01; 09; 10

© 1990 г.

ЛИНЕЙНОЕ УСИЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ В ДВУМЕРНОЙ ГРЕБЕНЧАТОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЕ С ТОНКИМИ ЛАМЕЛЯМИ [1]

И. Л. Вербицкий, А. Г. Реука

В самосогласованной постановке строго решается задача о линейном усилении поверхностных волн релятивистским электронным потоком в двумерной гребенчатой резонансной замедляющей системе. Приводится диаграмма Бриллюена холодного двумерного гребенчатого волновода. Дана классификация всех поверхностных электронных волн в системе, исследуется поведение их фазовых скоростей и инкрементов неустойчивостей. Сравниваются результаты численного и аналитического решений дисперсионного уравнения электронных волн.

Введение

1. Черенковскому взаимодействию релятивистского электронного потока (РЭП) со слабозамедленными поверхностными электромагнитными волнами в периодических замедляющих системах (ЗС) посвящен целый ряд теоретических и экспериментальных работ [1–13]. При этом наибольшее внимание уделялось автогенераторам, поскольку реализация релятивистских усилителей типа ЛБВ осложнялась [1] большим разбросом скоростей электронов в потоке, высоким уровнем собственных шумов РЭП, нестабильностью питающих напряжений и т. п. Однако достигнутый за последние годы прогресс в оптимизации источников электронов и электронно-оптических систем может поставить в ряд перспективных релятивистские усилители типа ЛБВ, которые до этого вследствие технологических трудностей казались неперспективными.

2. При создании усилителей СВЧ стремятся к обеспечению одномодового режима взаимодействия и получению на выходе усилителя волны с фиксированной и воспроизводимой структурой электромагнитного поля. Это накладывает ограничения на выбор ЗС, которая должна обладать выраженными резонансными свойствами, сильной дисперсией и достаточно малыми поперечными размерами — порядка длины волны в свободном пространстве λ.

Однако использование ЗС с малым поперечным сечением усиливает опасность возникновения СВЧ пробоя у стенок волновода и, следовательно, ограничивает уровни достижимых мощностей, уменьшает длительности СВЧ импульсов, заставляет вести работу при токах РЭП, близких к предельным, что в свою очередь приводит к неустойчивости РЭП [2].

3. Присущие одномодовым приборам ограничения во многом снимаются при переходе к широким электронным потокам, взаимодействующим с поверхностными волнами пространственно развитых электродинамических структур.

До настоящего времени наибольшее применение в релятивистских приборах электроники СВЧ получили цилиндрические диафрагмированные и гофрированные волноводы. Однако если пространственное развитие ЗС осуществлять за

[1] Работа докладывалась на VI Всесоюзном семинаре по релятивистской СВЧ электронике (Свердловск, 1989).

счет увеличения диаметра волновода [12], то селекция мод (выделение одной рабочей моды) становится при этом чрезвычайно сложной задачей.

В этой связи представляется перспективным применение в релятивистских ЛБВ пространственно развитых в поперечном направлении прямоугольных периодических резонансных волноводов с гладкими боковыми стенками и высотой поперечного сечения порядка λ. Это позволит, сохранив преимущества одномодовых приборов, уменьшить плотность потока энергии и снизить вероятность возникновения пристеночного пробоя.

Отметим также и другое преимущество планарной геометрии перед цилиндрической в релятивистских приборах электроники СВЧ. В импульсных РЭП трудно обеспечить полную зарядовую компенсацию пучка. В планарной же конфигурации вследствие близости металлических поверхностей к ленточному РЭП с обеих сторон вдвое сильнее, чем в случае цилиндрической геометрии, ослабляются собственные (кулоновские) поля электронного потока. Соответственно облегчается группировка частиц в сгустки и повышается стабильность пучка, что позволяет улучшить рабочие характеристики релятивистской ЛБВ.

4. Самосогласованное решение задачи о взаимодействии РЭП с полем мелкогофрированных волноводов получено в работах [8–10]. В этих работах указывается, что при взаимодействии РЭП с полями плоского [8] и цилиндрического [8–10] гофрированных волноводов с малой глубиной гофра инкремент нарастания поля пропорционален $\delta^{2/3}$, где $\delta \ll 1$ — параметр модуляции гофра. По этой причине переход к ЗС с очень малой глубиной гофрировки сильно снижает КПД прибора и приводит к значительному увеличению его оптимальной длины [10]. Кроме того, слабогофрированные волноводы обладают слабо выраженными резонансными свойствами и слабой дисперсией.

