

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ МАГНИТНОЙ ИЗОЛЯЦИИ В ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

О. И. Василенко

В приближении односкоростной холодной гидродинамики рассмотрен квазистационарный, слабонеоднородный в продольном направлении режим магнитной изоляции в полосковой передающей линии. Получена линейная гиперболическая система уравнений, описывающая режим, и изучены решения, соответствующие ее характеристикам. Найдены зависимости локальной скорости от уровня напряжения, определяющие эволюцию формы импульса напряжения, и вольт-амперные характеристики. Показана невозможность движения протяженного фронта с постоянной скоростью. Приведены оценки границ применимости результатов.

Введение

В физике сильноточных систем ключевую роль играет использование и изучение магнитной изоляции. Особая роль отводится исследованию работы длинных передающих линий, область применения которых включает управляемый инерциальный термоядерный синтез и имитационные установки. Геометрическая протяженность линий выдвигает на первый план проблемы, связанные с нестационарными явлениями и снижением потерь энергии при ее транспортировке. Их теоретический анализ развивается в двух направлениях.

В первом из них существенно предположение о постоянстве скорости распространения фронта напряжения [1-3]. На этом пути в работе [1] показано, что введение небольшого тока подмагничивания позволяет устранить потери энергии во время прохождения фронта, и развит подход, дающий возможность рассчитывать важнейшие характеристики режима абсолютной магнитной изоляции. Полученные результаты согласуются с данными экспериментов [4, 5]. Однако дальнейший анализ показал [6], что сохранение баланса энергии импульса в линии не всегда совместимо с предположением о постоянстве скорости фронта. Поэтому возникает задача изучения работы линии при меняющейся скорости фронта и временной эволюции его формы.

Частично эта задача может быть рассмотрена в рамках второго подхода, основанного на приближении квазистационарности и квазиоднородности в продольном направлении, позволяющем использовать телеграфные уравнения. Такой подход развивался в работах [7, 8], в которых сделаны дальнейшие упрощения в описании локального состояния линии, и в работах [6, 9, 10], где в качестве локального состояния использовано бриллюэновское решение [11, 12]. В работе [13] в приближении сильно замагниченного электронного слоя рассматривались нестационарные эффекты в линиях и устройствах СВЧ.

В настоящей работе исследуются решения, соответствующие характеристикам телеграфных уравнений. Получены зависимости локальной скорости от напряжения, позволяющие проследить эволюцию формы его импульса, вольт-амперные характеристики, пределы применимости результатов и область существования режима магнитной изоляции.

Формулировка задачи и вывод уравнений

В общем случае динамика электронов в линии носит сложный характер. Ниже предполагается, что в пределах рассматриваемого участка линии существует режим магнитной изоляции, локальные характеристики которого близки к характеристикам стационарного, однородного в продольном направлении режима. Для существования магнитной изоляции необходимо присутствие внешнего магнитного поля, которое вместе с собственным полем электронного потока оказывает на последний действие, противоположное влиянию электрического поля, препятствуя прохождению электронов на анод. Будем считать, что внешнее магнитное поле однородно и стационарно и создается током подмагничивания I , текущим по электродам линии в отсутствие электрического поля. После подачи напряжения на линию в ней устанавливается режим магнитной изоляции, характеристики которого меняются во времени и пространстве. Задача, следовательно, может быть поставлена следующим образом. Заданы ток подмагничивания и распределение напряжения вдоль линии в некоторый момент времени. Необходимо найти параметры режима магнитной изоляции и их последующую эволюцию.

Рассмотрим полосковую линию, образованную прямоугольными параллельными электродами шириной y_0 . Введем прямоугольную систему координат, в которой ось x ортогональна электродам и ось z ориентирована вдоль длины линии. Будем считать, что система однородна в направлении y . Используем систему единиц, в которой скорость света, заряд и масса покоя электрона равны единице.

