

01; 04; 09

© 1990 г.

ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И СРЕДНЕЕ ПОЛЕ В ПРИЭЛЕКТРОДНЫХ СЛОЯХ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЕМКОСТНОГО РАЗРЯДА

Л. Д. Цендин

Исследовано движение электронов в неоднородной плазме в режиме подвижности. Показано, что если частота поля превышает обратное ионное максвелловское время, но мала по сравнению с обратным электронным, то усредненное по периоду ВЧ колебаний электрическое поле состоит из двух слагаемых. Первое, отличное от нуля в слое объемного заряда, зависит от координаты, а второе соответствует диффузии ионов. Рассмотрены установление квазинейтрального профиля за электронное максвелловское время, а также форма резкой границы электронного профиля, толщина которой порядка дебаевского радиуса. Получены выражения для среднего поля в высокочастотном случае.

Введение

Модель приэлектродных слоев высокочастотного разряда, в которой движение электронов происходит в режиме подвижности, была предложена Левицким [1] (см. также [2-4]). Если движение ионов тоже определяется подвижностью и $\omega\tau_i \gg 1$ ($\tau_i = (4\pi en_i \mu_i)^{-1}$ — ионное максвелловское время, μ_i — подвижность ионов), то ионный ток меньше тока смещения. Так как толщина слоя $L \sim E_0 / (4\pi en_i)$ (E_0 — амплитуда поля у электрода), то смещение ионов за период при этом условии мало по сравнению с L . Профиль их концентрации $n_i(x)$ квазистационарен. Он определяется ионизационно-рекомбинационными процессами и средним электрическим полем, электроны же движутся почти периодически. Если дебаевский радиус мал по сравнению с L , то граница профиля $n_e(x, t)$ является резкой. При этом в каждой точке слоя часть периода $n_i(x) \approx n_e(x, t)$ (плазменная фаза), а остальное время концентрация n_e близка к нулю (фаза объемного заряда). Среднее поле в фазе объемного заряда и обусловленная им скорость ионов определяется числом ионов между электродом и данной точкой [2-5]. Они обращаются в нуль на границе плазма—слой, где длительность фазы объемного заряда равна нулю. С другой стороны, ясно, что профиль $n_i(x)$ не равен равновесному значению в положительном столбе n_p (соответствующему равенству ионизации и рекомбинации) и на больших, чем L , расстояниях от электрода. Расчеты [4, 5] показывают, что у границы плазма—слой отличие это может быть значительным. Поэтому вблизи границы плазма—слой необходимо учесть диффузионное среднее поле, пропорциональное dn_i/dx . Для малой плавной неоднородности в плазме при $\omega\tau_e \ll 1$ ($\tau_e = (4\pi n_e \mu_e)^{-1}$ — электронное максвелловское время) диффузионное поле, возникающее в присутствии ВЧ тока, вычислено в [6, 7]. В данной работе этот результат обобщен на случай слоя с резкой границей при произвольном $\omega\tau_e$. Получено также уравнение, описывающее усредненное движение ионов при $\omega\tau_e \ll 1$.

Граница плазменной фазы и фазы объемного заряда

Пусть через плазму задан ток $j = -j_0 \sin \omega t$. Если характерные времена и масштабы велики по сравнению со временем и длиной релаксации импульса и

энергии электронов, то при заданном профиле $n_i(x)$ исходные уравнения имеют вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e n_e E + D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) = I - R, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e (n_i(x) - n_e(x, t)). \quad (2)$$

Так как движение электронов происходит быстро, то ионизационно-релаксационные члены (правая часть) (1) обычно существенны в уравнении для ионов, а в электронном уравнении (1) можно положить правую часть нулем. Если электронная диффузия незначительна, то формальное решение (1) есть

$$n_e(x, t) = n_e^{(0)}(x_0) \frac{dx_0}{dx}, \quad (3)$$

где $n_e^{(0)}(x_0)$ — начальный профиль электронной концентрации, а $x(x_0, t)$ — уравнение электронных траекторий

$$\frac{dx}{dt} = -\mu_e(E) E(x, t). \quad (4)$$

Эти траектории являются характеристиками уравнения (1) — электронная концентрация может испытывать разрыв на них. Так как траектории, пересекающие электрод, заполняются за счет медленных ионизационных процессов, а опустошаются за малое время порядка ω^{-1} , то их можно считать пустыми.

