

Петрозаводский государственный университет им. О. В. Куусинена

Поступило в Редакцию  
 7 декабря 1989 г.  
 В окончательной редакции  
 15 мая 1990 г.

07; 12

Журнал технической физики, т. 60, в. 10, 1990

© 1990 г.

## ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТЫ И АМПЛИТУДЫ ВИБРАЦИЙ ТЕЛА МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОЙ СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

Л. М. Веселов, И. А. Попов

В настоящей работе исследуются статистические характеристики когерентного излучения, рассеянного на шероховатой поверхности, применительно к задаче неконтактного определения частоты и амплитуды вибраций тела. Ранее статистика рассеянного когерентного излучения при движении рассеивающей поверхности последовала лишь при прямолинейном перемещении или вращении (см., например, [1, 2]); случай колебательного движения или движения с переменной скоростью, насколько нам известно, не анализировался.

Рассмотрим плоскую шероховатую поверхность, колеблющуюся в своей плоскости по закону  $h = h_0 \sin \omega t$ , где  $h_0$  — амплитуда смещения,  $\omega$  — частота колебания. Условия освещения и наблюдения таковы, что угол падения на поверхность когерентного гауссова пучка и угол наблюдения близки к нормальному. Предполагая, что выполнены условия формирования нормально развитой спекл-картины [3], и используя подход, изложенный в работе [2], для временной корреляционной функции флуктуаций интенсивности рассеянного излучения во френелевой зоне несложно получить

$$C_I(t_1, t_2) = k \exp[-a(\sin \omega t_1 - \sin \omega t_2)^2], \quad (1)$$

где

$$a = \frac{h_0^2}{w^2} \left[ 1 + \frac{4\pi^2 w^4}{\lambda^2} \left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{l} \right)^2 \right], \quad (2)$$

$w$  — радиус гауссова пучка на рассеивающей поверхности по уровню поля  $e^{-1}$ ,  $\lambda$  — длина волны,  $\rho$  — радиус кривизны волнового фронта,  $l$  — расстояние от поверхности до точки наблюдения,  $k$  — постоянная.

Корреляционная функция (1) зависит от двух переменных ( $t_1, t_2$ ), причем эта зависимость не сводится к зависимости от их разности, что связано с очевидной нестационарностью процесса рассеяния при колебательном движении шероховатой поверхности (рис. 1). По каждой переменной ( $t_1, t_2$ ) корреляционная функция имеет периодический вид, обусловленный периодичностью движения рассеивающей поверхности: в каждый период колебания пучком света освещаются одни и те же участки рассеивателя.

Отметим, что экспериментальное определение двумерной корреляционной функции (1) — довольно трудоемкая задача, поэтому более предпочтительным является измерение спектральной плотности случайного процесса. Вследствие периодичности спектр мощности должен иметь линейчатую структуру с расстоянием между компонентами, равным частоте колебаний тела.

Используя обобщенную теорему Винера—Хинчина [4], для амплитуды  $n$ -й гармоники спектра мощности флуктуаций интенсивности излучения получим

$$b_n = \left( \frac{\omega}{2\pi} \right)^2 \int_0^{2\pi/\omega} \int_0^{2\pi/\omega} C_I(t_1, t_2) \exp[-in\omega(t_1 + t_2)] dt_1 dt_2. \quad (3)$$

В зависимости от амплитуды колебаний, параметров освещения и наблюдения величина  $\alpha$ , определяемая соотношением (2), может принимать значения 10—10<sup>6</sup>. При  $\alpha \gg 1$  (прак-

тически при  $x > 10$ ) асимптотическое вычисление интеграла (3), где  $C_I(t_1, t_2)$  определяется из (1), дает следующий результат:

$$\left| \frac{b_n}{b_1} \right| \simeq \frac{\exp\left(-\frac{n^2}{8\alpha}\right) K_0\left(\frac{n^2}{8\alpha}\right)}{\ln\left(\frac{16\alpha}{\gamma}\right)}, \quad n \geq 1. \quad (4)$$

Здесь  $K_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя (называемая также функцией Макдональда) нулевого порядка,  $\gamma=1.781$  — постоянная Эйлера.

