. Вып. 12. С. 2188—2190.
- [6] Balandin V. Yu., Dvurechenskii A. V., Aleksandrov L. N. // Phys. Stat. Sol. (a). 1986. Vol. 93. N 2. P. K105—K109.
- [7] Peercy P. S., Tsao J. Y., Stiffler S. R., Thompson M. O. // Appl. Phys. Lett. 1988. Vol. 52. N 3. P. 203—205.
- [8] Ivlev G. D., Malevich V. L., Zhidkov V. V. // Phys. Stat. Sol. (a). 1988. Vol. 106. N 2. P. K123—K127.
- [9] Иелев Г. Д., Романова Н. И. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1989. № 4. С. 145—147.
- [10] Иелев Г. Д., Малевич В. Л. // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1988. № 2. С. 82—86.
- [11] Zhvayvi S. P., Sadovskaya O. L. // Phys. Stat. Sol. (a). 1989. Vol. 112. N 1. P. K19—K22.
- [12] Иелев Г. Д., Баязитов Р. М., Гайдук П. И. и др. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1990. № 1. С. 65—71.
- [13] Sinke W. C., Polman A., Stolk P. A. // Proc. 3<sup>d</sup> Int. Conf. on Energy Pulse and Particle Beam Modification of Materials. Dresden, 1989. P. 1—19.
- [14] Закиров Г. Г., Иелев Г. Д., Хайбуллин И. Б. // ФТП. 1988. Т. 22. Вып. 5. С. 947—949.
- [15] Карнов С. Ю., Ковальчук Ю. В., Мячин В. Е. и др. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 17. С. 13—17.

Институт электроники АН БССР  
Минск

Поступило в редакцию  
8 января 1990 г.

03

Журнал технической физики, т. 61, в. 1, 1991

© 1991 г.

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЕЯ В КАНАЛЕ ПРОПЛАВЛЕНИЯ

В. В. Владимиров, В. Н. Горшков, В. Н. Замков,  
В. Я. Порицкий, А. Д. Шевелев

1. Релей показал [1], что длинные цилиндрические нити жидкости неустойчивы относительно развития перетяжек, вызванного эффектами поверхностного натяжения. Неустойчивость Релея может возникать и в канале проплавления (сварочном канале) (рис. 1, вставка).

Развитие перетяжек на поверхности жидкости, по-видимому, приводит к образованию периодически чередующихся газовых пузырей (полостей) после заливки глубокого сварочного канала, что ухудшает качество шва (рис. 2). Ниже мы определим дисперсионное соотношение для полого цилиндрического слоя жидкости конечной толщины, исследуем нелинейную динамику развития перетяжек и параметрическое возбуждение капиллярных волн (эффект Фарадея [2]) на поверхности канала при высокочастотной модуляции его радиуса (например, за счет ВЧ модуляции тока пучка и соответственно давления паров в канале). Капиллярные волны являются более коротковолновыми возмущениями поверхности, нежели перетяжки Релея, и при их параметрическом возбуждении в струях с помощью генератора звуковых волн [3] наблюдалось подавление неустойчивости Релея. Возможно, что и в канале проплавления эффект Фарадея может приводить к подавлению перетяжек, если инкремент параметрического возбуждения коротковолновых капиллярных волн больше инкремента неустойчивости Релея. Этот критерий приведен в работе.

2. Проведем вывод уравнения для малых смещений поверхности жидкости  $\xi = \xi_1(t) \times \exp(ikz)$  с учетом высокочастотной модуляции радиуса канала  $r_k = r_0 + \bar{a} \cdot \sin \Omega t$  ( $\xi \ll r_k$ ). Гравитацию учитывать не будем. Глубину канала (длина полости вдоль оси Z) считаем много большей внутреннего  $r_0$  и внешнего R радиусов расплава.

Исходные уравнения для идеальной несжимаемой жидкости имеют вид [4]

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

и в линейном приближении

$$\mathbf{v}' = \nabla \psi', \quad \frac{d\psi'}{dt} = -\frac{p'}{\rho}, \quad \Delta \psi' = 0, \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}$  — скорость жидкости,  $\psi'$  — потенциал скоростей,  $p'$  — возмущение давления жидкости при гофрировке поверхности канала,  $\rho$  — плотность.

Граничные условия

$$v_r' + \frac{dv_r^0}{dr} \xi = \xi|_{r=r_k}, \quad p' + \frac{dp_0}{dr} \xi|_{r=r_k} = \delta p, \\ v_r'|_{r=R} = 0, \quad (3)$$

где  $\delta p = (\alpha/r_k^2) (1 - k^2 r_k^2) \cdot \xi$  — изменение капиллярного давления при возмущении поверхности канала;  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $v_r^0$  и  $p_0$  — радиальная скорость и давление, возникающие при ВЧ модуляции радиуса канала;  $\xi = d\xi/dt$ .