Полное же число электронов между электродом и данной точкой с этой же точностью сохраняется. Поэтому из (2), (4) имеем, положив для простоты $\mu_e = \text{const}$ и учитывая, что ток у электрода есть ток смещения,

$$\alpha \frac{d\xi}{dz} - \int_{\xi}^L N_i(\xi') d\xi' + A = -\tilde{E}_0(z) = -(1 - z + \cos z), \quad (5)$$

где $\alpha = \omega / (4\pi e n_0 \mu_e) = \omega \tau_e$; $\xi = e n_0 \omega x / j_0$; $z = \omega t$; $A = A(\xi_0) = \int_{\xi}^L N_e(\xi', z) d\xi'$ зависят только от ξ_0 — начальной точки на траектории, проходящей в момент z через точку ξ ; $N_{i,e} = n_{i,e} / n_0$; $\xi = \tilde{L} = e n_0 \omega L / j_0$ соответствует электроду; $\xi = 0$ — границе плазма—слой.

Так как в среднем за период электронный ток на него (равный малому ионному) мал, то полный ток при $\xi = \tilde{L}$ совпадает с током смещения. Поэтому безразмерное поле у электрода $\tilde{E}_0(z) = E(x=L, t) \omega / (4\pi j_0)$ можно записать в виде (5). Продифференцировав (5) по z , получим уравнение движения частицы с массой α и переменным коэффициентом трения $N_i(\xi)$ под действием заданной силы, периодически зависящей от времени. В отсутствие трения имела бы место суперпозиция равномерного и осцилляционного движений. Трение за время порядка τ_e обращает среднюю скорость $\langle d\xi/dz \rangle$ в нуль, все электронные траектории за это время становятся периодическими по z . Наиболее просто выглядят характеристики при $N_i = \text{const} = 1$. Тогда из (5) имеем

$$\tilde{L} - \xi = A + K e^{-z/\alpha} + (1 - z) + (\cos z + \alpha \sin z) / (1 + \alpha^2), \quad (6)$$

т. е. произвольное электронное распределение релаксирует к квазинейтральному. Если начальное распределение соответствует $N_e^{(0)} > 1$, то характеристики расходятся и N_e уменьшается; в обратном случае они сближаются, причем

$N_e \rightarrow 1$ и образуется плазма. Границе плазмы соответствует периодическая траектория, на которой $A=0$. Таким образом, за время $\sim \tau_e$ образуется профиль электронной концентрации с резкой периодически движущейся границей, разделяющей плазменную фазу и фазу объемного ионного заряда $\xi = \xi_{rp}(z)$. Траектории в плазме отличаются от граничной только сдвигом по ξ . Траектории электронов в фазе объемного заряда пересекают электрод и соответствуют $A=0$; $K \neq 0$ в (6). При $\alpha \ll 1$ в плазменной фазе поле мало и доминирует ток проводимости. При $\xi > \xi_{rp}(z)$ электроны отсутствуют и имеется лишь ток смещения. Траектории электронов слоев при $\alpha \ll 1$, $t \gg \tau_e$ приведены на рисунке.

Если $\alpha \ll 1$, то и при неоднородном профиле $N_i(\xi)$ за $t \sim \tau_e$ формируется квазинейтральная плазма с резкой границей $\xi = \xi_{rp}(z)$. В нулевом по α приближении эта граница соответствует полному экранированию поля ионным зарядом

$$\int_{\xi_0(z)}^{\xi} N_i(\xi') d\xi' = 1 - \kappa + \cos z. \quad (7)$$

Поправку $\xi_1(z)$ можно найти, подставив (7) в (5),

$$\begin{aligned} \xi_{rp}(z) &= \xi_0(z) + \xi_1(z) + \dots, \\ \xi_1(z) &= -\alpha \frac{d\xi_0}{dz} / N_i(\xi_0(z)). \end{aligned}$$

Константа κ в (5) определяется тем условием, чтобы граничная траектория касалась электрода

$$\kappa = \alpha^2 N_i^2(\bar{L})/2.$$

Касание происходит в момент времени $z_0 = (\pi + \alpha)/N_i(0)$. Толщина слоя порядка $j_0/(en_0\omega)$. Траектории (а значит, и поле) в плазменной фазе с точностью до α определяются условием квазинейтральности. При $\xi = \bar{L}$ длительность плазменной фазы равна нулю.