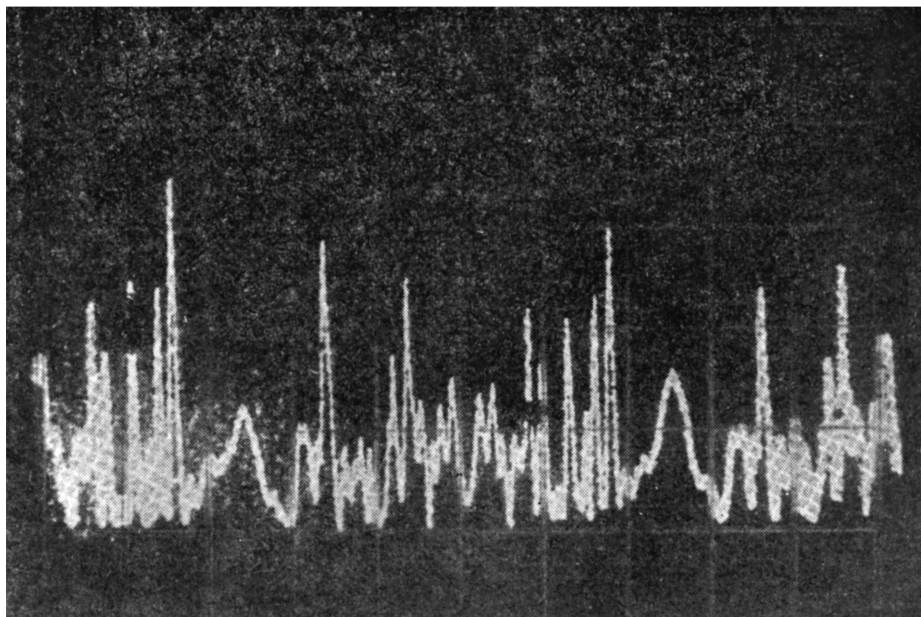


Рис. 1. Временная развертка интенсивности излучения, рассеянного колебательно движущейся поверхностью.

Скорость развертки 10 мс/дел.

При малых значениях аргумента  $K_0(x) \simeq \ln(2/\gamma x)$  [6],  $\exp(-x) \simeq 1$ , с учетом последнего соотношение (4) можно переписать в следующем виде:

$$\left| \frac{b_n}{b_1} \right| \simeq \frac{\ln\left(\frac{16\alpha}{\gamma n^2}\right)}{\ln\left(\frac{16\alpha}{\gamma}\right)} \quad \text{при} \quad \frac{n^2}{8\alpha} \ll 1. \quad (5)$$

Из (5) легко определить номер гармоники  $n_0$ , отвечающий условию  $|b_n/b_1|=0.5$ ,

$$n_0 = 2 \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\gamma}}. \quad (6)$$

Аргумент модифицированной функции Бесселя и экспоненты в (4) остается при этом малой величиной  $n_0^2/8\alpha = (2\sqrt{\alpha\gamma})^{-1} < 0.12$  при  $\alpha > 10$ , что подтверждает правомерность использованного приближения.

Величина  $n_0$  может быть определена экспериментально. Из (2) с учетом (6) для амплитуды колебаний тела получим

$$h_0 = \frac{\gamma n_0^4}{16 \sqrt{\frac{1}{w^2} + \frac{4\pi^2 w^2}{\lambda^2} \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{l}\right)^2}}. \quad (7)$$

Соотношения (3)—(5) описывают спектр мощности флуктуаций, усредненный по ансамблю реализаций. Усреднение по времени спектра не приводит, как известно [6], к детерминированной функции частоты. Получаемый при временном усреднении спектр случайного процесса обнаруживает значительные флуктуации амплитуд гармоник вокруг огибающей.

