

Влияние поверхностного рассеяния носителей заряда на высокочастотную проводимость тонкой цилиндрической полупроводниковой проволоки

© И.А. Кузнецова, Р.Р. Хадчукаев, А.А. Юшканов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
Ярославль, Россия

E-mail: kuz@uniyar.ac.ru

(Поступила в Редакцию 30 июля 2008 г.)

Кинетическим методом решена задача о высокочастотной проводимости тонкой цилиндрической полупроводниковой проволоки. Рассмотрен диффузно-зеркальный механизм отражения носителей заряда от внутренней поверхности проволоки. Расчеты проведены для невырожденного полупроводника n -типа (p -типа) проводимости со стандартной сферически-симметричной энергетической зоной. Соотношение между радиусом поперечного сечения проволоки и длиной свободного пробега носителей заряда считается произвольным.

Работа выполнена в рамках мероприятия 5.2 Федеральной целевой программы „Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2012 гг.“ по теме „Развитие центра коллективного пользования научным оборудованием для обеспечения комплексных исследований в области диагностики микро- и наноструктур электроники, наноматериалов, биоорганических нанообъектов и технологий их получения“.

PACS: 72.20.-i, 72.10.-d, 73.63.-b

1. Введение

Электрические свойства проводников, линейный размер которых сравним с длиной свободного пробега носителей заряда, существенно отличаются от свойств „массивных“ образцов [1–4].

В фундаментальной работе [1] выполнен расчет проводимости цилиндрической проволоки (отношение ее радиуса R к длине L много меньше единицы) в случае стационарного электрического поля. В работе [2] экспериментально установлено, что удельное электрическое сопротивление тонких металлических проволок (при заданной температуре) зависит от геометрии проволок. Непосредственно в этой работе измерялось электрическое сопротивление тонких металлических проволок прямоугольного сечения. В [3,4] рассчитывалась высокочастотная проводимость тонких металлических проволок прямоугольного и круглого сечения в продольном магнитном поле. В упомянутых работах применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов проводимости в металле.

В последнее время задачи о проводимости тонких проволок становятся особенно актуальными в связи с бурным развитием микро- и наноэлектроники, где такие проволоки широко применяются.

В настоящей работе в квазиклассическом приближении исследуется влияние механизма поверхностного отражения электронов (дырок) на электрическую проводимость тонкой цилиндрической полупроводниковой проволоки n -типа (p -типа) проводимости, к концам которой приложено переменное электрическое напряжение частоты ω .

Кинетическим методом ищется неравновесная функция распределения, описывающая линейный отклик носителей заряда на переменное электрическое поле. По найденной функции распределения для случая невырожденного полупроводника рассчитывается зависимость интегральной проводимости проволоки от частоты внешнего поля ω , соотношения R/λ (R — радиус проволоки, λ — длина свободного пробега носителей заряда) и коэффициента зеркальности q .

Отметим, что при комнатной температуре во многих типичных полупроводниках значения длины свободного пробега λ составляют 10–1000 nm, а характерная длина волны де Бройля при этой температуре $\lambda_B \sim 10$ nm. В металлах с хорошей проводимостью $\lambda \sim 10$ –100 nm, а длина волны де Бройля порядка межатомного расстояния $\lambda_B \approx 0.3$ nm [5,6]. Таким образом, ситуация, когда можно пренебречь квантовыми размерными эффектами, т. е. когда $\lambda_B \ll R < \lambda$, реализуется.

2. Постановка задачи

Рассматривается цилиндрическая полупроводниковая проволока n -типа (p -типа) проводимости радиуса R и длины L (считаем, что $L \gg R$), к концам которой приложено переменное электрическое напряжение частоты ω . Направление электрического поля совпадает с осью цилиндра. Скин-эффект не учитывается (предполагается, что $R < \delta$ — глубины скин-слоя) [7]. На соотношение между радиусом проволоки R и длиной свободного пробега носителей заряда λ ограничений не накладывается.

Однородное периодическое по времени электрическое поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

воздействует на носители заряда и вызывает появление внутри проволоки высокочастотного тока \mathbf{j} .