Диффузионное поле

Эволюция ионного профиля при $\omega\tau_i \gg 1$ определяется средним полем в заданной точке. Усреднение по фазе объемного заряда с точностью до α дает поле

$$\bar{E}(\xi) = \frac{4j_0}{\omega} (\sin z - z \cos z), \quad (8)$$

где $z(\xi)$ — уравнение граничной траектории (7).

В плазменной фазе, выразив через полный ток $n_e = \left(j(t) - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} \right) / (eE\mu_e)$ и подставив в уравнение Пуассона, получим, учитывая $\alpha \ll 1$,

$$\begin{aligned} E(x, t) &= \frac{j(t)}{e\mu_e n_i(x)} \left[1 + \frac{1}{4\pi en_i} \left(\frac{1}{\mu_e E} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{\partial E}{\partial x} \right) \right]^{-1} \approx \frac{j(t)}{e\mu_e n_i} - \\ &- \frac{1}{4\pi e\mu_e n_i} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{j^2(t)}{4\pi e^3 \mu_e^2 n_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial x}. \end{aligned} \quad (9)$$

В плазме (при $x < 0$) первые два члена при усреднении по времени дают нуль, а третий при $x < 0$ дает

$$\langle E(x) \rangle_1 = - \frac{j_0^2}{8\pi e^3 \mu_e^2 n_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial x} \quad (10)$$

диффузионное поле, вычисленное в [7]. Диффузионное поле в слое мало: оно сравнимо с (8) и поэтому существенно лишь при малых z (вблизи границы плазма—слой, когда мала длительность фазы объемного заряда). Поэтому выражение (10) можно использовать и в слое при малых z [8].

Учет электронной диффузии (второго члена в правой части (1)) в плазменной фазе приводит также к появлению среднего поля, пропорционального $(\partial n_i)/(\partial x)$. Вблизи $x=0$, когда плазменная фаза длится почти весь период, выражение для этого поля имеет обычный вид

$$\langle E(x) \rangle_2 = -\frac{T_e}{e} \frac{\partial n_i}{\partial x}. \quad (10a)$$

Подставляя (8.10) в уравнение для ионов, получим, что профиль $n_i(x)$ определяется уравнением

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(V_i(z) n_i - D_{\text{eff}}(n_i) \frac{\partial n_i}{\partial x} \right) = \langle I \rangle - \langle R \rangle, \quad (11)$$

где $V_i(z) = \mu_i \langle \tilde{E}(z) \rangle$, а эффективный коэффициент диффузии есть

$$D_{\text{eff}} = D_a + \frac{\mu_i \tilde{I}_0^2}{8\pi e^3 \mu_e^2 n_i^2}.$$

Правая часть (11) соответствует усредненной по периоду ВЧ поля ионизации и рекомбинации.

Электронная диффузия приводит также к размытию резкой границы электронного профиля, характерным масштабом которого является дебаевский радиус. Положим, что отношение его к L — масштабу изменения $n_i(x)$ мало

$$\beta = \frac{r_D^2}{L^2} = \frac{\omega \tau_e T_e}{e E L} \ll 1. \quad (12)$$

В безразмерных переменных (5) система (1), (2) имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial N_e}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\tilde{E} N_e + \beta \frac{\partial N_e}{\partial \xi} \right), \\ \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} &= N_i(\xi) - N_e(\xi, z). \end{aligned} \quad (13)$$

