1990 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 60, в. 8
1990 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 60, N 8

01; 05; 09

ТЕОРИЯ СВЯЗИ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ МОД В ОБЛАСТЯХ НЕРЕГУЛЯРНОСТИ ПЛЕНОК ФЕРРОДИЭЛЕКТРИКА

А. А. Барыбин, Е. О. Каменецкий

Разрабатывается метод мод применительно к задачам прохождения магнитостатических волн через нерегулярности в пленках ферродиэлектрика. Построенная в работе теория связи магнитостатических мод в областях неоднородности достаточно универсальна и позволяет провести анализ неоднородностей с учетом как распространяющихся, так и реактивных мод. Рассмотрена задача о связи мод при прохождении поверхностных МСВ через участок нерегулярности, созданной дополнительным слоем феррита и металлическим экраном.

1. В настоящее время широко исследуется влияние различных нерегулярностей в ферродиэлектрических пленках на характеристики спин-волновых приборов. Эти нерегулярности создаются изменением толщины пленки феррита [1], изменением намагниченности насыщения феррита [2] или поля подмагничивания [3], а также введением или устранением металлических экранов [4].

Строгий электродинамический анализ ферритовых структур с участками неоднородности обычно проводится на основании отыскания функции Грина и решения соответствующих интегральных уравнений [5, 6]. Существует однако другой метод, широко применяемый при анализе неоднородностей в волноводах, называемый методом мод [7, 8]. В настоящей работе рассмотрены основные принципы метода мод применительно к магнитостатическим волнам (МСВ). Рассмотрена задача о связи мод при прохождении поверхностных МСВ через участок нерегулярности.

2. Задача о прохождении МСВ через участок нерегулярности фактически является задачей возбуждения, поскольку любую нерегулярность можно рассматривать как регулярный участок волновода с источниками тока и заряда, описывающими эту нерегулярность. При выводе уравнений возбуждения воспользуемся общим представлением теоремы взаимности [9, 10] для случая, когда электрическое поле чисто вихревое ($\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}_c$), а магнитное поле потенциально ($\mathbf{H} = -\nabla\psi$). При этом

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_c = i\omega\mu_0 \overleftrightarrow{\mu} (\nabla\psi), \tag{1}$$

где $\overleftrightarrow{\mu}$ — тензор магнитной проницаемости.

Применительно к магнитостатической задаче будем считать, что в регулярном волноводе объемными магнитными зарядами $\rho^m_{b_1}$, поверхностными магнитными зарядами $\rho^m_{s_1}$ и поверхностными электрическими токами $\mathbf{j}^e_{s_1}$ возбуждается поле с индексом 1. Аналогично зарядами $\rho^m_{b_2}$, $\rho^m_{s_2}$ и токами $\mathbf{j}^e_{s_2}$ возбуждается поле с индексом 2. Используя общие выражения, полученные в [9, 10], для рассматриваемой задачи имеем

$$\frac{\partial}{\partial z} \int\limits_S (i\omega\psi_1 \mathbf{B}_2^* - i\omega\psi_2^* \mathbf{B}_1)\, \mathbf{e}_z dS = R^{(b)} + R^{(s)}, \tag{2}$$

где

$$R^{(b)} = \int\limits_S \left(-i\omega\rho_{b_1}^m \psi_2^* + i\omega\rho_{b_2}^{m*} \psi_1\right) dS, \tag{3}$$

$$R^{(s)} = \oint\limits_{\mathscr{L}_s} \left(-i\omega\rho_{s_1}^m \psi_2^* + i\omega\rho_{s_2}^{m*} \psi_1 + \mathbf{j}_{s_1}^e \mathbf{E}_{c_2}^* + \mathbf{j}_{s_2}^{e*} \mathbf{E}_{c_1}\right) dl, \tag{4}$$

$$\mathbf{B}_{1,2} = -\mu_0 \overset{\leftrightarrow}{\mu} \nabla \psi_{1,2}. \tag{5}$$

Направление вектора $\mathbf{e}_z$, а также вид сечения S и контура $\mathscr{L}_s$ показаны на рис. 1. Объемные источники находятся внутри сечения S, поверхностные — на контуре $\mathscr{L}_s$. При наличии металла контур $\mathscr{L}_s$ проходит под металлическим экраном.

В регулярном волноводе спиновых волн в отсутствие источников существуют магнитостатические моды, являющиеся собственными функциями магнитостатической задачи. Потенциал ψ может быть разложен по полной системе этих собственных функций

$$\psi = \sum_n A_n \psi_n = \sum_n A_n \hat{\psi}_n e^{-\gamma_n z}, \tag{6}$$

где $\hat{\psi}_n$ — мембранная функция (функция координат поперечного сечения) магнитного потенциала для n-й моды, γ_n — постоянная распространения n-й моды. Каждой n-й магнитостатической моде сопутствует вихревое электрическое поле $\mathbf{E}_{c,n}$. Полное поле $\mathbf{E}_c$ представимо в виде

$$\mathbf{E}_c = \sum_n A_n \hat{\mathbf{E}}_{c,n} e^{-\gamma_n z}, \tag{7}$$

где $\hat{\mathbf{E}}_{c,n}$ — мембранная функция электрического поля для n-й моды.