Локальное состояние линии опишем с помощью бриллюэновской модели [1, 11, 12], в которой электроны магнитоизолированного потока движутся по прямым линиям, параллельным оси z . Обозначим через x_k , x_a , x_m координаты катода, анода и границы пучок—вакуум соответственно. Распределение электрического E и магнитного B полей имеет вид в области, занятой пучком ($x_k \leq x \leq x_m$),

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\sigma}{x_a - x_k} \operatorname{sh} \left(\sigma \frac{x - x_k}{x_a - x_k} \right), \quad B_x = B_z = 0, \\ B_y = B &= \frac{\sigma}{x_a - x_k} \operatorname{ch} \left(\sigma \frac{x - x_k}{x_a - x_k} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

и в вакуумной области ($x_m \leq x \leq x_a$)

$$E_x = \frac{\sigma}{x_a - x_k} \operatorname{sh} \psi, \quad B_x = B_z = 0, \quad B_y = B = \frac{\sigma}{x_a - x_k} \operatorname{ch} \psi, \quad \psi = \sigma \frac{x_m - x_k}{x_a - x_k}. \quad (2)$$

где параметры σ и ψ характеризуют катодное магнитное поле и значения величин на границе вакуум—пучок.

Приближение квазистационарности и квазиоднородности состоит в описании полей E_x и B с помощью выражений (1), (2), в которых параметры σ и ψ считаются зависящими от z и t . Связь между параметрами следует из уравнений Максвелла. В вакуумной области

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{или} \quad \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial z} = 0,$$

что дает первое соотношение

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma \operatorname{ch} \psi) + \frac{\partial}{\partial t} (\sigma \operatorname{sh} \psi) = 0. \quad (3)$$

Рассмотрим далее уравнение

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{или} \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = - \frac{\partial B}{\partial t}.$$

Интегрируя его по x от x_k до x_a и учитывая, что на электродах $E_z = 0$, получим второе соотношение

$$\frac{\partial}{\partial z} (\text{ch } \psi + (\sigma - \psi) \text{sh } \psi) + \frac{\partial}{\partial t} (\text{sh } \psi + (\sigma - \psi) \text{ch } \psi) = 0 \quad (4)$$

системы телеграфных уравнений [5].

Уравнения (3), (4) образуют замкнутую нелинейную систему уравнений в частных производных. Она может быть приведена к линейному виду путем замены переменных. Выберем в качестве последних величины σ и ψ , а в качестве зависящих от них функций возьмем продольную координату z' и время t' в системе отсчета, в которой граничный электрон покоится. Скорость электрона на границе пучок-вакуум равна $\text{th } \psi$, поэтому, согласно преобразованиям Лоренца, имеем

$$z' = z \text{ch } \psi - t \text{sh } \psi, \quad t' = t \text{ch } \psi - z \text{sh } \psi. \quad (5)$$

Тогда (3), (4) эквивалентны соотношениям

$$\frac{\partial z'}{\partial \psi} + \frac{\partial}{\partial \sigma} ((\sigma - \psi) t') = 0, \quad \frac{\partial t'}{\partial \psi} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\sigma z') = 0, \quad (6)$$

которые образуют линейную гиперболическую систему.

Характеристические решения

Рассмотрим решения, соответствующие характеристикам системы (6). С точки зрения физической наглядности удобнее рассматривать уравнения (3), (4). Введем величину $\xi = z - u(\xi)t$ и будем считать, что зависимость σ и ψ от z и t сводится к зависимости только от ξ . Величина u тогда имеет смысл локальной скорости. Так как

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{u}{1 + t \frac{du}{d\xi}}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{1}{1 + t \frac{du}{d\xi}},$$

то уравнения (3), (4) сводятся к системе

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{d\xi} (\sigma - \psi) (\text{ch } \psi - u \text{sh } \psi) + \frac{d\sigma}{d\xi} (\text{sh } \psi - u \text{ch } \psi) &= 0, \\ \frac{d\psi}{d\xi} \sigma (\text{sh } \psi - u \text{ch } \psi) + \frac{d\sigma}{d\xi} (\text{ch } \psi - u \text{sh } \psi) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

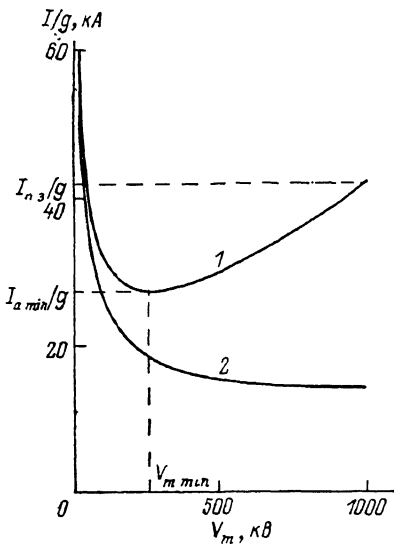


Рис. 1. Зависимости анодного тока I_a (1) и катодного тока I_k (2) от потенциала на границе электронного слоя V_m при фиксированном напряжении на аноде $V=1$ МВ.