Если не рассматривать быстрые процессы, приводящие к установлению электронного профиля N_e с резкой границей за время порядка τ_e , то можно искать профиль N_e в виде

$$N_e = N_e(\xi - \xi(z), z), \quad (14)$$

где зависимость от первого аргумента имеет резкий масштаб $\sqrt{\beta}$ (дебаевский радиус), а от последних (и зависимость $\xi(z)$) — масштаб порядка единицы. Тогда спад электронного профиля описывается уравнением

$$\beta \frac{d^2}{d(\xi - \xi)^2} (\ln N_e) = N_e - N_i(\xi(z)). \quad (15)$$

Выберем условную границу электронного профиля $\xi(z)$ там, где $N_e = N_i/e$. Интегрируя (15), получим

$$\xi - \xi(z) = \sqrt{\frac{\beta}{2N_i(\xi)}} \int_{-1}^M \frac{dM'}{\sqrt{e^{M'} - 1 - M'}}, \quad M = \ln \frac{N_e}{N_i(\xi)}. \quad (16)$$

Уравнение, определяющее $\xi(z)$, нетрудно получить, интегрируя уравнение Пуассона (13). Учитывая, что в плазме траектории, близкие к граничной, подобны $\xi(z)$, так что при $\xi \rightarrow -\infty$ поле $\tilde{E} \rightarrow \alpha (d\xi/dz)$, получим, используя зависимость $N_e(\xi - \xi)$ (16),

$$\alpha \frac{d\xi}{dz} - \int_{\xi}^L N_i(\xi') d\xi' - \gamma \sqrt{2\beta N_i(\xi)} = -\tilde{E}_0(z), \quad (17)$$

где $\gamma = 0.41$.

Это уравнение в нулевом порядке по α совпадает с уравнением для граничной траектории (7). Зависимость (14) нарушается на расстояниях $\sim r_d$ вблизи электрода, когда n_e падает из-за диффузионного ухода электронов. При этом электронный ток на электрод существует при $(z_0 - z) \leq \sqrt{r_d L}$ и резко спадает до нуля при $z > z_0$. Такая зависимость соответствует численным расчетам [5].

Малые токи

С уменьшением тока и ростом частоты параметр α увеличивается. При $\alpha \gg 1$ высокочастотное поле мало возмущается объемным зарядом, ток повсюду близок к току смещения, так что траектории электронов в нулевом приближении по α^{-1} синусоидальны

$$\zeta^{(0)}(z) = \zeta_0 - \sin z, \quad (18)$$

где ζ — координата в единицах $4\pi j_0 \mu_e / \omega^2$.

В стационарном состоянии среднее смещение электрона должно быть равно нулю. Усредняя (5) по z вдоль граничной траектории ($A=0$), получим

$$x = 1 - \delta = 1 - \left\langle \int_{\zeta_{rp}^{(0)}}^L N_i d\zeta' \right\rangle / \alpha,$$

причем граничная траектория $\zeta_{rp}(z)$ должна касаться электрода.

Вычисляя интеграл вдоль невозмущенной траектории, получим

$$\delta = \frac{1}{\alpha\pi} \int_0^{\pi} N_i(\zeta') \arccos(1 - \zeta') d\zeta'. \quad (19)$$

Граничная траектория касается электрода в момент

$$z_0 = -\frac{\pi}{2} - \delta.$$

Если $n_e = \text{const}$, то из (6) видно, что за время порядка τ_e произвольное начальное распределение релаксирует к квазинейтральной плазме с резкой границей. Толщина слоя есть $8\pi j_0 \mu_e / \omega^2$. Если же n_e зависит от x , то область слева от граничной траектории является квазинейтральной лишь в среднем по времени. Действительно, усреднив уравнение для электронных траекторий (5) по времени, получим с учетом (19)

$$\left\langle \frac{d\zeta}{dz} \right\rangle = \frac{1}{\alpha} \left\{ \left\langle \int_{\zeta(z)}^{\zeta_{rp}(z)} N_i(\zeta') d\zeta' \right\rangle - \int_{\zeta(z)}^{\zeta_{rp}(z)} N_e d\zeta' \right\}. \quad (20)$$