Рассмотрим выражение (2) применительно к регулярному волноводу без источников. В этом случае $R^{(b)} = R^{(s)} = 0$. В выражении (2) полям с индексом 1 введем в соответствие моду с номером m, а полям с индексом 2 — моду с номером n. В результате имеем

$$(\gamma_m + \gamma_n^*) \int\limits_S i\omega \left(\hat{\psi}_m \hat{\mathbf{B}}_n^* - \hat{\psi}_n^* \hat{\mathbf{B}}_m\right) \mathbf{e}_z dS = 0. \tag{8}$$

Мы получили условие ортонормировки. Ортогональными являются моды, для которых справедливо выражение

$$\gamma_m + \gamma_n^* \neq 0. \tag{9}$$

Для реактивных мод [8, 11] постоянная распространения γ содержит вещественную α и мнимую β составляющие. Такие моды не будут ортогональными если

$$\alpha_m = -\alpha_n, \ \beta_m = \beta_n. \tag{10}$$

Моду с номером n, удовлетворяющую условию (10), обозначим как моду с номером $\tilde{m}$. Эта мода является сопряженной с модой m. В отсутствие ортогональности интеграл в (8) не равен нулю. В этом случае вводится норма, определяемая как

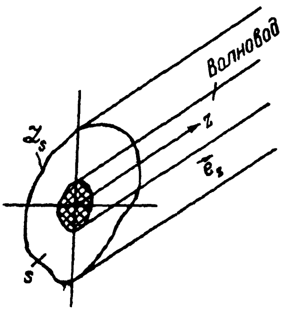
$$N_m \equiv N_{m\tilde{m}} = i\omega \int\limits_S \left(\hat{\psi}_m \hat{\mathbf{B}}_{\tilde{m}}^* - \hat{\psi}_{\tilde{m}}^* \hat{\mathbf{B}}_m\right) \mathbf{e}_z dS = N_{\tilde{m}m}^* \equiv N_{\tilde{m}}^*. \tag{11}$$

В области возбуждения поля и потенциалы можно представить в виде разложения в ряд по собственным функциям поперечного сечения невозмущенного волновода с коэффициентами, зависящими от продольной координаты z [7–10]. Мы считаем, что в области возбуждения токи и заряды порождают поля и потенциалы с индексом 1 (выражения (2)—(5)). Эти поля и потенциалы записываем в виде разложений следующим образом:

$$\psi_1 = \sum_m A_m(z)\,\hat{\psi}_m e^{-\gamma_m z}, \quad \mathbf{E}_{c_1} = \sum_m A_m(z)\,\hat{\mathbf{E}}_{c,m} e^{-\gamma_m z},$$

$$\mathbf{H}_1 = \sum_m A_m(z)\,\hat{\mathbf{H}}_m e^{-\gamma_m z} = -\sum_m A_m(z)\left(\nabla_\perp \hat{\psi}_m - \gamma_m \hat{\psi}_m \mathbf{e}_z\right) e^{-\gamma_m z}. \qquad (12)$$

Здесь $\nabla_\perp$ — поперечный лапласиан, $\mathbf{e}_z$ — орт оси z. Поля и потенциалы с индексом 2 (выражения (2)—(5)) не имеют источников в области возбуждения. Будем считать, что эти поля и потенциалы представляют собой n-ю собственную моду.



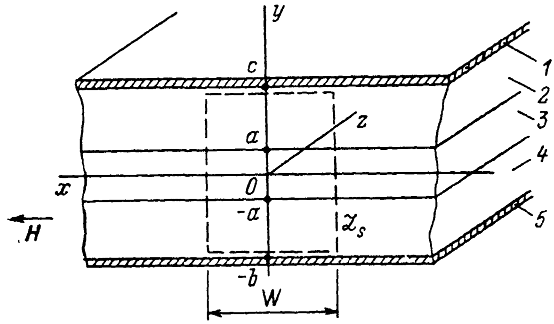


Рис. 1. Общее представление волноведущей структуры.

Рис. 2. Металлизированная ферродиэлектрическая структура.
1, 5 — металл; *2, 4* — диэлектрик; *3* — феррит.

В области возбуждения для моды $n=\tilde{m}$ существует норма, определяемая выражением (11). При этом $\gamma_m + \gamma^*_{\tilde{m}} = 0$. На основании (2)—(4) могут быть получены уравнения возбуждения

$$\frac{da_m(z)}{dz} + \gamma_m a_m(z) = -\frac{1}{N_m}\left(R^{(b)}_{\tilde{m}} + R^{(s)}_{\tilde{m}}\right), \qquad (13)$$

где $a_m(z) = A_m(z)\,e^{-\gamma_m z}$; $R^{(b)}_{\tilde{m}}$ и $R^{(s)}_{\tilde{m}}$ — интегралы (3) и (4), в которых индекс 2 заменен на индекс $\tilde{m}$.

3. Остановимся на конкретном анализе прохождения ПМСВ через участок нерегулярности. Теория, изложенная в настоящей работе, позволяет рассмотреть различные виды нерегулярностей: изменение толщины пленки феррита, изменение намагниченности насыщения, а также введение или устранение металлических экранов. Для использования уравнения (13) применительно к анализу конкретных структур необходимо определить норму N_m и интегралы возбуждения $R^{(b)}_{\tilde{m}}$ и $R^{(s)}_{\tilde{m}}$.