Поэтому для умеренно релятивистских приборов СВЧ ($E < 500$ кэВ, где E — кинетическая энергия РЭП), когда электропрочность [2] не является определяющим фактором при выборе ЗС, представляет интерес исследование взаимодействия РЭП с глубокогофрированной (диафрагмированной) резонансной ЗС, где нет малого параметра модуляции гофра. Методы, использованные в [8–10] и основанные на гипотезе Рэлея и разложении в ряд по малому возмущению границы, в этом случае неприменимы.

Строгое самосогласованное решение общей задачи о взаимодействии РЭП с резонансными ЗС в настоящее время отсутствует. Много практических расчетов было выполнено с помощью метода эквивалентных схем (см., например, [11, 13]), однако этот метод самосогласованным не является и тонких эффектов учесть не может. В известных работах (см., например, [4, 6, 7]), использующих полевые методы, в частности модифицированную теорию возбуждения периодических структур [14, 15], строгого самосогласованного решения задачи о взаимодействии РЭП с диафрагмированным волноводом получено не было.

В работах [6, 7] с помощью методики расчета более строгой, чем в [4], исследуется взаимодействие РЭП с полем цилиндрического диафрагмированного волновода с бесконечно тонкими и густыми ($d/\lambda \ll 1$, d — период ЗС) диафрагмами. Однако в случае слаботочного РЭП ($\chi \ll 1$, где $\chi = \omega_p^2/\omega^2$, ω_p — плазменная частота пучка) в [6] пренебрегают высокочастотным самодействием пучка и ограничиваются одноволновым приближением с заданной структурой вихревого поля, а при больших токах пучка коэффициенты депрессии сил пространственного заряда и связи вводятся из эмпирических соображений [7].

Поэтому строгое количественное решение задачи в самосогласованной постановке о взаимодействии РЭП с полем резонансной ЗС является по-прежнему актуальным.

---

[2] Вероятность пристеночных СВЧ пробоев в глубокогофрированных и диафрагмированных волноводах может быть снижена [5] за счет снижения длительности импульса, поддержания высокого вакуума в системе, хорошей транспортировки пучка, сильного фокусирующего магнитного поля, специального выбора материалов и обработки поверхности ЗС, придания ребристым выступам округлой формы и т. д.

1. Постановка задачи

В настоящей работе асимптотически точно в самосогласованной постановке решается задача о линейном усилении поверхностных волн слаборелятивистским ($E \approx 400$ кэВ) ленточным электронным потоком в двумерной, достаточно частой гребенчатой резонансной ЗС с бесконечно тонкими ламелями (рис. 1).

Предполагается, что $A \sim \lambda$, где A — расстояние от гребенки до экрана. Рассматривается достаточно глубокая гребенка, обладающая сильной дисперсией и одной выделенной полосой пропускания ($0 \leqslant \mathring{\beta}_0 d \leqslant \pi$, где $\mathring{\beta}_0$ — продольное волновое число «холодной» основной пространственной гармоники).

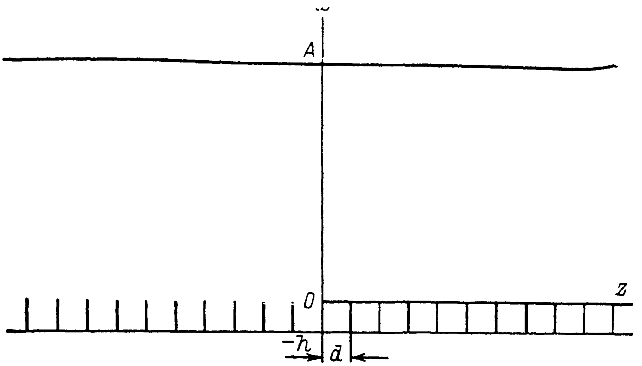

Рис. 1. Двумерная гребенчатая замедляющая система с бесконечно тонкими ламелями.

На вход ЗС поступают импульсный моноэнергетический однородный поток электронов, синхронный со слабозамедленной «холодной» основной пространственной гармоникой ЗС, и модулирующий пучок внешний СВЧ сигнал. Поскольку длительность импульсов обычно много больше времени пролета электрона, то задача решается как стационарная. Рассматривается случай скомпенсированного ионным фоном слаботочного ($\chi \ll 1$) прямолинейного (одномерного) пучка, замагниченного бесконечно большим продольным магнитным полем.

В работе исследуется режим усиления, характерный для односекционной релятивистской ЛБВ [3]: за счет увеличения глубины щелей гребенки точка синхронизма РЭП с «холодной» поверхностной основной пространственной гармоникой смещена по дисперсионной кривой от π-вида в сторону меньших частот. Потери в системе не учитываются.