В приближении фиксированных верхней и нижней границ канала с учетом сохранения массы жидкости [5]

$$v_r^0 = \frac{A_0}{r}, \quad \left. \frac{dp_0}{dr} \right|_{r=r_k} = -\rho \dot{r}_k, \quad (4)$$

где  $A_0 = R\dot{R} = r_k \dot{r}_k$ .

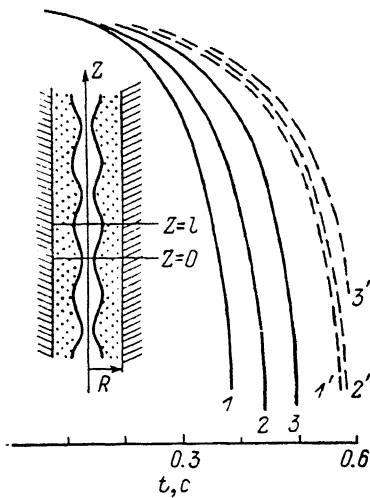


Рис. 1. Зависимости минимального внутреннего радиуса канала от времени при развитии неустойчивости Релея для различных длин волны перетяжек.

$r_0 = 1$  см,  $\alpha/\rho = 100$  см<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>;  $\lambda$ , см: 1—3 — 12, 8, 24; 1'—3' — 9, 12, 7;  $R$ , см: 1—3 — 3.5, 1'—3' — 1.75 (начальная амплитуда возмущений поверхности  $\xi_0 = 0.05$  см). На вставке общий вид сечения канала при развитии перетяжек: точки — жидкий металл, штриховка — твердая стенка,  $0 \leq r \leq l$  — расчетная область при численном интегрировании уравнения Эйлера.

Таким образом, в расчетах учитывается и высокочастотная модуляция внешнего радиуса канала.

Решение для потенциала  $\psi'$  ( $\Delta \psi' = 0$ )

$$\psi' = [A(t) I_0(kr) + B(t) K_0(kr)] e^{ikz}, \quad (5)$$

где  $I_0$ ,  $K_0$  — функции Бесселя от мнимого аргумента.

Учитывая (2)—(5), получим уравнение для  $\xi_0(t)$

$$\xi_0 + \left[ \frac{2\dot{r}_k}{r_k} + k\dot{r}_k \left( \frac{SK_0 + I_0}{SK_1 - I_1} - \frac{SK_1 - I_1}{SK_0 + I_0} \right) + S \left( \frac{K_0}{SK_0 + I_0} - \frac{K_1}{SK_1 - I_1} \right) \right] \xi_0 + \\ + \left[ \frac{r_k}{r_k} + \frac{k\dot{r}_k^2}{r_k} \left( \frac{SK_0 + I_0}{SK_1 - I_1} - \frac{SK_1 - I_1}{SK_0 + I_0} \right) + \frac{\dot{r}_k}{r_k} S \left( \frac{K_0}{SK_0 + I_0} - \frac{K_1}{SK_1 - I_1} \right) \right] \xi_0 = \\ = \frac{x(SK_1 - I_1)}{SK_0 + I_0} \left[ \gamma_0^2 (1 - x^2) - \frac{\ddot{a}}{r_k} \Omega^2 \sin \Omega t \right] \xi_0, \quad (6)$$

где аргумент функций Бесселя  $x = kr_k$ ,

$$S = I_1(Rx|r_k)/K_1(Rx|r_k), \quad \gamma_0^2 = \frac{\alpha}{\rho r_k^3}.$$

При  $\dot{r}_k = 0$  ( $r_k = r_0$ ) получаем дисперсионное соотношение ( $\xi_0 \sim \exp(\gamma t)$ ), описывающее аperiodическую неустойчивость Релея в канале проплавления,

$$\gamma^2 = \frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2} = \frac{x(1 - x^2) \cdot (SK_1 - I_1)}{SK_0 + I_0}. \quad (7)$$

Неустойчивость возникает при  $x < 1$ . Если  $x \gg 1$ , то получаем дисперсию капиллярных волн [4]  $\tilde{\gamma} = ix^{3/2}$ .