Рассмотрим регулярную структуру, представленную на рис. 2, и определим норму N_m для ПМСВ в такой структуре. Волновой процесс распространяется вдоль оси z. Постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ направлено по оси x. Контур $\mathcal{L}_s$, ограничивающий сечение S, выбираем следующим образом: по оси x протяженность контура равна W, при $y=-b$ и $y=c$ контур проходит вдоль электрической стенки, на которой $B_y=0$. Для рассматриваемой геометрии с учетом известного вида тензора магнитной проницаемости $\tilde{\mu}$ выражение (11) запишется в виде

$$N_m = i\omega\mu_0 W \left\{ \int_{-b}^{-a} \left[\psi_m \left(\frac{\partial \psi_{\tilde{m}}}{\partial z}\right)^* - \psi^*_{\tilde{m}} \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial z}\right)\right] dy + \int_{-a}^{a} \left[\psi_m \left(-i\mu_a \left[\frac{\partial \psi_{\tilde{m}}}{\partial y}\right]^* + \mu \left[\frac{\partial \psi_{\tilde{m}}}{\partial z}\right]^* \right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \psi^*_{\tilde{m}} \left(i\mu_a \frac{\partial \psi_m}{\partial y} + \mu \frac{\partial \psi_m}{\partial z}\right)\right] dy + \int_a^c \left[\psi_m \left(\frac{\partial \psi_{\tilde{m}}}{\partial z}\right)^* - \psi^*_{\tilde{m}} \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial z}\right)\right] dy \right\}, \qquad (14)$$

где μ, μ_a — соответственно диагональная и недиагональная компоненты тензора $\tilde{\mu}$.

При проведении анализа будем различать прямые и обратные моды. В случае распространяющихся мод прямой модой является мода с положительной групповой скоростью ($v_{\text{гр}+m} > 0$), распространяющаяся вправо от области возбуждения. Соответственно обратной модой является мода с отрицательной групповой скоростью ($v_{\text{гр}-m} < 0$), распространяющаяся влево от области возбуждения. В случае реактивных мод знак $\alpha_{\pm m}$ однозначно задает прямую ($\alpha_{+m} > 0$) и обратную ($\alpha_{-m} < 0$) волны, существующие соответственно справа и слева от источника. Для различения мод удобно ввести параметр $q_{\pm m}$, который указывает знак фазовой скорости $q_{\pm m} = +1$ при $\beta_{\pm m} > 0$ ($v_{\Phi\pm m} > 0$) и $q_{\pm m} = -1$ при $\beta_{\pm m} < 0$ ($v_{\Phi\pm m} < 0$).

Решения для мембранных функций потенциалов в областях 2, 3 и 4 для мод с индексами m и $\tilde{m}$ запишем в виде

$$\hat{\psi}^{(2)}_{m(\tilde{m})}(y) = F^{(2)}_{m(\tilde{m})} e^{-iq_{m(\tilde{m})}\gamma_{m(\tilde{m})}(y+a)} + G^{(2)}_{m(\tilde{m})} e^{iq_{m(\tilde{m})}\gamma_{m(\tilde{m})}(y+a)}, \tag{15}$$

$$\hat{\psi}^{(3)}_{m(\tilde{m})}(y) = F^{(3)}_{m(\tilde{m})} e^{-iq_{m(\tilde{m})}\gamma_{m(\tilde{m})}(y-a)} + G^{(3)}_{m(\tilde{m})} e^{iq_{m(\tilde{m})}\gamma_{m(\tilde{m})}(y-a)}, \tag{16}$$

$$\hat{\psi}^{(4)}_{m(\tilde{m})}(y) = F^{(4)}_{m(\tilde{m})} e^{iq_{m(\tilde{m})}\gamma_{m(\tilde{m})}(y-a)} + G^{(4)}_{m(\tilde{m})} e^{-iq_{m(\tilde{m})}\gamma_{m(\tilde{m})}(y-a)}. \tag{17}$$

Нетрудно показать, что для любых мод первые члены в правых частях (15) и (17) описывают решения, «прижатые» к поверхности феррита. В случае неэкранированных структур вторые члены в правых частях (15) и (17) исчезают. Соотношения между коэффициентами в (15)—(17) определяются из условий равенства потенциалов и нормальных компонент магнитной индукции на плоскостях $y = \pm a$ и зануления нормальной компоненты магнитной индукции при $y = -b$, $y = c$.