2. Получение дисперсионного уравнения

Точное дисперсионное уравнение, описывающее распространение электронных волн E-типа в двумерной гребенчатой замедляющей системе с бесконечно тонкими ламелями, пронизываемой одномерным моноэнергетическим нерелятивистским ($v_e/c \ll 1$, v_e — невозмущенная скорость электронного потока) квазинейтральным плоским электронным потоком, получено методом переразложения в [16, 17]

$$\det\|a_{mq}\| = 0, \quad m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots;\ q = 0,\ \pm 1,\ \pm 2, \ldots, \tag{1}$$

где

$$a_{mq} = \frac{\alpha_q (1 + \zeta_q) + \gamma_m \operatorname{th}(\gamma_m h)}{\alpha_q^2 - \gamma_m^2}, \tag{2}$$

$$\zeta_q = \frac{1}{n_q}\left\{\frac{(n_q+1)\operatorname{sh}\{\alpha_q[(n_q-1)L + A]\} - (n_q-1)\operatorname{sh}\{\alpha_q[(n_q+1)L - A]\}}{(n_q+1)\operatorname{ch}\{\alpha_q[(n_q-1)L + A]\} - (n_q-1)\operatorname{ch}\{\alpha_q[(n_q+1)L - A]\}}\right\} - 1, \tag{3}$$

$$\alpha_q = \sqrt{\beta_q^2 - k^2}, \quad \beta_q = \beta_0 + \frac{2\pi q}{d}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \tag{4}$$

β_0 — «горячее» продольное волновое число основной пространственной гармоники; β_q — «горячее» продольное волновое число q-й пространственной гармоники; α_q — «горячее» поперечное волновое число q-й пространственной гармоники; k — волновое число в свободном пространстве; предполагается, что $|\operatorname{Re}\beta_0| \leqslant \pi/d$;

$$\gamma_m = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{d}\right)^2 - k^2} \tag{5}$$

— волновое число m-го типа колебаний в прямоугольном резонаторе, образованном смежными ламелями гребенки;

$$n_q = \sqrt{1 - \frac{\chi}{z_q^2}} \tag{6}$$

— показатель преломления пучка;

$$\chi = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e};$$

$$z_q = 1 - \frac{\beta_q}{\beta_e}, \quad \beta_e = \frac{\omega}{v_e}; \tag{7}$$

L — толщина электронного потока.

Учет релятивистских эффектов для прямолинейного (одномерного) электронного потока сводится к замене χ на $\chi_R = \chi\gamma^{-3}$, где $\gamma = (1-(v_e^2/c^2))^{-1/2}$.

Для получения дисперсионного уравнения в замкнутой форме наложим на параметры гребенки и пучка следующие ограничения: 1) $\chi \ll 1$ (плотность пучка достаточно мала); 2) $e^{-2\gamma_1 h} \ll 1$ (гребенка достаточно глубокая); 3) $\varkappa^2 \ll 1$, где $\varkappa = kd/2\pi = d/\lambda$ (гребенка не очень редкая); 4) $e^{-\alpha_1 A} \ll 1$ (экран расположен достаточно далеко от гребенки); 5) $|z_0| \ll 1$ (пучок находится в «горячем» синхронизме с основной пространственной гармоникой: $\beta_e \approx \operatorname{Re}\beta_0$); 6) $L = A$ (пучок заполняет все пространство взаимодействия от гребенки до экрана).

Условия 2 и 4 выполняются соответственно при $h/d \geqslant 1/2$ и $A/d \geqslant 1/2$. Из условия 3 следует, что рассмотрение ограничено только теми случаями, когда в пространстве взаимодействия $(0 \leqslant x \leqslant A)$ и в щели гребенки $(-h \leqslant x \leqslant 0)$ может быть не больше одной незатухающей в поперечном направлении пространственной гармоники.

Воспользовавшись условиями 1—6, получим из (1) путем прямого вычисления детерминантов типа двойного альтернанта Коши [17] асимптотически точное дисперсионное уравнение электронных волн

$$t^+ + t^-\Omega + \frac{\zeta_0}{2}\{t^+[1 + T_0(\gamma_0)] + t^-[1 + T_0(-\gamma_0)]\,\Omega\} = 0, \tag{8}$$