Так как интеграл от электронной концентрации между граничной траекторией и данной сохраняется, то уравнение (20) описывает релаксацию начального профиля с максвелловским временем к квазинейтральному в среднем состоянию, когда

$$\left\langle \int_{\zeta(z)}^{\zeta_{rp}(z)} N_i(\zeta') d\zeta' \right\rangle = \int_{\zeta(z)}^{\zeta_{rp}(z)} N_e d\zeta'. \quad (21)$$

Действительно, если в начальном состоянии N_e , например, мало, то траектории приближаются к граничной и друг к другу, так что среднее значение интеграла от ионной концентрации уменьшается, в обратном случае — увеличивается. Граничной траектории соответствует в (18) $\zeta_0 = 1$. Поэтому, интегрируя по траектории (18), имеем из (21)

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\zeta \int_{\zeta_0 - \sin z}^{1 - \sin z} N_i(\zeta') d\zeta' = \int_{\zeta_0}^{\pi/2} N_e(\zeta, z=0) d\zeta.$$

Дифференцируя по ζ_0 , получим в стационарном состоянии (так как $(d\zeta)/(d\zeta_0)=1$)

$$N_e(\zeta, z) = N_e(\zeta_0 = \zeta + \sin z; z = 0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N_i(\zeta_0 - \sin z') dz', \quad (22)$$

т. е. электронная концентрация постоянна вдоль траектории (18) и равна средней вдоль траектории ионной.

Среднее по времени поле в точке ζ , определяющее движение ионов, равно

$$\langle E(\zeta) \rangle = \frac{4j_0}{\alpha\omega} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dz \int_{\zeta}^{1-\sin z} d\zeta' [N_i(\zeta' + \sin z - \sin z') - N_i(\zeta')] \quad (23)$$

при $\zeta < 0$ — в области, которая в среднем квазинейтральна. В слое же (при $\zeta > 0$)

$$\langle E(\zeta) \rangle = \frac{4j_0}{\alpha\omega} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\arcsin(1-\zeta)} dz \int_{\zeta}^{1-\sin z} d\zeta' \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N_i(\zeta' + \sin z - \sin z') dz' - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dz \int_{\zeta}^{1-\sin z} N_i(\zeta') d\zeta' \right\}. \quad (24)$$

Эти выражения упрощаются и сводятся к виду, аналогичному (8), (10) лишь при линейном профиле $N_i = 1 + a\zeta$.

В этом случае в слое

$$\frac{\alpha\omega}{4\pi j_0} \langle E(\zeta) \rangle = \left[(\zeta - 1) \left(\frac{1}{2} - \frac{\arcsin(1-\zeta)}{\pi} \right) + \sqrt{2\zeta - \zeta^2} - \frac{a}{2} \varphi(\zeta) \right], \quad (25)$$

где $\varphi(\zeta) = 1 - (1/\pi) \int_{\arcsin(1-\zeta)}^{\pi/2} dz [(\zeta + \sin z)^2 - 1]$.

А при $\xi < 0$ первое слагаемое в (25) обращается в нуль, а $\varphi(\xi)$ следует заменить на единицу.

Список литературы

- [1] *Левичкий С. М.* // ЖТФ. 1957. Т. 27. Вып. 5. С. 970—977.
- [2] *Райзер Ю. П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1988. Гл. 18.
- [3] *Велихов Е. П., Ковалев А. С., Рахимов А. Т.* Физические явления в газоразрядной плазме. М.: Наука, 1987. § 5.7, 5.9.
- [4] *Смирнов А. С.* // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 1. С. 61—66.
- [5] *Райзер Ю. П., Шнейдер М. Н.* // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 4. С. 471—479. 1988. Т. 14. № 2. С. 226—232.
- [6] *Ковалев А. С., Рахимов А. Т., Феоктистов В. А.* // Физика плазмы. 1981. Т. 7. № 6. С. 1411—1418.
- [7] *Шапиро Г. И., Сорока А. М.* // Письма ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 3. С. 129—131.
- [8] *Смирнов А. С., Цендин Л. Д.* // Тез. докл. VII Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Ташкент, 1987. Т. 1. С. 83—84.

Ленинградский политехнический институт

Поступило в Редакцию
11 мая 1989 г.