Подставим (15)—(17) в (14). После ряда преобразований с учетом граничных условий окончательно имеем

$$N_m = -\frac{\omega\mu_0 W\,(p_m + t_m v_m^2 - 2v_m r_m)}{q_m(1 - v_m)^2}\,\hat{\psi}_m(a)\,\hat{\psi}^*_{\tilde{m}}(a), \tag{18}$$

где $\hat{\psi}_{m(\tilde{m})}(a)$ — значения мембранной функции соответственно m-й и $\tilde{m}$-й мод при $y = a$; p_m, t_m, r_m, v_m — коэффициенты, определяемые из выражений

$$p_m = (\mu - q_m\mu_a)(1 - e^{i4q_m\gamma_m a}) - f_m e^{i4q_m\gamma_m a} - h_m, \tag{19}$$

$$t_m = -(\mu + q_m\mu_a)(1 - e^{-i4q_m\gamma_m a}) - f_m e^{-i4q_m\gamma_m a} - h_m, \tag{20}$$

$$r_m = -i4q_m\gamma_m a\mu - f_m - h_m, \tag{21}$$

$$f_m = i\,\frac{2q_m\gamma_m(b-a) + \sin[2q_m\gamma_m(b-a)]}{1 + \cos[2q_m\gamma_m(b-a)]}, \tag{22}$$

$$h_m = i\,\frac{2q_m\gamma_m(c-a) + \sin[2q_m\gamma_m(c-a)]}{1 + \cos[2q_m\gamma_m(c-a)]}, \tag{23}$$

$$v_m = \frac{\mu_a - q_m\left(\mu + \dfrac{1 - e^{i2q_m\gamma_m(c-a)}}{1 + e^{i2q_m\gamma_m(c-a)}}\right)}{\mu_a + q_m\left(\mu - \dfrac{1 - e^{i2q_m\gamma_m(c-a)}}{1 + e^{i2q_m\gamma_m(c-a)}}\right)}. \tag{24}$$

При выводе выражения (18) учитывались равенство $\gamma_m = -\gamma^*_{\tilde{m}}$ и очевидное соотношение $q_m = q_{\tilde{m}}$, следуемое из этого равенства.

В частном случае открытой структуры ($b \to \infty$, $c \to \infty$) выражение для нормы N_m существенно упрощается. Используя дисперсионное соотношение для открытой структуры

$$e^{-i4q_m\gamma_m a} = \frac{(1 + q_m\mu_a - \mu)(1 - q_m\mu_a - \mu)}{(1 + q_m\mu_a + \mu)(1 - q_m\mu_a + \mu)}, \tag{25}$$

которое нетрудно получить из (15)—(17) и граничных условий при $y = \pm a$, на основании (18)—(24) имеем

$$N_m = -i2\omega\mu_0 W \frac{(1-\mu-q_m u_a)(1+\mu-q_m u_a)\gamma_m a}{\mu} \hat{\psi}_m(a)\hat{\psi}^*_{\tilde{m}}(a). \qquad (26)$$

4. Вывод выражений для интегралов возбуждения $R^{(b)}_{\tilde{m}}$ и $R^{(s)}_{\tilde{m}}$ будем проводить для конкретных видов нерегулярностей. На рис. 3, *а*, *б* показаны два варианта нерегулярностей, созданных в открытых структурах. В первом случае нерегулярность обусловлена наличием металлического экрана и дополнительным слоем феррита, расположенным вне основного феррита. Во втором случае нерегулярность обусловлена наличием металлического экрана и дополнительным слоем феррита, погруженным в слой основного феррита. Нетрудно показать, что анализ применим для частного случая, когда вместо дополнительного слоя феррита рассматривается слой диэлектрика, погруженного в основной феррит.

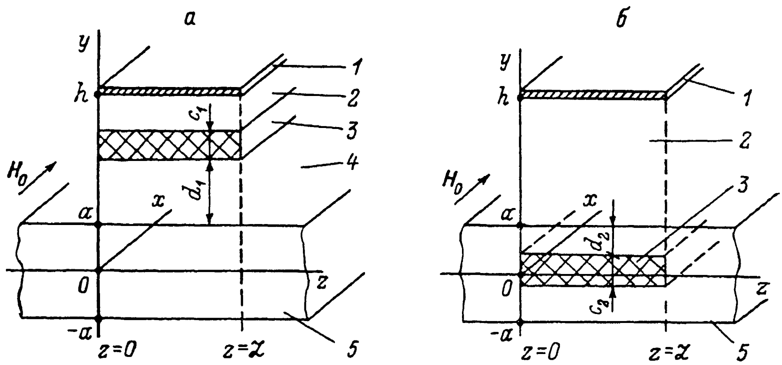


Рис. 3. Варианты нерегулярностей ферродиэлектрических структур.
1 — металл; *2*, *4* — диэлектрик; *3* — феррит дополнительный; *5* — феррит основной

Полагая, что нерегулярность ограничена по оси x интервалом $0 \leqslant x \leqslant W$, для интегралов $R^{(b)}_{\tilde{m}}$ и $R^{(s)}_{\tilde{m}}$, стоящих в правой части (13), на основании (3) и (4) имеем

$$R^{(b)}_{\tilde{m}} = \int\limits_{-a}^{h}\int\limits_{0}^{W} i\omega\rho^m_b\hat{\psi}^*_{\tilde{m}}\,dx\,dy, \qquad (27)$$

$$R^{(s)}_{\tilde{m}} = \int\limits_{0}^{W} [i\omega\rho^m_s\hat{\psi}^*_{\tilde{m}}(y_0) - j^e_s\hat{E}^*_{e,\tilde{m}}(y_0)]\,dx, \qquad (28)$$

где y_0 — координата плоскости, на которой расположены поверхностные источники.