Отметим, что соотношение типа (7) при  $R \rightarrow \infty$  было получено в [6], но без ссылок на работу Релея [1]. На рис. 3 представлены зависимости  $\tilde{\gamma}(x)$  при различных значениях  $R/r_0$ . С уменьшением  $R/r_0$  инкремент уменьшается и его максимум сдвигается в сторону более-

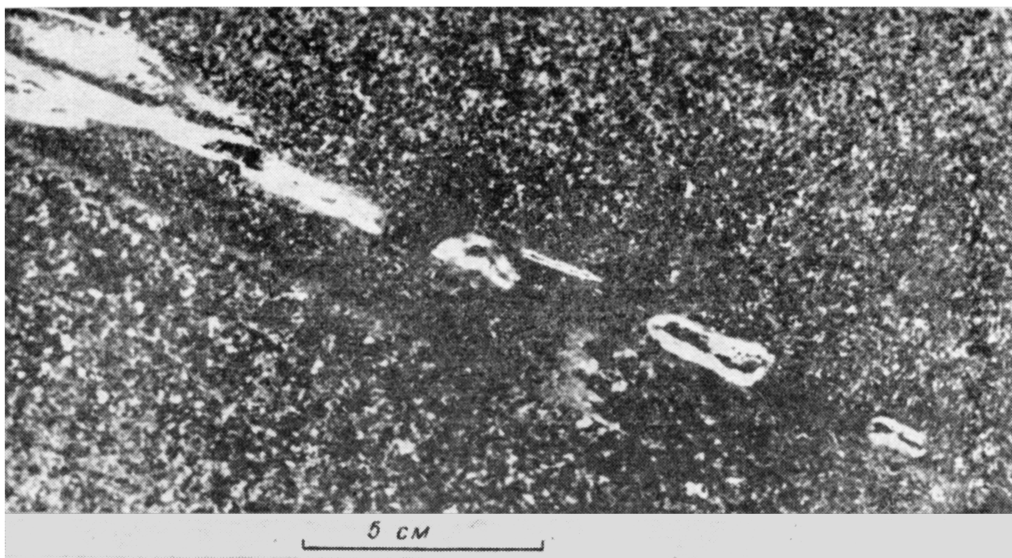


Рис. 2. Образование газовых пузырей в канале сварки. Титан; параметры электронного пучка: энергия 60 кэВ, ток 0.7 А.

коротких длин волн. Если  $\Delta = (R - r_0)/r_0 \ll 1$ , то  $\gamma^2 = \gamma_0^2 \cdot \Delta \cdot x^2 (1 - x^2)$  и максимум инкремента соответствует  $x_m \approx 0.7$ , при этом  $\gamma_m \approx 0.5 \cdot \gamma_0 \sqrt{\Delta}$ .

Неустойчивость Релея обусловлена конкуренцией двух поверхностных натяжений — радиального и связанного с волновой гофрировкой поверхности канала (вдоль оси  $z$ ), т. е. характерна именно для цилиндрической геометрии. Не исключено, что при использовании сварочного пучка с прямоугольным сечением (ленточные пучки) развитие перетяжек канала может быть подавлено.

Вначале с помощью (6) мы пытались определить возможность динамической стабилизации неустойчивости Релея при  $\Omega \gg \gamma$  (типа эффекта Капицы — высокочастотной стабили-

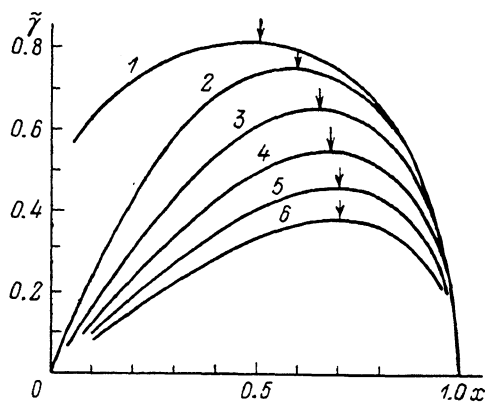


Рис. 3. Зависимость инкремента  $\tilde{\gamma}$  перетяжек от волнового числа.

1 - 6 —  $R/r_0 = \infty, 3.5, 2.5, 2, 1.7, 1.5$ .

зации перевернутого маятника с вибрирующим подвесом [7]). Однако этот эффект отсутствует (опять же ввиду цилиндрической геометрии задачи).

Ниже мы определим критерии параметрической раскачки капиллярных волн ( $x > 1$ ) для случая  $x \gg 1$ ,  $R \rightarrow \infty$ ,  $\bar{a}/r_0 \ll 1$ .

Вводя подстановку  $\xi_0 = U(t) \exp(-\int \epsilon dt)$ , где

$$\epsilon = \frac{\dot{r}_k}{r_k} + \frac{k \dot{r}_k}{2} \left( \frac{K_0}{K_1} - \frac{K_1}{K_0} \right),$$

получим исходное уравнение, описывающее эффект Фарадея в канале проплавления,

$$U + \omega_0^2 \cdot \left( 1 + k \frac{\Omega^2}{\omega_0^2} \bar{a} \sin \Omega t \right) \cdot U = 0, \quad (8)$$

где  $\omega_0 = (\alpha k^3 / \rho)^{1/2}$  — капиллярная частота.