Экспериментально спектр мощности рассеянного излучения исследовался на  $\lambda = 0.63$  мкм. Для освещения мы использовали одномодовый He—Ne лазер, излучение которого через линзу направлялось на стеклянную пластину, матированную с одной стороны; в качестве приемника излучения использовался кремниевый фотодиод. Усиленный электрический сигнал с фотоприемника поступал на вход многоканального анализатора спектра СК4-72, который позволял накапливать, многократно усреднять спектр шумоподобного сигнала в полосе до 20 кГц, а также представлять полученный результат в квадратичном масштабе.

В левой части рис. 2 показаны спектры мощности рассеянного излучения в полосе 1 кГц, усредненные по ансамблю из 24 независимых реализаций и полученные при параметрах освещения и наблюдения, отвечающих различным значениям  $\alpha$ . Независимые реализации

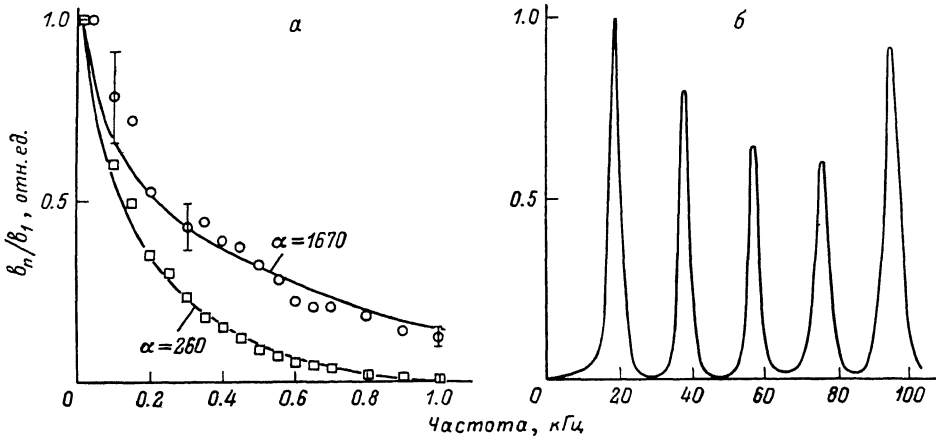


Рис. 2. Осциллограммы спектров мощности флуктуаций интенсивности рассеянного когерентного излучения.

*a* — спектральное разрешение 10 Гц, *b* — спектральное разрешение 1.0 Гц. Штриховая линия — огибающая спектра, построенная исходя из соотношения (4).

получали путем перемещения лазерного пятна по диффузной поверхности. Сплошными линиями показаны огибающие спектра, построенные на основе соотношения (4). Отметим неплохое соответствие расчетной огибающей с экспериментально полученным спектром после проведения усреднения. В правой части рисунка показан фрагмент спектра в полосе 100 Гц, видна отчетливая линейчатая структура спектра.

По частотному расстоянию между компонентами спектра можно определить частоту колебаний тела, а по ширине спектра на уровне 0.5 — отвечающее этому уровню число гармоник  $n_0$ , а вместе с ним из (7) амплитуду колебаний тела. Диапазон измеряемых значений амплитуд данным методом определяется условием справедливости соотношения (4)  $\alpha > 10$ . Варьируя параметры освещения и наблюдения, нетрудно достигнуть диапазона измеряемых амплитуд  $h_0 > 20\lambda$ .

### Список литературы

- [1] Бакут П. А., Мандросов В. И., Матвеев И. Н., Устинов Н. Д. Теория когерентных изображений. М.: Радио и связь, 1987. 264 с.
- [2] Yoshimura T. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1986. Vol. 3. N 7. P. 1032—1054.
- [3] Dainty J. C. // Progress in Optics. 1976. Vol. 14. P. 3—46.
- [4] Перина Я. Когерентность света. М.: Мир, 1974. С. 23.
- [5] Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. 248 с.
- [6] Куликов Е. И. Методы измерения случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986. 272 с.

Поступило в Редакцию  
20 июля 1989 г.

В окончательной редакции  
17 мая 1990 г.