$I_{n.s}$ — анодный ток в режиме полного заполнения; $I_{a \min}$ — минимальный анодный ток, соответствующий границе магнитной изоляции.

Условие нетривиальности ее решения имеет вид

$$(\sigma - \psi) (\text{ch } \psi - u \text{sh } \psi)^2 = \sigma (\text{sh } \psi - u \text{ch } \psi)^2,$$

из которого легко находятся два значения скорости, соответствующих двум характеристикам системы (6) [9],

$$u_{\pm} = \left(\text{th } \psi \pm \sqrt{\frac{\sigma_{\pm} - \psi}{\sigma_{\pm}}} \right) / \left(1 \pm \sqrt{\frac{\sigma_{\pm} - \psi}{\sigma_{\pm}}} \text{th } \psi \right). \quad (8)$$

С учетом (8) система (7) сводится к уравнению [9, 10]

$$\frac{d\sigma_{\pm}}{d\psi} = \pm \sqrt{\sigma_{\pm} (\sigma_{\pm} - \psi)}. \quad (9)$$

Для дальнейшего анализа удобно ввести локальное напряжение между электродами V

$$V = \int_{x_k}^{x_a} E_x dx = (\sigma - \psi) \operatorname{sh} \psi + \operatorname{ch} \psi - 1$$

и локальные величины катодного I_k и анодного I_a токов

$$\frac{2I_k}{g} = \sigma = \frac{V + 1 - \operatorname{ch} \psi}{\operatorname{sh} \psi} + \psi, \quad I_a = I_k \operatorname{ch} \psi. \quad (10)$$

Здесь $g = y_0 / (2\pi(x_a - x_k))$ — геометрический фактор, характеризующий вакуумный импеданс линии. Зависимости токов и локальных скоростей от напряжения

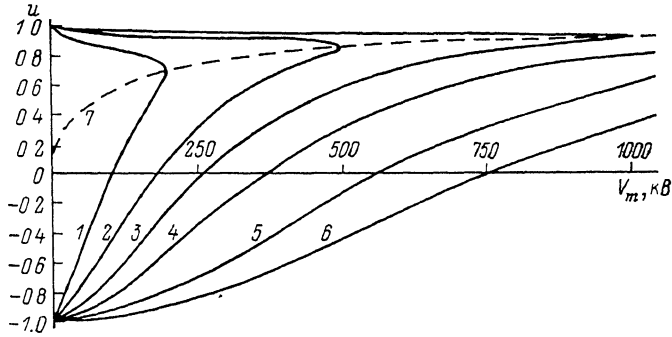


Рис. 2. Зависимости локальной скорости u от потенциала на границе электронного слоя V_m при различном напряжении на аноде.

1 — 0.2, 2 — 0.5, 3 — 1, 4 — 2, 5 — 5, 6 — 10 МВ; 7 — скорость граничного электрона $\operatorname{th} \psi$, $u_+ \geq \operatorname{th} \psi \geq u_-$.

на границе электронного слоя $V_m = \operatorname{ch} \psi - 1$ при фиксированном анодном напряжении V показаны на рис. 1, 2.

Связь между V и V_m определяется из преобразованного уравнения (9)

$$\frac{dV_{\pm}}{d\psi} = (V_{\pm} + 1 - \operatorname{ch} \psi) \operatorname{cth} \psi \pm \sqrt{(V_{\pm} + 1 - \operatorname{ch} \psi + \psi \operatorname{sh} \psi)(V_{\pm} + 1 - \operatorname{ch} \psi)} \quad (11)$$