В общем случае возбуждающие токи и заряды в (27) и (28) могут быть представлены как сумма сторонних и наведенных токов и зарядов. В нашей задаче, когда токи и заряды вводятся исключительно для описания участка нерегулярности, речь пойдет только о наведенных источниках. Эти источники выражаются через полные поля в нерегулярной области волновода. Следует однако отметить, что электрические токи, входящие в (28), обусловлены наличием металла. В отсутствие сторонних токов наведенные на идеальном металле электрические токи не являются возбуждающими токами. Таким образом, в дальнейшем мы остановимся только на определении наведенных магнитных зарядов.

Будем раздельно рассматривать наведенные заряды, обусловленные металлом, и наведенные заряды, обусловленные дополнительным слоем феррита (рис. 3, *а*, *б*). Введение идеального металла в область $0 \leqslant x \leqslant W$, $y = h$, $0 \leqslant z \leqslant L$ приводит к тому, что в этой области зануляется нормальная компонента вектора магнитной индукции. Этот факт можно представить следующим образом:

$$B_y|_{y=h} + B_y^{\text{нав}} = 0, \tag{29}$$

где B_y — нормальная компонента магнитной индукции поля регулярного волновода; $B_y^{\text{нав}}$ — нормальная компонента магнитной индукции, обусловленная металлом.

Определим наведенный на металле поверхностный магнитный заряд следующим образом:

$$(\rho_s^m)_{\text{мет}} \equiv B_y^{\text{нав}}. \tag{30}$$

С учетом (29) имеем

$$(\rho_s^m)_{\text{мет}} = -\mu_0 H_y|_{y=h} = \mu_0 \sum_m a_m(z) \frac{d\hat{\psi}_m(y)}{dy}\bigg|_{y=h} = i\mu_0 \sum_m a_m(z)\, q_m \gamma_m \hat{\psi}_m(h), \tag{31}$$

где использовано выражение (17) и учтено, что для рассматриваемой регулярной открытой структуры второе слагаемое в правой части (17) отсутствует.

Перейдем к рассмотрению наведенных зарядов, обусловленных дополнительными слоями феррита в отсутствие металлического экрана. В случае нерегулярностей, представленных на рис. 3, *а*, *б*, дополнительный слой феррита находится соответственно в областях $a+d_1 \leqslant y \leqslant a+d_1+c_1$ и $a-d_2-c_2 \leqslant y \leqslant a-d_2$. Для нерегулярности, показанной на рис. 3, *б*, в области $a-d_2-c_2 \leqslant y \leqslant a-d_2$ уравнение Максвелла имеет вид

$$\operatorname{rot}(\mathbf{E}_c) = -i\omega\vec{\mu}_{\text{осн}}\mathbf{H} - \mathbf{j}_b^m, \tag{32}$$

где

$$\mathbf{j}_b^m = -i\omega\mu_0(\mathbf{M}_{\text{осн}} - \mathbf{M}_{\text{доп}}), \tag{33}$$

$\vec{\mu}_{\text{осн}}$ — тензор магнитной проницаемости основного феррита; $\mathbf{M}_{\text{осн}}$, $\mathbf{M}_{\text{доп}}$ — намагниченность соответственно основного и дополнительного ферритов.

С использованием уравнения непрерывности получим выражение для наведенного магнитного заряда

$$\rho_b^m = -\mu_0 \operatorname{div}[(\vec{\mu}_{\text{доп}} - \vec{\mu}_{\text{осн}})\mathbf{H}], \tag{34}$$

где $\vec{\mu}_{\text{доп}}$ — тензор магнитной проницаемости дополнительного феррита.

Нетрудно показать, что аналогичное рассмотрение нерегулярности на рис. 3, *а* приводит к выражению для ρ_b^m, совпадающему с формулой (34) при замене в этой формуле $\vec{\mu}_{\text{осн}}$ на 1.

На основании (34) с использованием (12) для компонент поля **H** нетрудно получить

$$\rho_b^m = -\mu_0\left[(\mu_{\text{доп}} - \mu_{\text{осн}})\left(\frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z}\right) + i(\mu_{a_{\text{доп}}} - \mu_{a_{\text{осн}}})\left(\frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y}\right)\right] =$$

$$= -\mu_0 \sum_m \left\{\left[(\mu_{\text{доп}} - \mu_{\text{осн}})\gamma_m\hat{\psi}_m(y) - i(\mu_{a_{\text{доп}}} - \mu_{a_{\text{осн}}})\frac{d\hat{\psi}_m(y)}{dy}\right]\left(\frac{da_m(z)}{dz} + \gamma_m a_m(z)\right)\right\}, \tag{35}$$

где $\mu_{\text{осн (доп)}}$ и $\mu_{a_{\text{осн (доп)}}}$ — диагональные и недиагональные компоненты тензоров $\vec{\mu}_{\text{осн}}$ и $\vec{\mu}_{\text{доп}}$.

Наряду с наведенными объемными магнитными зарядами ρ_b^m на границах раздела дополнительный феррит—диэлектрик и дополнительный феррит—основной феррит возникают наведенные поверхностные магнитные заряды ρ_s^m. Эти поверхностные заряды определяются как разность между нормальными компонентами магнитной индукции различных слоев на границе раздела между этими слоями. Для структуры на рис. 3, *а* имеем

$$\rho_{s_1}^m = -B_{y,\,\text{диэл}}|_{y=a+d_1} + B_{y,\,\text{ф. доп}}|_{y=a+d_1} \tag{36}$$

при $y=a+d_1$ и

$$\rho^m_{s_2}=B_{y,\,\text{диэл}}\Big|_{y=a+d_1+c_1}-B_{y,\,\text{ф. доп}}\Big|_{y=a+d_1+c_1} \tag{37}$$

при $y=a+d_1+c_1$. В этих выражениях $e_{y,\,\text{диэл}}$ и $B_{y,\,\text{ф. доп}}$ — нормальные компоненты магнитной индукции соответственно в диэлектрике и в дополнительном слое феррита.