где

$$t^\pm = 0.5\left[1 \pm i\,\mathrm{tg}\left(2\pi\varkappa\frac{h}{d}\right)\right], \tag{9}$$

$$\Omega = \left[\frac{a_0 - i\varkappa}{a_0 + i\varkappa}\right]\left[\frac{B(-i\varkappa)}{B(i\varkappa)}\right], \quad B(i\varkappa) = 2^{-2i\varkappa}\frac{\Gamma(1 - b_0 - i\varkappa)\,\Gamma(1 + b_0 - i\varkappa)}{\Gamma(1 - 2i\varkappa)},$$

$$a_0 = \frac{\alpha_0 d}{2\pi}, \quad b_0 = \frac{\beta_0 d}{2\pi}, \quad a_0 = \sqrt{b_0^2 - \varkappa^2}, \tag{10}$$

$$\zeta_0 = \frac{1}{n_0}\,\mathrm{th}\left[2\pi\frac{A}{d}a_0 n_0\right] - 1, \quad n_0 = \sqrt{1 - \frac{\chi_R}{z_0^2}}, \tag{11}$$

$$T_0(\pm\gamma_0) = \left[\frac{a_0 \mp i\varkappa}{a_0 \pm i\varkappa}\right]\frac{B(a_0)}{B(-a_0)}, \quad B(a_0) = 2^{-2a_0}\frac{\Gamma(1 - b_0 - a_0)\,\Gamma(1 + b_0 - a_0)}{\Gamma(1 - 2a_0)}. \tag{12}$$

Введем наряду с параметром «горячего» синхронизма $z_0 = 1 - (b_0/b_e)$ параметры «холодного» синхронизма $s_0 = 1 - (b_e/b_0^0)$ $(b_0^0 = \beta_0^0 d/2\pi)$ и резонансного взаимодействия $\tau_0 = 1 - (b_0/b_0^0)$, которые связаны зависимостью

$$\tau_0 = z_0 + s_0 - z_0 s_0. \tag{13}$$

Воспользовавшись определениями z_0, s_0 и τ_0, получим для релятивистского фактора γ и показателя преломления пучка n_0 следующие выражения:

$$\gamma = \left[1 - \frac{\varkappa^2}{b_0^{0\,2}(1-s_0)^2}\right]^{-1/2}, \tag{14}$$

$$n_0 = \left[1 - \frac{\chi\gamma^{-3}(1-s_0)^2}{(1 - b_0/b_0^0 - s_0)}\right]^{1/2}. \tag{15}$$

Далее будем рассматривать случай резонансного взаимодействия $|\tau_0| \ll 1$, когда одновременно с условием «горячего» синхронизма $|z_0| \ll 1$ выполняется также условие «холодного» синхронизма $|s_0| \ll 1$. Тогда в режиме слабого замедления $b_0^0 \geqslant 0$ имеем $|a_0|^2 \ll 1$.

Преобразуем (8) к более удобному для анализа виду, а также, воспользовавшись условиями $\varkappa^2 \ll 1$ и $|a_0|^2 \ll 1$, упростим (10) и (12)

$$\frac{\operatorname{th}\left[2\pi \frac{A}{d} a_0 n_0\right]}{n_0} + \left[\frac{W-1}{W+1}\right] = 0, \tag{16}$$

где

$$W = \frac{t^+ + t^-\Omega}{t^+T_0(\gamma_0) + t^-T_0(-\gamma_0)\,\Omega}, \tag{17}$$

$$\Omega \approx \left[\frac{a_0 - i\varkappa}{a_0 + i\varkappa}\right]\left[\frac{1 + 2i\varkappa f(b_0)}{1 - 2i\varkappa f(b_0)}\right], \tag{18}$$

$$T_0(\pm\gamma_0) \approx \left[\frac{a_0 \mp i\varkappa}{a_0 \pm i\varkappa}\right]\left[\frac{1 - 2a_0 f(b_0)}{1 + 2a_0 f(b_0)}\right], \tag{19}$$

$$f(b_0) = \frac{1}{2}\left[\psi(1+b_0) + \psi(1-b_0)\right] + C + \ln 2, \tag{20}$$

$\psi(z) = (\Gamma'(z))/(\Gamma(z))$ — дигамма-функция Эйлера, $C \approx 0.5772$ — постоянная Эйлера.