Связь между \mathbf{E} и \mathbf{j} в случае, когда радиус проволоки R сравним с длиной свободного пробега электронов (дырок) λ или меньше ее ($R \leq \lambda$), оказывается существенно нелокальной. Для описания этой связи необходимо знать неравновесную функцию распределения носителей заряда $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, где f_1 — отклонение функции распределения f от равновесной фермиевской функции распределения f_0 [5]

$$f_0 = \frac{1}{\exp((\varepsilon - \mu)/k_0T) + 1}. \quad (2)$$

Здесь μ — химический потенциал, T — температура проволоки, k_0 — постоянная Больцмана. Рассматривается стандартная сферически-симметричная энергетическая зона, для которой зависимость энергии электрона (дырки) ε от скорости \mathbf{v} имеет вид: $\varepsilon = mv^2/2$ (m — эффективная масса электрона (дырки)).

Функция распределения f_1 ($f_1 \sim \exp(-i\omega t)$) находится из решения кинетического уравнения Больцмана. В приближении времени релаксации линеаризованное по внешнему полю \mathbf{E} кинетическое уравнение имеет вид [8,9]

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (3)$$

Здесь e — заряд электрона, τ — время релаксации.

Внешнее электрическое поле (1) действует на носители заряда, что приводит к появлению внутри проволоки высокочастотного тока плотностью \mathbf{j}

$$\mathbf{j} = e \int \mathbf{v} f \frac{2d^3(mv)}{h^3} = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v. \quad (4)$$

В формуле (4) использована стандартная нормировка функции распределения f , при которой плотность электронных состояний равна $2/h^3$.

Однозначное решение поставленной задачи возможно при выборе граничного условия для неравновесной функции распределения $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ на цилиндрической поверхности проволоки. В качестве такового принимаем условие зеркально-диффузного отражения носителей заряда от поверхности [3,9]

$$f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z) = q f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp, \mathbf{v}_z) \text{ при } \begin{cases} |\mathbf{r}_\perp| = R, \\ \mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp < 0, \end{cases} \quad (5)$$

где \mathbf{r}_\perp и \mathbf{v}_\perp — соответственно компоненты радиус-вектора электрона (дырки) \mathbf{r} и скорости \mathbf{v} в плоскости, перпендикулярной оси симметрии проволоки, $\mathbf{v}'_\perp = \mathbf{v}_\perp - 2\mathbf{r}_\perp(\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp)/R^2$ — вектор скорости, который при зеркальном отражении от внутренней поверхности

проволоки в точке \mathbf{r}_\perp ($|\mathbf{r}_\perp| = R$) переходит в вектор \mathbf{v}_\perp ; \mathbf{v}_z — составляющая скорости электрона (дырки) вдоль оси симметрии проволоки; q — коэффициент зеркальности (вероятность зеркального отражения): $0 \leq q \leq 1$.

При $q = 0$ получаем условие диффузного отражения носителей заряда от внутренней поверхности проволоки, а при $q = 1$ — условие чисто зеркального отражения. При значениях $q \neq 0$ и $q \neq 1$ получаем различные варианты смешанного (зеркально-диффузного) отражения электронов (дырок).

3. Функция распределения

Кинетическое уравнение (3) решается методом характеристик [3,4,10]. Изменение f_1 вдоль траектории (характеристики) $d\mathbf{r} = \mathbf{v} dt'$ определяется уравнением

$$df_1 = -\left(v f_1 + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) dt', \quad (6)$$

где $v = \frac{1}{\tau} - i\omega$ — комплексная частота рассеяния.

Граничное условие (5) позволяет проследить за изменением функции $f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$ вдоль зеркально отражающейся траектории. В точке отражения $t' = t_n$ функция $f_1(t')$ испытывает скачок

$$f_1(t_n + 0) = q f_1(t_n - 0). \quad (7)$$

Знак $+/-$ обозначает предел функции $f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$ в точке отражения t_n справа или слева по времени пролета.