Представляя магнитную индукцию через магнитостатический потенциал, нетрудно получить

$$\rho^m_{s_1}=-i\mu_0\sum_m a_m(z)\,\gamma_m\hat{\varphi}_m(a)\,e^{iq_m\gamma_m d_1}\left[\mu_{a_{\text{доп}}}-q_m\left(1-\mu_{\text{доп}}\right)\right], \tag{38}$$

$$\rho^m_{s_2}=i\mu_0\sum_m a_m(z)\,\gamma_m\hat{\varphi}_m(a)\,e^{iq_m\gamma_m(d_1+q)}\left[\mu_{a_{\text{доп}}}-q_m\left(1-\mu_{\text{доп}}\right)\right]. \tag{39}$$

Аналогично для структуры на рис. 3, *б* можно записать

$$\rho^m_{s_1}=-B_{y,\,\text{ф. осн}}\Big|_{y=a-d_2-c_2}+B_{y,\,\text{ф. доп}}\Big|_{y=a-d_2-c_2} \tag{40}$$

при $y=a-d_2-c_2$ и

$$\rho^m_{s_2}=B_{y,\,\text{ф. осн}}\Big|_{y=a-d_2}-B_{y,\,\text{ф. доп}}\Big|_{y=a-d_2} \tag{41}$$

при $y=a-d_2$. В этих выражениях $e_{y,\,\text{ф. осн}}$ и $B_{y,\,\text{ф. доп}}$ — нормальные компоненты магнитной индукции соответственно в основном и дополнительном слоях феррита. Эти поверхностные заряды нетрудно выразить через потенциалы следующим образом:

$$\rho^m_{s_1}=i\mu_0\sum_m a_m(z)\,\gamma_m\frac{\hat{\varphi}_m(a)}{1-v_m}\Big[\left(\mu_{a_{\text{осн}}}-\mu_{a_{\text{доп}}}\right)\left(e^{iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}-v_m e^{-iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}\right)-$$
$$-q_m\left(\mu_{\text{осн}}-\mu_{\text{доп}}\right)\left(e^{iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}+v_m e^{-iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}\right)\Big], \tag{42}$$

$$\rho^m_{s_2}=-i\mu_0\sum_m a_m(z)\,\gamma_m\frac{\hat{\varphi}_m(a)}{1-v_m}\Big[\left(\mu_{a_{\text{осн}}}-\mu_{a_{\text{доп}}}\right)\left(e^{iq_m\gamma_m d_2}-v_m e^{-iq_m\gamma_m d_2}\right)-$$
$$-q_m\left(\mu_{\text{осн}}-\mu_{\text{доп}}\right)\left(e^{iq_m\gamma_m d_2}+v_m e^{-iq_m\gamma_m d_2}\right)\Big]. \tag{43}$$

5. Полученные выражения для наведенных магнитных зарядов позволяют записать выражения для интегралов возбуждения (27) и (28). После ряда преобразований имеем следующие выражения для рассматриваемых структур: а) структура, представленная на рис. *3. а*,

$$R^{(b)}_{\tilde m}=i\omega W\int\limits_{a+d_1}^{a+d_1+c_1}\rho^m_b\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(y)\,dy=-\omega\mu_0 W\,\frac{\hat{\varphi}_m(a)\,\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(a)}{2q_m}\left[\mu_{\text{доп}}-1+q_m\mu_{a_{\text{доп}}}\right]\times$$
$$\times\left[\frac{da_m(z)}{dz}+\gamma_m a_m(z)\right]\left[e^{i2q_m\gamma_m(d_1+c_1)}-e^{i2q_m\gamma_m d_1}\right]-\omega\mu_0 W\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(a)\times$$
$$\times\sum_{k\neq m}\left\{\frac{\gamma_k\hat{\varphi}_k(a)}{q_k\gamma_k+q_m\gamma_m}\left[\mu_{\text{доп}}-1+q_k\mu_{a_{\text{доп}}}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{da_m(z)}{dz}+\gamma_k a_k(z)\right]\left[e^{i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)(d_1+c_1)}-e^{i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)d_1}\right]\right\}, \tag{44}$$