При численном решении уравнения (16) удобно воспользоваться разложением для дигамма-функций вида $\psi(1+z)$ через дзета-функции Римана $\zeta(n)$ [18]

$$\psi(1+b_0) = -C + \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \zeta(n)\, b_0^{n-1} \quad \text{при } |b_0| < 1,$$

$$f(b_0) = \ln 2 + 0.5 \cdot \sum_{n=2}^{\infty}\left[(-1)^n - 1\right]\zeta(n)\, b_0^{n-1}. \tag{21}$$

3. Численное решение дисперсионного уравнения

Для решения дисперсионного уравнения (16) необходимо знать дисперсионную зависимость $\varkappa = \varkappa(b_0^0)$ холодного двумерного гребенчатого волновода, удовлетворяющего условиям 2—4. В работе [19] при предположениях 2—4 получено дисперсионное уравнение холодного двумерного гребенчатого волновода с бесконечно тонкими ламелями

$$e^{4\pi a_0^0 \frac{A}{d}} = \frac{B(a_0^0)}{B(-a_0^0)}\left[\frac{a_0^0 - 2\varkappa^2 f(b_0^0) + \xi\,(1 + 2a_0^0 f(b_0^0))}{a_0^0 + 2\varkappa^2 f(b_0^0) - \xi\,(1 - 2a_0^0 f(b_0^0))}\right], \tag{22}$$

где

$$\frac{B(a_0^0)}{B(-a_0^0)} = 2^{-4a_0^0}\,\frac{\Gamma(1 - b_0^0 - a_0^0)\,\Gamma(1 + b_0^0 - a_0^0)\,\Gamma(1 + 2a_0^0)}{\Gamma(1 - b_0^0 + a_0^0)\,\Gamma(1 + b_0^0 + a_0^0)\,\Gamma(1 - 2a_0^0)}, \tag{23}$$

$$\xi = \varkappa \operatorname{tg}\left[2\pi\varkappa \frac{h}{d}\right]. \tag{24}$$

Поскольку $0 \leqslant b_0^0 \leqslant 1/2$, $|a_0^0|^2 \ll 1$, то при численном решении уравнения (22) для вычисления гамма-функций вида $\Gamma(1+z)$ удобно воспользоваться следующим разложением [18]:

$$\ln\Gamma(1+z) = \left[-\ln(1+z) + z(1-C)\right] + \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\left[\zeta(n) - 1\right]\frac{z^n}{n}, \quad |z| < 2. \tag{25}$$

На рис. 2 представлена диаграмма Бриллюэна $\varkappa=\varkappa\ (b_0^0)$ для медленных волн, полученная из численного решения (22) при $A/d=8$, $h/d=1$. На рис. 2 кривая 1 является кривой «скольжения», на которой выполняется условие $b_0^0=\varkappa$ и которая отделяет область быстрых (объемных) волн ($b_0^0 < \varkappa$) от области медленных (поверхностных) волн ($b_0^0 > \varkappa$). Кривая 2 — дисперсионная кривая $\varkappa=\varkappa\ (b_0^0)$.

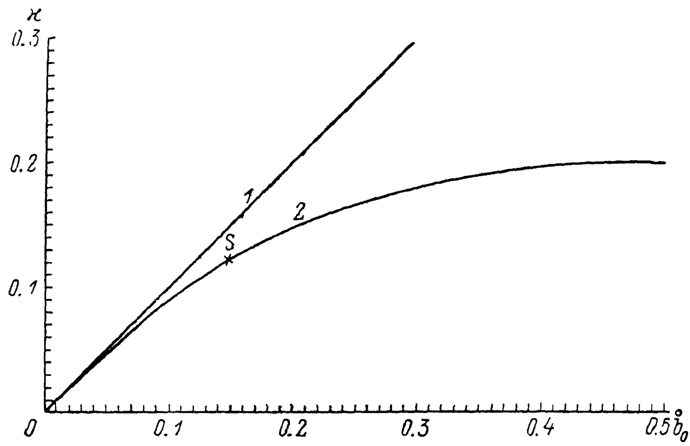

Рис. 2. Диаграмма Бриллюена.

Точка синхронизма S ($b_0^0=0.145$, $\varkappa\approx0.120$) на дисперсионной кривой выбрана таким образом, чтобы при точном «холодном» синхронизме РЭП с «холодной» основной пространственной гармоникой $v_e=v_{\text{ф}0}^0$, где $v_{\text{ф}0}^0$ — фазовая скорость «холодной» основной пространственной гармоники (пучок обладал бы кинетической энергией) (E (кэВ)$=511/(1-\varkappa^2/b_0^{02})^{1/2}-511$), равной 400 кэВ, которая характерна для слаборелятивистских одномодовых ЛБВ с диафрагмированными замедляющими системами [1, 2]. Релятивистский фактор при этом $\gamma\approx1.78$.