При зеркальном отражении сохраняется угловой момент $[\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp] = [\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp]$, поэтому на рассматриваемой траектории $[\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp] = \text{const}$. Величина $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})$ также постоянна на траектории. Разность $t_n - t_{n-1}$ не зависит от номера n точки отражения

$$t_n = n t_0 + \text{const}, \quad n \in Z,$$

где t_0 — время пролета электрона со скоростью \mathbf{v}_\perp от точки $\mathbf{r}_{n-1\perp}$ до точки $\mathbf{r}_{n\perp}$

$$t_0 = -\frac{2(\mathbf{v}_{n\perp} \cdot \mathbf{r}_{n\perp})}{v_\perp^2}.$$

Решением уравнения (6) является функция

$$f_1 = C \exp(-vt') + A, \quad A = -\frac{e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{v} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}. \quad (8)$$

Параметр t' в выражении (8) имеет смысл времени движения электрона вдоль траектории от границы, на которой происходит отражение, до точки \mathbf{r}_\perp со скоростью \mathbf{v}_\perp . Применяя условие (7) к решению (8) на интервале (t_{n-1}, t_n) , получим связь между начальными значениями f_1 на двух соседних звеньях траектории

$$f_1(t_n + 0) = q \{ A(1 - \exp(-vt_0)) + f_1(t_{n-1} + 0) \exp(-vt_0) \}.$$

Затем, выражая с помощью этого рекуррентного соотношения $f_1(t_{n-1} + 0)$ через $f_1(t_{n-2} + 0)$ и т.д., приходим к выражению для $f_1(t_n + 0)$ через сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $q \exp(-\nu t_0)$. Суммируя ее, получаем

$$f_1(t_n + 0) = \frac{qA(1 - \exp(-\nu t_0))}{(1 - q \exp(-\nu t_0))}. \quad (9)$$

Окончательно определяем конкретный вид функции распределения f_1 (8), используя начальное условие (9)

$$\begin{aligned} f_1(t') &= A \left\{ \frac{q-1}{1 - q \exp(-\nu t_0)} \right\} \exp(-\nu t') + A \\ &= A \left\{ \frac{(q-1) \exp(-\nu t')}{1 - q \exp(-\nu t_0)} + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Параметры t' и t_0 можно связать с координатами точки $(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp)$ в фазовом пространстве (при $n=0$, $\mathbf{v}_{0\perp} = \mathbf{v}_\perp$) условиями

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_\perp &= \mathbf{r}_{0\perp} + \mathbf{v}_\perp t', \quad \mathbf{v}_\perp \cdot \mathbf{r}_{0\perp} < 0, \\ r_{0\perp}^2 &= R^2, \quad t_0 = -\frac{2(\mathbf{v}_\perp \cdot \mathbf{r}_{0\perp})}{v_\perp^2}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{r}_{0\perp}$ — компонента радиус-вектора электрона (дырки) в плоскости, перпендикулярной оси симметрии, в момент отражения от цилиндрической границы проволоки. Исключая отсюда $\mathbf{r}_{0\perp}$, получаем

$$\begin{aligned} t' &= \left\{ \mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp + \left[(\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp)^2 + (R^2 - r_\perp^2) v_\perp^2 \right]^{1/2} \right\} / v_\perp^2, \\ t_0 &= 2 \left[(\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp)^2 + (R^2 - r_\perp^2) v_\perp^2 \right]^{1/2} / v_\perp^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Соотношения (10), (11) полностью определяют функцию $f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, v_z, t)$ в случае зеркально-диффузного отражения носителей заряда от внутренней поверхности цилиндрической проволоки.

4. Расчет проводимости

Найденная функция распределения позволяет рассчитать плотность тока (4) внутри проволоки.

При вычислении интеграла (4) удобно перейти к цилиндрическим координатам как в пространстве координат (r_\perp, φ, z) ; полярная ось — ось Z ; вектор \mathbf{E}_0 параллелен оси Z), так и в пространстве скоростей (v_\perp, α, v_z) ; v_z — полярная ось). Ось симметрии проволоки совпадает с осью Z .