$$R^{(s)}_{\tilde m}=i\omega W\left[\rho^m_{s_1}\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(a+d_1)+\rho^m_{s_2}\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(a+d_1+c_1)+(\rho^m_s)_{\text{мет}}\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(h)\right]=$$
$$=\mu_0\omega W\hat{\varphi}_m(a)\,\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(a)\,a_m(z)\,\gamma_m\left\{\left[\mu_{a_{\text{доп}}}-q_m\left(1-\mu_{\text{доп}}\right)\right]e^{i2q_m\gamma_m d_1}-\right.$$
$$\left.-\left[\mu_{a_{\text{доп}}}-q_m\left(1-\mu_{\text{доп}}\right)\right]e^{i2q_m\gamma_m(d_1+c_1)}-q_m e^{i2q_m\gamma_m(h-a)}\right\}+$$
$$+\mu_0\omega W\hat{\varphi}^*_{\tilde m}(a)\sum_{k\neq m}\hat{\varphi}_k(a)\,a_k(z)\,\gamma_k\left\{\left[\mu_{a_{\text{доп}}}-q_k\left(1-\mu_{\text{доп}}\right)\right]e^{i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)d_1}-\right.$$
$$\left.-\left[\mu_{a_{\text{доп}}}-q_k\left(1-\mu_{\text{доп}}\right)\right]e^{i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)(d_1+c_1)}-q_k e^{i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)(h-a)}\right\}, \tag{45}$$

б) структура, представленная на рис. 3, *б*,

$$R_{\tilde m}^{(b)} = i\omega W \int\limits_{a-d_2-c_2}^{a-d_2} \rho_b^m \hat\psi_{\tilde m}^*(y)\,dy = -\omega\mu_0 W \frac{\hat\psi_m(a)\,\hat\psi^*_{\tilde m}(a)}{(2-v_m)^2}\gamma_m\left[\frac{da_m(z)}{dz}+\gamma_m a_m(z)\right] \times$$

$$\times \left[\left(\mu_{доп}-\mu_{осн}-q_m\left(\mu_{a_{доп}}-\mu_{a_{осн}}\right)\right)\left(\frac{e^{i2q_m\gamma_m d_2}-e^{i2q_m\gamma_m(d_2+c_2)}}{2q_m\gamma_m}-v_m c_2\right)-\right.$$

$$\left.- v_m\left(\mu_{доп}-\mu_{осн}+q_m\left(\mu_{a_{доп}}-\mu_{a_{осн}}\right)\right)\left(\frac{e^{-i2q_m\gamma_m d_2}-e^{-i2q_m\gamma_m(d_2+c_2)}}{2q_m\gamma_m}v_m-c_2\right)\right]-$$

$$- \omega\mu_0 W \frac{\hat\psi^*_{\tilde m}(a)}{1-v_m}\sum_{k\neq m}\left\{\left[\frac{da_k(z)}{dz}+\gamma_k a_k(z)\right]\gamma_k \frac{\hat\psi_k(a)}{1-v_k}\left[\left(\mu_{доп}-\mu_{осн}-q_k\left(\mu_{a_{доп}}-\mu_{a_{осн}}\right)\right)\times\right.\right.$$

$$\times\left(\frac{e^{i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)d_2}-e^{i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)(d_2+c_2)}}{q_k\gamma_k+q_m\gamma_m}-\right.$$

$$\left.- v_m\frac{e^{i(q_k\gamma_k-q_m\gamma_m)d_2}-e^{i(q_k\gamma_k-q_m\gamma_m)(d_2+c_2)}}{q_k\gamma_k-q_m\gamma_m}\right)-v_k\left(\mu_{доп}-\mu_{осн}+q_k\left(\mu_{a_{доп}}-\mu_{a_{осн}}\right)\right)\times$$

$$\times\left(\frac{e^{-i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)d_2}-e^{-i(q_k\gamma_k+q_m\gamma_m)(d_2+c_2)}}{q_k\gamma_k+q_m\gamma_m}v_m-\right.$$

$$\left.\left.\left.-\frac{e^{-i(q_k\gamma_k-q_m\gamma_m)d_2}-e^{-i(q_k\gamma_k-q_m\gamma_m)(d_2+c_2)}}{q_k\gamma_k-q_m\gamma_m}\right)\right]\right\}, \tag{46}$$

$$R_{\tilde m}^{(s)} = i\omega W\left[\rho^m_{s_1}\hat\psi^*_{\tilde m}(a-d_2-c_2)+\rho^m_{s_2}\hat\psi^*_{\tilde m}(a-d_2)+(\rho^m_s)_{мет}\hat\psi^*_{\tilde m}(h)\right]=$$

$$=-\omega\mu_0 W\hat\psi_m(a)\,\hat\psi^*_{\tilde m}(a)\,a_m(z)\,\gamma_m\left\{\frac{e^{iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}-v_m e^{-iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}}{(1-v_m)^2}\left[\left(\mu_{осн}-\mu_{a_{доп}}\right)\times\right.\right.$$

$$\left.\times\left(e^{iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}-v_m e^{-iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}\right)-q_m\left(\mu_{осн}-\mu_{доп}\right)\left(e^{iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}+v_m e^{-iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}\right)\right]-$$

$$-\frac{e^{iq_m\gamma_m d_2}-v_m e^{-iq_m\gamma_m d_2}}{(1-v_m)^2}\left[\left(\mu_{a_{осн}}-\mu_{a_{доп}}\right)\left(e^{iq_m\gamma_m d_2}-v_m e^{-iq_m\gamma_m d_2}\right)-\right.$$

$$\left.\left.-q_m\left(\mu_{осн}-\mu_{доп}\right)\left(e^{iq_m\gamma_m d_2}+v_m e^{-iq_m\gamma_m d_2}\right)\right]+q_m e^{i2q_m\gamma_m(h-a)}\right\}-$$