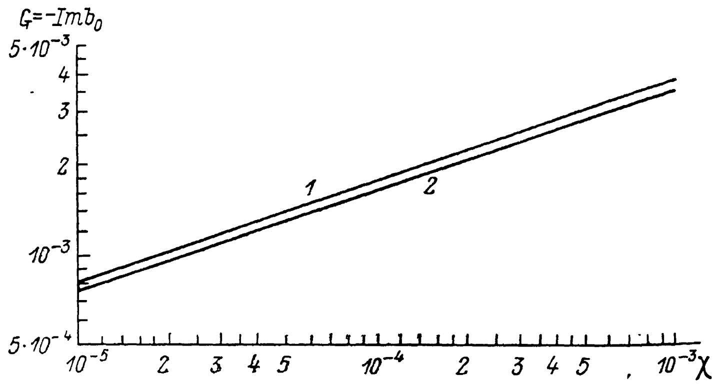

Рис. 3.

Таким образом, при выбранных значениях параметров A/d и h/d получается $A/\lambda\approx0.96$, $A+h/\lambda\approx1.08$, $h/\lambda\approx0.120$.

На рис. 3 кривая 2 — это зависимость нормированного инкремента нарастания $G=-\mathrm{Im}\,b_0$ от параметра χ, полученная из численного решения трансцендентного дисперсионного уравнения (16) при $A/d=8$, $h/d=1$, $b_0^0=0.145$ и $\varkappa\approx$ ≈0.120.

Зависимость инкремента нарастания G от χ, построенная в логарифмическом масштабе, представляет собой прямую с угловым коэффициентом, равным 1/3, следовательно, $G\sim\chi^{1/3}$, что согласуется с предсказаниями теории о поведении инкремента нарастания в середине полосы пропускания ЗС. Поверхностная электронная волна, инкремент нарастания которой представлен кривой 2 на рис. 3, является медленной $v_{\phi 0} < v_e$, где $v_{\phi 0} = \omega/\mathrm{R}\, e\beta_0$ — фазовая скорость «горячей» основной пространственной гармоники. С ростом χ фазовая скорость этой волны несколько уменьшается $\chi=10^{-5}$, $\mathrm{Re}\, b_0 \geqslant 0.145$; $\chi=10^{-4}$, $\mathrm{Re}\, b_0 \approx \approx 0.146$; $\chi=10^{-3}$, $\mathrm{Re}\, b_0 \approx 0.147$.

Рис. 4 иллюстрирует влияние рассинхронизма на величину инкрементов неустойчивых поверхностных электронных волн и величину фазовой скорости трех прямых парциальных поверхностных электронных волн, распространяющихся в рассматриваемой системе. Все кривые получены численным решением трансцендентного дисперсионного уравнения (16) при $A/d=8$, $h/d=1$, $b_0^0 = 0.145$, $\varkappa \approx 0.120$, $\chi=10^{-4}$ в режиме слабого замедления $b_0^0 \geqslant \varkappa$.

Все фазовые скорости волн измеряются по отношению к скорости РЭП v_e. Кривая *1* представляет зависимость $v_e/v_{\phi 0}$ от $v_e/v^0_{\phi 0}$ для двух неустойчивых парциальных электронных волн: одной — нарастающей, другой — затухающей.

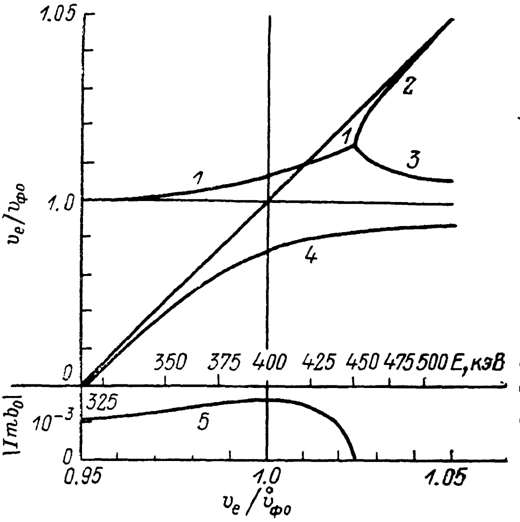

Рис. 4. Фазовая диаграмма. Режим слабого замедления.

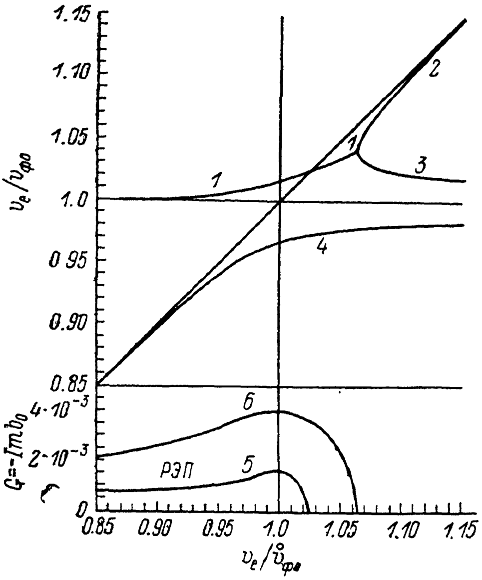

Рис. 5. Фазовая диаграмма. Режим сильного замедления.