Поле (1) в цилиндрических координатах имеет лишь z -компоненту

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z; \quad E_z = E_0 \exp(-i\omega t).$$

Соответственно и ток (4) обладает лишь z -компонентой (линии тока являются прямыми, параллельными оси Z)

$$j_z = E_z 2e^2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \int v_z^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \left\{ \frac{(q-1) \exp(-\nu t')}{1 - q \exp(-\nu t_0)} + 1 \right\} d^3 v.$$

В силу симметрии задачи интегрирование по всему диапазону скоростей v_z заменяется интегрированием по положительному диапазону, и результат удваивается. Поэтому, подставляя пределы интегрирования, приходим к выражению

$$\begin{aligned} j_z &= E_z e^2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \\ &\times \frac{8}{v} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^\infty v_z^2 \frac{\exp\left(\frac{m(v_z^2 + v_\perp^2)}{2k_0 T} - \frac{\mu}{k_0 T}\right)}{\left[\exp\left(\frac{m(v_z^2 + v_\perp^2)}{2k_0 T} - \frac{\mu}{k_0 T}\right) + 1 \right]^2 k_0 T} \\ &\times \left\{ \frac{(q-1) \exp(-\nu t')}{1 - q \exp(-\nu t_0)} + 1 \right\} v_\perp dv_\perp d\alpha dv_z \end{aligned}$$

(движение электронов (дырок) симметрично относительно любой диаметальной плоскости, в которой лежит точка их положения на траектории, поэтому можно считать, что угол α в пространстве скоростей изменяется от 0 до π , и удваивать результат интегрирования по этой переменной).

Далее для удобства вычислений перейдем к новым безразмерным переменным и преобразуем выражение для плотности тока j_z к виду

$$\begin{aligned} j_z &= \frac{e^2 n R E_z}{\pi I_0 m v_{1z} z_0} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{\exp(u_z + u_\perp - u_\mu) \sqrt{u_z}}{[\exp(u_z + u_\perp - u_\mu) + 1]^2} \\ &\times \left\{ \frac{(q-1) \exp(-z \eta \tilde{v}_1 / \sqrt{u_\perp})}{1 - q \exp(-z \eta_0 \tilde{v}_1 / \sqrt{u_\perp})} + 1 \right\} du_\perp d\alpha du_z, \\ I_0 &= \int_0^\infty \frac{u^{1/2} du}{\exp(u - u_\mu) + 1}. \end{aligned}$$

Здесь введены безразмерные переменные

$$z_0 = v \frac{R}{v_1} = x_0 - i y_0, \quad x_0 = \frac{R}{\lambda}, \quad y_0 = \frac{R \omega}{v_1}, \quad \xi = \frac{r}{R},$$

$$u_z = \frac{m v_z^2}{2k_0 T}, \quad u_\perp = \frac{m v_\perp^2}{2k_0 T}, \quad u = \frac{\varepsilon}{k_0 T}, \quad u_\mu = \frac{\mu}{k_0 T}$$

и использованы следующие обозначения:

$$t' = \frac{R}{v_\perp} (\xi \cos \alpha + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha}) = \frac{R}{v_\perp} \eta,$$

$$t_0 = \frac{R}{v_\perp} 2 \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha} = \frac{R}{v_\perp} \eta_0.$$

При нормировке z_0 использовалась характерная скорость носителей заряда v_1 , которая вводится следующим образом:

$$nv_1^2 = \frac{5}{3} \int v^2 f_0 \frac{2d^3(mv)}{h^3}, \quad (12)$$

$$\tilde{v}_1 = \sqrt{\frac{m}{2k_0T}} v_1 = I_0^{-1/2} \left(\frac{5}{3} \int_0^\infty \frac{u^{3/2} du}{\exp(u - u_\mu) + 1} \right)^{1/2},$$

$$n = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int f_0 d^3v = 4\pi \left(\frac{m}{h} \right)^3 \left(\frac{2k_0T}{m} \right)^{3/2} I_0.$$

Коэффициент $5/3$ в (12) взят с тем расчетом, чтобы для случая сильно вырожденного Ферми-газа ($u_\mu \gg 1$) $v_1 \rightarrow v_0$ при $T \rightarrow 0$, где v_0 — фермиевская скорость, определяемая выражением (12) для функции Ферми f_0 [11]. В другом предельном случае невырожденного электронного газа ($u_\mu < 0$) при $T \rightarrow \infty$ $v_1 \rightarrow \sqrt{5k_0T/m}$, т. е. имеет порядок средней тепловой скорости носителей заряда.