$$-\omega\mu_0\hat\psi^*_{\tilde m}(a)\sum_{k\neq m}a_k(z)\,\gamma_k\hat\psi_k(a)\left\{\frac{e^{iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}-v_m e^{-iq_m\gamma_m(d_2+c_2)}}{(1-v_k)(1-v_m)}\left[\left(\mu_{a_{осн}}-\mu_{a_{доп}}\right)\times\right.\right.$$

$$\left.\times\left(e^{iq_k\gamma_k(d_2+c_2)}-v_k e^{-iq_k\gamma_k(d_2+c_2)}\right)-q_k\left(\mu_{осн}-\mu_{доп}\right)\left(e^{iq_k\gamma_k(d_2+c_2)}+v_k e^{-iq_k\gamma_k(d_2+c_2)}\right)\right]-$$

$$-\frac{e^{iq_m\gamma_m d_2}-v_m e^{-iq_m\gamma_m d_2}}{(1-v_k)(1-v_m)}\left[\left(\mu_{a_{осн}}-\mu_{a_{доп}}\right)\left(e^{iq_k\gamma_k d_2}-v_k e^{-iq_k\gamma_k d_2}\right)-\right.$$

$$\left.\left.-q_k\left(\mu_{осн}-\mu_{доп}\right)\left(e^{iq_k\gamma_k d_2}+v_k e^{-iq_k\gamma_k d_2}\right)\right]+q_k e^{i(a_k\gamma_k+q_m\gamma_m)(h-a)}\right\}. \tag{47}$$

В выражениях (44)—(47) перед знаком суммы выделены члены с индексом m, для которых справедливы соотношения $q_m=q_{\tilde m}$, $-\gamma_m=\gamma^*_{\tilde m}$. Вид выражений (44)—(47) позволяет в общем виде представить уравнение (13) следующим образом:

$$\frac{da_m(z)}{dz}+\gamma_m a_m(z)=-\frac{\hat\psi^*_{\tilde m}(a)}{N_m}\left\{\delta_m\left[\frac{da_m(z)}{dz}+\gamma_m a_m(z)\right]+\nu_m\gamma_m a_m(z)+\right.$$

$$\left.+\sum_{k\neq m}\left(C_{mk}\left[\frac{da_m(z)}{dz}+\gamma_k a_k(z)\right]+D_{mk}\gamma_k a_k(z)\right)\right\}, \tag{48}$$

где коэффициенты δ_m, ν_m, C_{mk}, D_{mk} легко находятся из соответствующих выражений (44)—(47). Перепишем (48) следующим образом:

$$\frac{da_m(z)}{dz}(1+\delta'_m)+\gamma_m a_m(z)(1+\delta'_m+\nu'_m)=\sum_{k\neq m}\left(C'_{mk}\frac{da_k(z)}{dz}+D'_{mk}a_k(z)\,\gamma_k\right), \tag{49}$$

где

$$\delta'_m = \frac{\delta_m \hat{\psi}^*_{\tilde{m}}(a)}{N_m}, \quad \nu'_m = \frac{\nu_m \hat{\psi}^*_{\tilde{m}}(a)}{N_m}, \quad C'_{mk} = \frac{C_{mk} \hat{\psi}^*_{\tilde{m}}(a)}{N_m}, \quad D'_{mk} = \frac{(C_{mk} + D_{mk}) \hat{\psi}^*_{\tilde{m}}(a)}{N_m}.$$

Система алгебраических уравнений (49) описывает связь между модами спинового волновода, возникающую в области неоднородности структуры. Рассматривая, в частности, определенные типы распространяющихся мод и ограничиваясь конечным числом мод, для которых имеет место условие резонансной связи [12], с помощью выражения (49) нетрудно получить параметры матрицы рассеяния (S-параметры) для представленных видов нерегулярностей.

Список литературы

[1] *Sykes C. G., Adam J. D., Collins J. H.* // Appl. Phys. Lett. 1976. Vol. 29. N 6. P. 388—391.
[2] *Volluet G., Harteman P.* // Ultrasonic Symp. Proc. IEEE. 1981. P. 394—397.
[3] *Вороненко А. В., Герус С. В.* // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 12. С. 746—748.
[4] *Owens J. M., Smith C. V., Lee S. N., Collins J. H.* // IEEE Trans. Magn. 1978. Vol. MAG-14. N 5. P. 820—825.
[5] *Parekh J. P., Tuan H. S.* // Appl. Phys. Lett. 1977. Vol. 31. N 10. P. 709.
[6] *Вугальтер Г. А.* // РиЭ. 1981. Т. 26. № 7. С. 1382—1390.
[7] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
[8] *Шевченко В. В.* Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1969. 191 с.
[9] *Barybin A. A.* // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46. N 4. P. 1707—1720.
[10] *Barybin A. A.* // Int. J. Electron. 1978. Vol. 14. N 5. P. 499—523.
[11] *Bini M., Filetti P. L., Millanta L., Rubino N.* // J. Appl. Phys. 1978. Vol. 49. N 6. P. 3554—3564.
[12] *Люиселл У.* Связанные и параметрические колебания в электронике. М.: ИЛ, 1963.

Ленинградский электротехнический
институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в Редакцию
29 июня 1989 г.