При основном резонансе [8]  $\Omega = 2\omega_0$  и инкремент параметрической неустойчивости  $s = -k\bar{a}\omega_0$ . Определим условия, при которых  $s$  больше декремента затухания, обусловленного вязкостью ( $\approx 2\nu k^2$ , где  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости), и максимального инкремента неустойчивости Релея (при  $R \rightarrow \infty \gamma_m \approx 0.8(a/\rho r_0^3)^{1/2}$ ) (рис. 3). Если выбрать  $kr_0 = 2$ ,  $r_0 = 0.1$  см,  $a = 10^3$  эрг/см<sup>2</sup>,  $\rho = 10$  г/см<sup>3</sup>,  $\nu = 3/10^{-3}$  см<sup>2</sup>/с, то  $\omega_0 \approx 10^3$  с<sup>-1</sup> ( $f = \Omega/2\pi \approx 300$  Гц) и первый из указанных критериев выполняется при  $\bar{a}/r_0 > 10^{-2}$ , а второй — при  $\bar{a}/r_0 > 0.1$ . Поэтому можно надеяться, что ВЧ модуляция тока пучка на уровне 10–20 % (с частотой  $f \approx 300$  Гц для указанных параметров) приведет к подавлению неустойчивости Релея в канале сварки (ВЧ воздействие на поверхность канала сварки можно осуществить и с помощью ультразвука).

3. Ниже мы исследуем нелинейную динамику развития неустойчивости Релея при  $\bar{a} = 0$  в связи с вопросом, не успевают ли развиться неустойчивость Релея в процессе заливки канала, когда воздействие модулированного пучка снято. Характерное время развития перетяжек  $t_0$  оценивается [9] как время, при котором линейные и нелинейные слагаемые в уравнении Эйлера (1) сравниваются в процессе линейной эволюции. Если амплитуда начальных возмущений поверхности  $\xi_n$  определяется тепловыми флуктуациями  $\xi_n = (\kappa T/\alpha)^{1/2}$ , то [9]

$$2\gamma_m t_0 = \ln(\xi_n k_m)^{-2} = \ln \frac{\alpha}{\kappa T k_m^2}, \quad (9)$$

где  $\kappa$  — константа Больцмана;  $T$  — температура расплава;  $k_m$  — волновое число, соответствующее максимальному инкременту  $\gamma_m$  (рис. 3).

При указанных выше параметрах и  $T = 10^3$  С  $t_0 = 6 \cdot 10^{-2}$  с. Согласно расчетам [5], время смыкания глубокого канала ( $r_0 \approx 10^{-1}$  см,  $R/r_0 = 10$ )  $\tau_c \approx 5 \cdot 10^{-3}$  с. Поскольку  $\tau_c \ll t_0$ , то в процессе заливки стабилизированного канала неустойчивость Релея не развивается. На рис. 1 представлены результаты численного интегрирования (1), показывающие изменение минимального внутреннего радиуса канала во времени при развитии неустойчивости Релея с различной длиной волны. Эти расчеты выполнены для модельных значений параметров канала и жидкости  $r_0 = 1$  см,  $\alpha/\rho = 100$  см<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>. Для геометрически подобных систем с другими характеристиками жидкого металла следует учесть изменение масштабов времени

$$t^{\#} = t \left( \frac{r'_0}{r_0} \right)^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{\rho' \alpha}{\alpha' \rho}}.$$

Соотношение (9) согласуется с данными рис. 1. Так, при  $R/r_0 = 3.5$  ( $\tilde{\gamma}_m = 0.75$ ,  $\kappa_m = 0.6$ ) (рис. 3) и  $\rho_n/r_0 = 0.05$  характерное время развитие перетяжек  $t_0 \approx 0.4$  с (рис. 1), а оценка по формуле (9) дает значение  $t_0 = 0.45$  с.

### Список литературы

- [1] Lord Rayleigh. // Phil. Mag. 1892. Vol. 34. P. 145—154.
- [2] Faraday M. // Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. Math. and Phys. Sci. 1831. Vol. 121. P. 299—340.
- [3] Donnelly R. S., Glaberson W. // Proc. Roy. Soc. 1965. Vol. 290. P. 547—556.
- [4] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1944.
- [5] Рыкалин Н. Н., Зуев И. В., Углов А. А. Основы электронно-лучевой обработки материалов. М.: Машиностроение, 1978.
- [6] Аюпянц К. С., Емченко-Рыбко А. В. // Автоматическая сварка. 1981. № 9. С. 28—33.
- [7] Капица П. Л. // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. С. 588—597.
- [8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Наука, 1965.
- [9] Навин С. С., Изотов А. Н., Шикин В. В. // ДАН СССР. 1985. Т. 283. С. 121—125.

Институт электросварки  
им. Е. О. Патона АН УССР  
Киев

Поступило в Редакцию  
13 июля 1989 г.  
В окончательной редакции  
28 февраля 1990 г.