Полный ток I через поперечное сечение цилиндрической проволоки определяется выражением

$$I = 2\pi R^2 \int_0^1 j_z \xi d\xi.$$

Формально воспользовавшись законом Ома в виде $I = GU$ (где U — напряжение на концах проволоки) и учитывая, что электрическое поле внутри проволоки однородно ($U = E_z L$, где L — длина проволоки), получаем формулу для интегральной проводимости проволоки G

$$G = G_0 P(x_0, y_0, u_\mu, q), \quad G_0 = 2 \frac{e^2 n R^3}{m v_1 L}, \quad (13)$$

$$P(x_0, y_0, u_\mu, q) = \frac{1}{I_0 z_0} \int_0^1 \int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{\exp(u_z + u_\perp - u_\mu) \sqrt{u_z}}{[\exp(u_z + u_\perp - u_\mu) + 1]^2} \times \left\{ \frac{(q-1) \exp(-z_0 \eta \tilde{v}_1 / \sqrt{u_\perp})}{1 - q \exp(-z_0 \eta_0 \tilde{v}_1 / \sqrt{u_\perp})} + 1 \right\} \xi du_\perp da d\xi, \quad (14)$$

где $P(x_0, y_0, u_\mu, q)$ — безразмерный коэффициент (назовем его безразмерной интегральной проводимостью), который учитывает влияние размерных эффектов (конечности поперечного сечения проволоки), частоты внешнего поля, степени вырождения и коэффициента зеркальности на проводимость.

В пределе чисто зеркального отражения электронов на границе проволоки ($q = 1$) для расчета безразмерной интегральной проводимости P получаем

$$P(x_0, y_0) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{z_0} = \frac{\pi}{2} \frac{x_0 + i y_0}{x_0^2 + y_0^2}. \quad (15)$$

Выражение (15) (с учетом (13)) соответствует классическому результату для цилиндрической проволоки

(формула Друде). Это связано с тем, что при $q = 1$ граница проволоки не оказывает влияния на функцию распределения электронов f . Высокочастотный ток внутри зеркально отражающей проволоки удовлетворяет локальному закону Ома при любом соотношении между радиусом проволоки R и длиной свободного пробега носителей заряда λ . Таким образом, при зеркальном отражении отсутствуют нелокальные (поверхностные) эффекты.

Независимо от характера отражения электронов (дырок) на границе (при любых q) с ростом размера проволоки при $x_0 \gg 1$ (в этом случае в формуле (14) можно пренебречь членом с экспонентами ввиду их быстрого затухания) также имеет место макроскопическая асимптотика (15).

5. Случай невырожденного электронного газа

В выражении (14) учитывается влияние поверхностного рассеяния на проводимость в случае произвольного вырождения, т. е. произвольного значения $u_\mu = \mu/k_0T$. Поскольку это влияние сохраняет общие закономерности независимо от степени вырождения, для простоты расчетов можно рассмотреть наиболее простой предельный случай невырожденного электронного газа ($\exp(-u_\mu) \gg 1$). При этом, как известно, функция распределения Ферми–Дирака (2) переходит в классическое распределение Максвелла–Больцмана, а интеграл (14) существенно упрощается, поскольку в знаменателе подынтегральной функции можно пренебречь единицей по сравнению с экспонентой и проинтегрировать полученное выражение по переменной u_z . Кроме того, в этом случае $\tilde{v}_1 \rightarrow \sqrt{5/2}$, и интеграл $I_0 = \sqrt{\pi} \exp(u_\mu)/2$. С учетом указанного выше проводимость $P(x_0, y_0, q)$ имеет вид

$$P(x_0, y_0, q) = \frac{1}{2z_0} \int_0^1 \int_0^\pi \int_0^\pi \xi \exp(-u_\perp) \times \left\{ \frac{(q-1) \exp(-z_0 \eta \sqrt{5/2} / \sqrt{u_\perp})}{1 - q \exp(-z_0 \eta_0 \sqrt{5/2} / \sqrt{u_\perp})} + 1 \right\} du_\perp da d\xi, \quad (16)$$

Численный расчет модуля и фазы безразмерной интегральной проводимости (16) представлен на рис. 1–6.