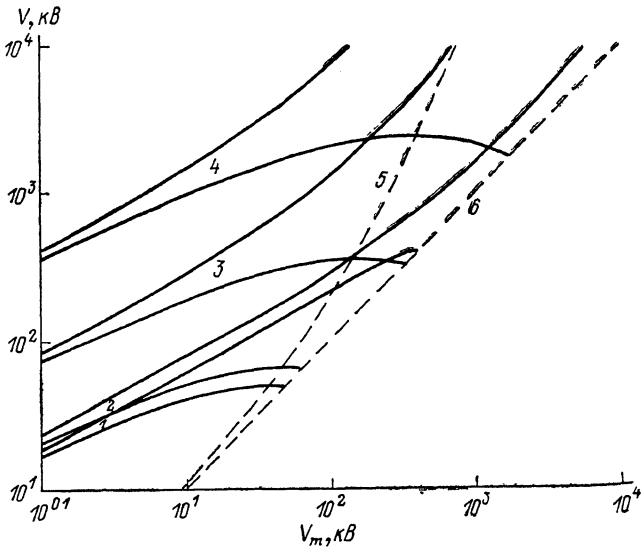


Рис. 3. Зависимости анодного напряжения (V_+ — верхние кривые, V_- — нижние кривые) от потенциала на границе электронного слоя V_m при различном токе подмагничивания I/g . 1 — 5, 2 — 6, 3 — 20, 4 — 100 кА; 5 — граница магнитной изоляции ($V_m = V_m \text{ min}$), 6 — режим полного заполнения ($V_m = V$).

и начальных условий, соответствующих линии без электронов,

$$V(\psi = 0) = 0, \quad \frac{dV}{d\psi}(\psi = 0) = \frac{2I}{g}.$$

Согласно (10), I равен току, текущему по электродам линии при нулевом на ней напряжении, и, следовательно, имеет смысл тока подмагничивания. Интегрирование в (11) по ψ возможно до точки $\text{sh } \psi = 1 = V$, отвечающей режиму полного заполнения электронами межэлектродного пространства. Таким образом, при заданном токе подмагничивания I напряжение на линии, при котором возможен режим магнитной изоляции, варьируется от нуля до некоторого $V_{\text{max}}(I)$ (рис. 3). При $V > V_{\text{max}}$ линия работает в режиме перекрытия.

По расчетам значения $I/g = 3.56, 5.58, 5.94$ кА соответствуют $V_{\text{max}} = 10^2, 10^3, 10^4$ кВ. Для $I/g > 6$ кА режим магнитной изоляции существует практически при любых анодных напряжениях (так называемая абсолютная изоляция).

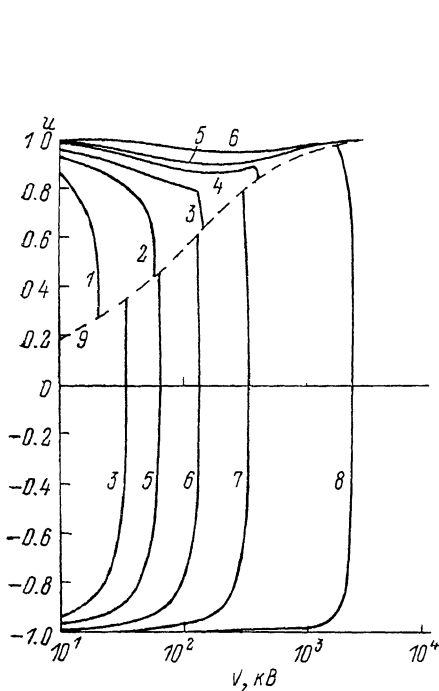


Рис. 4. Зависимости локальной скорости u от анодного напряжения V при различном токе подмагничивания I/g .

1 — 2, 2 — 3, 3 — 4, 4 — 5, 5 — 6, 6 — 10, 7 — 20, 8 — 100 кА; 9 — скорость граничного электрона $= \text{th } \psi$; $u_+ \geq \text{th } \psi \geq u_-$.

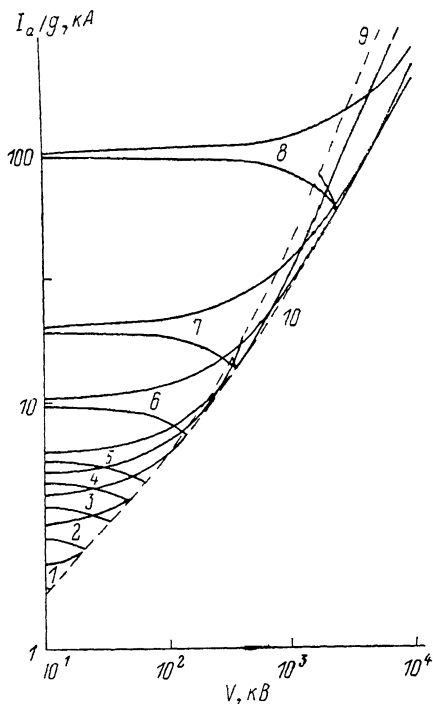


Рис. 5. Зависимости анодного тока I_a от анодного напряжения V (I_{a+} — возрастающие кривые, I_{a-} — убывающие кривые) при токе различном подмагничивания I/g .