Из поведения кривой *1* видно, что фазовая скорость неустойчивых электронных волн при выбранных значениях параметров меньше скорости РЭП $v_{\phi 0} < v_e$. Абсолютные величины инкрементов $G = -\mathrm{Im}\, b_0$ неустойчивых электронных волн представлены кривой *5*. Кривые *2*, *3* и *4* представляют зависимости $v_e/v^0_{\phi 0}$ от $v_e/v^0_{\phi 0}$ для трех прямых парциальных электронных волн постоянной амплитуды. Электронные волны, которым соответствуют кривые *3* и *4* при $v_e/v_{\phi 0} \geqslant \geqslant 1.05$, естественно называть соответственно медленной и быстрой волнами пространственного заряда. Для удобства над осью абсцисс $v_e/v^0_{\phi 0}$ на рис. 4 приведена шкала, цифры на которой обозначают величину кинетической энергии РЭП.

Кривые на рис. 5 аналогичны кривым на рис. 4, но получены численным решением характеристического уравнения (полинома четвертой степени) (26а) из [17] при $A=L=\infty$, $b_0^0=0.145$, $\chi=10^{-4}$ в режиме сильного замедления $b_0^{02} \geqslant \geqslant \varkappa^2$. Кривая *6* — зависимость инкремента нарастания от $v_e/v^0_{\phi 0}$ в режиме сильного замедления, полученная численным решением (26а) из [17]. Кривая *5* — зависимость инкремента нарастания от $v_e/v^0_{\phi 0}$ в режиме слабого замедления, полученная численным решением (16).

Из сравнения кривых *5* и *6* видно, что в релятивистской ЛБВ имеет место значительное сужение допустимого интервала расстроек скоростей. Уменьшение эффективности усиления в релятивистской ЛБВ связано с увеличением массы частиц электронного потока.

4. Аналитическое решение дисперсионного уравнения

Упростим для аналитического решения трансцендентное дисперсионное уравнение (16). Подставляя (18), (19) в (17) и пренебрегая членами порядка $O(\varkappa^2)$ по сравнению с единицей, получим

$$W \approx \frac{a_0 - \xi + 2b_0^2 f(b_0)}{a_0 + \xi - 2b_0^2 f(b_0)}. \tag{26}$$

В случае слабого замедления $b_0^0 \gg \varkappa$ из условия резонансного взаимодействия $|\tau_0| \ll 1$ следует, что $|b_0|^2 = O(\varkappa^2)$. Тогда, пренебрегая в ряде (21) членами порядка $O(\varkappa^2)$, малыми по сравнению с $\ln 2$, получим $f(b_0) \approx \ln 2$. Далее в силу поверхностного характера рассматриваемых волн пренебрежем влиянием экрана и ограничимся исследованием случая полуограниченного РЭП ($A = L = \infty$). Тогда с учетом сделанных выше упрощений уравнение (16) примет следующий вид:

$$\frac{1}{n_0} = \frac{\xi - 2b_0^2 \ln 2}{a_0}. \tag{27}$$

Для решения (27) получим из (22) дисперсионную зависимость $\varkappa = \varkappa(b_0^0)$ для холодной открытой ($A = \infty$) гребенки в случае слабого замедления ($b_0^0 \gg \varkappa$). При $b_0^0 \gg \varkappa$ имеем $a_0^{02} \ll 1$, поэтому первый фактор в правой части уравнения (22) представим в виде

$$\frac{B(a_0^0)}{B(-a_0^0)} \approx \frac{1 - 2a_0^0 \ln 2}{1 + 2a_0^0 \ln 2}. \tag{28}$$

Подставляя (28) в (22) и полагая $A = \infty$, получим дисперсионное уравнение слабозамедленных собственных волн гребенки

$$a_0^0 - \xi + 2b_0^{0\,2} \ln 2 = 0. \tag{29}$$

Подставляя ξ из (29) в (27), после некоторых преобразований получим алгебраическое характеристическое уравнение шестой степени

$$(z_0^2 - \chi_R)\left[a_0^0 + 2b_0^{0\,2} \ln 2\,(2\tau_0 - \tau_0^2)\right]^2 = z_0^2 a_0^2. \tag{30}$$