Отметим, что применению классической статистики способствует малая концентрация носителей заряда в полупроводнике ($n < 10^{19} \text{ см}^{-3}$) и высокая температура [5].

6. Обсуждение результатов

На рис. 1 представлены зависимости модуля M безразмерной интегральной проводимости P от безразмерной частоты электрического поля y_0 . Безразмерная

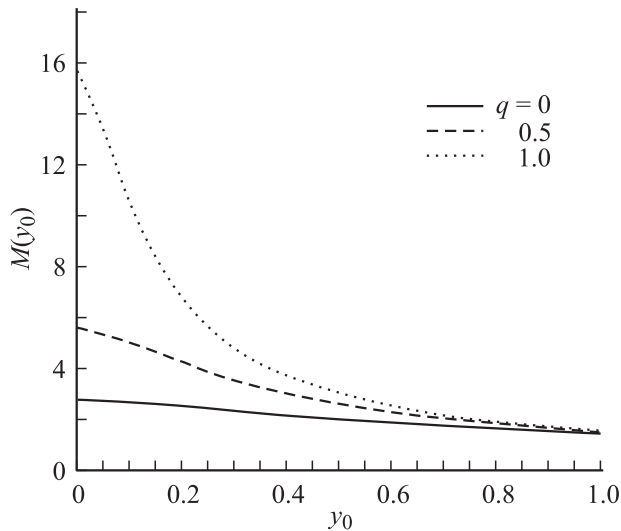


Рис. 1. Зависимость модуля безразмерной интегральной проводимости M от безразмерной частоты электрического поля y_0 при $x_0 = 0.1$.

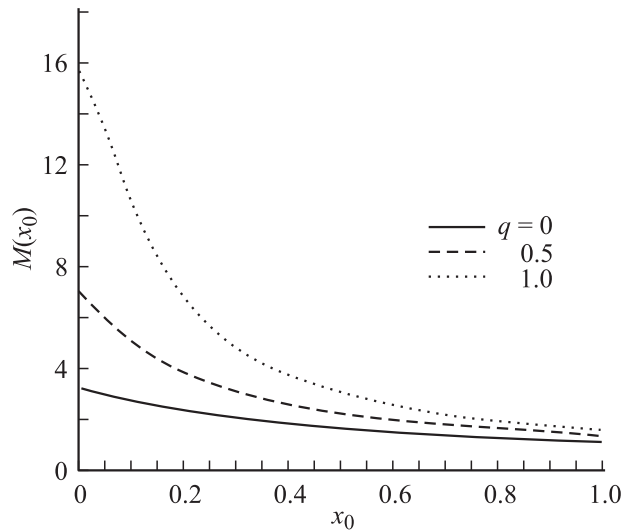


Рис. 3. Зависимость модуля безразмерной интегральной проводимости M от безразмерной обратной длины свободного пробега $x_0 = R/\lambda$ при $y_0 = 0.1$.

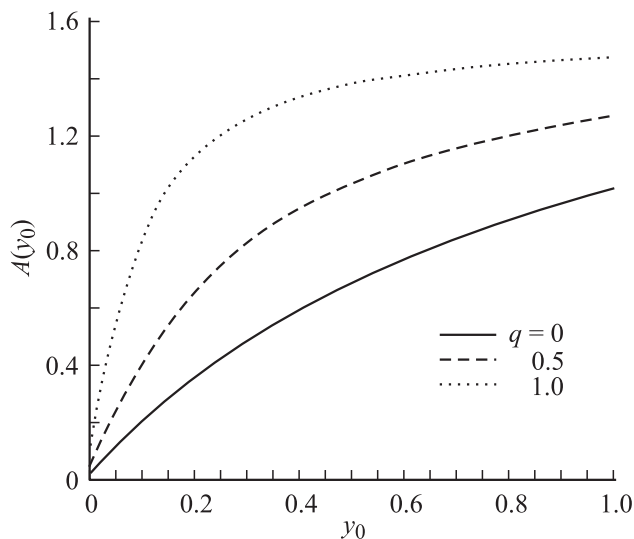


Рис. 2. Зависимость аргумента (фазы) безразмерной интегральной проводимости A от безразмерной частоты электрического поля y_0 при $x_0 = 0.1$.