1—8 — то же, что и на рис. 4; 9 — режим полного заполнения ($I_a = I_{a+}$), 10 — граница магнитной изоляции ($I_a = I_{a \text{ min}}$).

ция), что хорошо согласуется [5] с аналогичным значением $I/g > 8.5$ кА, полученным в работе [1], в которой используется приближение постоянной скорости и отсутствуют ограничения на крутизну фронта импульса напряжения.

На рис. 4 показаны зависимости скорости от величины анодного напряжения при заданном токе подмагничивания. Они решают поставленную вначале задачу об эволюции формы импульса напряжения. Если заданы начальное его продольное распределение и величина тока подмагничивания, то тем самым однозначно определены и величины скоростей локальных уровней напряжения и, следовательно, их последующие абсолютное и относительное перемещения, определяющие движение импульса и изменение его формы. Отметим, что в рамках рассматриваемого приближения нельзя указать форму импульса напряжения, которая сохранялась бы неизменной при его движении с постоянной скоростью. Эти расчеты позволяют также обобщить результаты работы [13] на случай произвольных параметров режима магнитной изоляции.

Вольт-амперные характеристики, связывающие полный ток I_a и анодное напряжение V при разных значениях тока подмагничивания I , представлены

на рис. 5. Концы кривых лежат на линии, соответствующей режиму полного заполнения, а их огибающей снизу является граница магнитной изоляции. В области между этими характерными линиями решение (1), (2) двузначно по полному току (рис. 1), что находит свое отражение и в поведении $I_a(V)$.

Пределы применимости используемого в работе подхода получаются из соотношений (1), (2). В системе отсчета, движущейся со скоростью u , режим локально стационарен и характерная длина изменения величин в продольном направлении λ' должна превышать $(x_a - x_k)/\sigma$ для справедливости квазиоднородного приближения. Отсюда в лабораторной системе отсчета получаем ограничения снизу на величины характерных длины λ и времени τ

$$\lambda > \frac{x_a - x_k}{\sigma} \sqrt{1 - u^2}, \quad \tau > \frac{x_a - x_k}{uc} \sqrt{1 - u^2}.$$

Список литературы

- [1] *Василенко О. И.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 1. С. 76—82.
- [2] *Василенко О. И.* // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. Вып. 23. С. 1237—1241.
- [3] *Гордеев А. В.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 4. С. 784—788.
- [4] *Айрапетов А. Ш., Крастелев Е. Г., Яблоков Б. Н.* // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 7. С. 1548—1550.
- [5] *Voronin V. S., Kolomensky A. A., Krastelev E. G. et al.* // Proc. 3rd Intern. Topical Conf. on High Power Electron and Ion Beam Research and Technology. Novosibirsk, 1979. Vol. 2. P. 593—602.
- [6] *Василенко О. И.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 5. С. 10—16.
- [7] *Баранчиков Е. И., Гордеев А. В., Королев А. Д., Сминов В. П.* // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. Вып. 3. С. 106—110.
- [8] *Bergeron K. D.* // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48. N 7. P. 3065—3069.
- [9] *Василенко О. И.* // Вестник МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1990. Т. 31. № 1. С. 11—17. Автореф. канд. дис. М., 1978.
- [10] *Гордеев А. В., Заживилин В. В.* // Науч.-техн. сб. ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 1982. Вып. 1 (9). С. 55—60.
- [11] *Creedon J. M.* // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46. N 7. P. 2946—2955.
- [12] *Данилов В. Н.* // РиЭ. 1963. Т. 8. № 11. С. 1892—1900.
- [13] *Лебедев А. Н., Тимофеев В. Ф.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 10. С. 1909—1915.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова
Научно-исследовательский институт
ядерной физики

Поступило в Редакцию
25 ноября 1988 г.
В окончательной редакции
15 июня 1990 г.