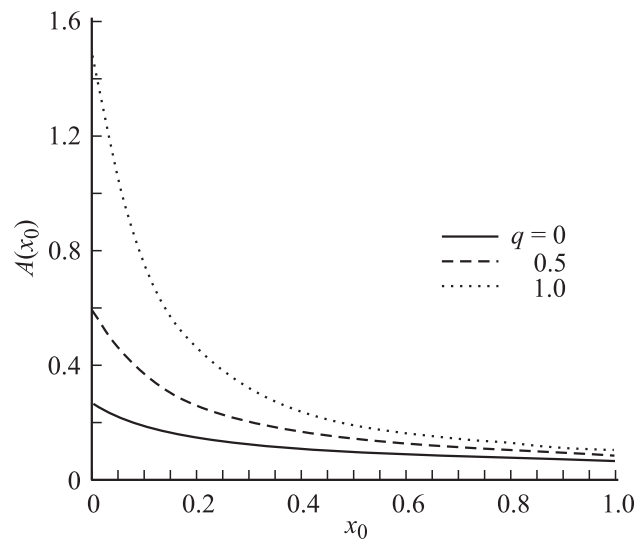


Рис. 4. Зависимость аргумента (фазы) безразмерной интегральной проводимости A от безразмерной обратной длины свободного пробега $x_0 = R/\lambda$ при $y_0 = 0.1$.

обратная длина свободного пробега носителей заряда x_0 одинаковая, а коэффициент отражения электронов q разный для каждой кривой. Из анализа хода кривых на рис. 1 следует, что модуль M безразмерной интегральной проводимости P доминирует по величине для проволок с наибольшим коэффициентом отражения электронов q . При больших безразмерных частотах электрического поля ($y_0 > 1$) все зависимости сливаются. Это объясняется тем, что электроны (дырки) внутри проволоки за период не успевают значительно ускориться под действием электрического поля.

Аргумент (фаза) A безразмерной интегральной проводимости (рис. 2) при любом значении безразмерной

частоты y_0 больше у проволок, в которых электроны (дырки) отражаются от границы чисто зеркально. С уменьшением коэффициента отражения отставание по фазе тока от напряжения уменьшается при любом значении безразмерной частоты y_0 . При больших безразмерных частотах электрического поля для всех проволок (при любых q) отставание тока по фазе от напряжения стремится к $\pi/2$; таким образом, в этом пределе проводимость становится мнимой величиной.

На рис. 3, 4 приведены соответственно графики зависимостей модуля M и аргумента A (фазы) безразмерной интегральной проводимости P от безразмерной обратной длины свободного пробега носителей заряда x_0 .

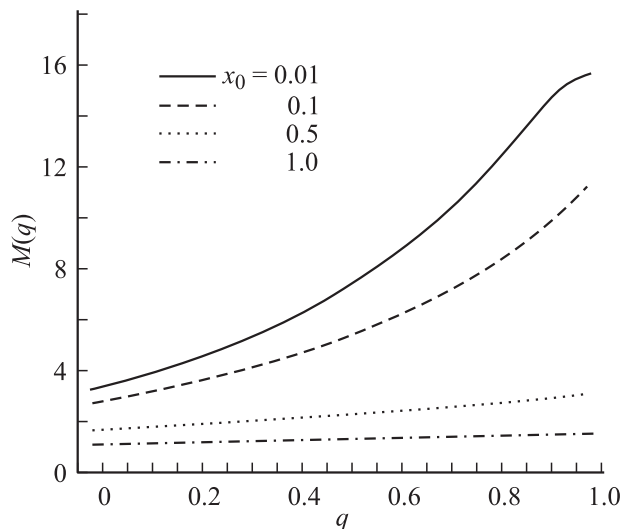


Рис. 5. Зависимость модуля безразмерной интегральной проводимости M от коэффициента зеркальности q при безразмерной частоте электрического поля $y_0 = 0.1$.

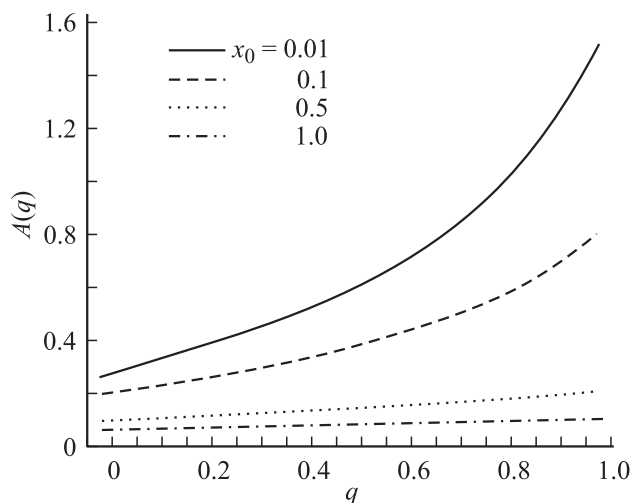


Рис. 6. Зависимость аргумента (фазы) безразмерной интегральной проводимости A от коэффициента зеркальности q при безразмерной частоте электрического поля $y_0 = 0.1$.

Безразмерная частота электрического поля y_0 одинаковая, а коэффициент отражения электронов q разный для каждой кривой. Модуль M и аргумент A безразмерной интегральной проводимости P максимальны для проволок, в которых электроны (дырки) испытывают зеркальное отражение от внутренней границы. С уменьшением коэффициента отражения q модуль M и аргумент A уменьшаются для любого значения безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x_0 . С увеличением x_0 все зависимости сливаются, так как имеет место макроскопическая асимптотика.

На рис. 5,6 показано влияние на модуль и аргумент безразмерной интегральной проводимости P коэффициента поверхностного отражения электронов (дырок) q .

Расчеты выполнены для случая небольшой безразмерной частоты электрического поля $y_0 = 0.1$. Значение обратной безразмерной длины свободного пробега носителей заряда разное для каждой кривой. Из рис. 5,6 следует, что модуль M и аргумент (фаза) A безразмерной проводимости проволоки значительно изменяются с ростом q для относительно более тонких проволок ($x_0 \ll 1$), в которых вклад поверхностных столкновений в проводимость становится существенным. По мере увеличения x_0 сдвиг по фазе между током и напряжением слабо зависит от коэффициента зеркальности q .

7. Заключение

Анализ полученных результатов показывает, что классические размерные эффекты, обусловленные поверхностным рассеянием носителей заряда, оказывают значительное влияние на интегральную проводимость тонкой полупроводниковой проволоки. Механизм отражения электронов (дырок) от границы проволоки существенно сказывается на проводимости в низкочастотной области ($y_0 < 1$) в случае, когда длина свободного пробега носителей заряда больше радиуса проволоки ($x_0 < 1$). При этом относительное увеличение доли диффузно отраженных носителей заряда (т.е. уменьшение коэффициента зеркальности q) значительно ограничивает рост проводимости тонкой проволоки по сравнению с объемной проводимостью.

Список литературы

- [1] R.B. Dingle. Proc. Roy. Soc. A 201, 545 (1950).
- [2] F. Pierre, A.B. Gougam, A. Anthore, H. Pothier, D. Esteve, N.O. Birge. Phys. Rev. B 68, 85413 (2003).
- [3] Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов. ЖЭТФ 129, 5, 938 (2006).
- [4] Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов. ЖТФ 77, 6, 139 (2007).
- [5] А.И. Ансельм. Введение в теорию полупроводников. Наука, М. (1978). 616 с.
- [6] И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов. Электронная теория металлов. Наука, М. (1971). 415 с.
- [7] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 620 с.
- [8] У. Харрисон. Теория твердого тела. Мир, М. (1972). 616 с.
- [9] Дж. Займан. Электроны и фононы. ИЛ, М. (1962). 488 с.
- [10] Р. Курант. Уравнения с частными производными. Мир, М. (1962). Гл. II.
- [11] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. 10. Физическая кинетика. Наука, М. (1979). 528 с.