Однако у этого уравнения половина корней должна быть лишней, так как оно эквивалентно квадрату уравнения (27). Введем для удобства малый параметр $\varepsilon = (c/v_{\phi 0}^0) - 1 = (b_0^0/\varkappa) - 1$, где $\varepsilon > 0$, поскольку $b_0^0 \gg \varkappa$. Выразим продольные и поперечные волновые числа через параметр ε

$$b_0^0 \approx \varkappa(1 + \varepsilon), \quad b_0 \approx b_0^0 (1 - \tau_0),$$
$$a_0^0 \approx \varkappa\sqrt{2\varepsilon}, \quad a_0 \approx \varkappa\sqrt{2(\varepsilon - \tau_0 - 2\varepsilon\tau_0)}. \tag{31}$$

Воспользовавшись определением ε и формулами (31), приведем (30) к виду

$$(z_0^2 - \chi_R)\left[\sqrt{2\varepsilon} + 2\varkappa(2\tau_0 - \tau_0^2)\ln 2\right]^2 = 2z_0^2(\varepsilon - \tau_0 - 2\varepsilon\tau_0). \tag{32}$$

Отбрасывая в (32) τ_0^2 по сравнению с $2\tau_0$, получим уравнение четвертой степени

$$(z_0^2 - \chi_R)\left[\sqrt{\varepsilon} + 2\sqrt{2}\,\varkappa\tau_0 \ln 2\right]^2 = z_0^2(\varepsilon - \tau_0 - 2\varepsilon\tau_0). \tag{33}$$

Приведем в (33) подобные члены и пренебрежем величиной $(8\tau_0\varkappa^2 \ln 2)$ по сравнению с единицей

$$z_0^2\tau_0\left(1 + 2\varepsilon + 4\varkappa\sqrt{2\varepsilon}\ln 2\right) = \chi_R\left(\sqrt{\varepsilon} + 2\sqrt{2}\,\varkappa\tau_0 \ln 2\right)^2. \tag{34}$$

Для исследования (34) найдем связь между параметрами ε, s_0 и γ. При условии $\gamma^2 \gg 1$ имеем

$$\varepsilon \approx s_0 + \frac{0.5}{\gamma^2}. \tag{35}$$

Путем верификации решения уравнения (34) легко установить, что всегда выполняется неравенство

$$\sqrt{\varepsilon} \gg 2\sqrt{2}\,\varkappa\,|\tau_0|\ln 2. \tag{36}$$

Предположение о неравенстве, обратном (36), приводит к противоречию. Учитывая (36), получим из (34)

$$z_0^2\tau_0 \approx \frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}\chi_R \approx \varepsilon\chi_R. \tag{37}$$

Уравнение (37) совпадает с характеристическим уравнением из [20], полученным отличным от рассмотренного выше методом. Подставив (35) в (37), получим кубическое алгебраическое характеристическое уравнение

$$z_0^2\tau_0 \approx \left(s_0 + \frac{0.5}{\gamma^2}\right)\chi_R. \tag{38}$$

Рассмотрим решение уравнения (38) в наиболее интересном режиме слабого рассинхронизма $|s_0| \ll 0.5/\gamma^2$. Учитывая, что $\tau_0 = z_0 + s_0 - z_0 s_0 \approx z_0 + s_0$ и $\chi_R = \chi\gamma^{-3}$, преобразуем (38) к следующему виду:

$$(\tau_0 - s_0)^2\,\tau_0 = \frac{\chi}{2\gamma^5}. \tag{39}$$

При $|s_0| \gg |\tau_0|$ усиления нет. При $s_0=0$ нормированный инкремент нарастания равен

$$G = -\mathrm{Im}\,b_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} b_0^0 \left(\frac{\chi}{2}\right)^{1/3}\gamma^{-5/3}. \tag{40}$$

Аналитическая зависимость (40) инкремента нарастания G от χ при $A = L = \infty$, $b_0^0=0.145$ и $\gamma\approx 1.78$ ($E=400$ кэВ) представлена кривой *1* на рис. 3. Из рис. 3 видно, что аналитическая кривая *1* близка к кривой *2*, полученной из численного решения уравнения (16) при $A/d=8$, $h/d=1$, $b_0^0=0.145$, $\varkappa\approx 0.120$, $\gamma\approx 1.78$. Небольшое различие между кривыми *1* и *2* может быть объяснено тем, что при аналитическом решении полагали $A=L=\infty$, тогда как при численном решении считали, что $A=L$, $A/d=8$.

Найдем из (39), при каком значении s_0 наступает срыв усиления. Положив $\tau_0 = \bar{\tau}_0 (\chi/2\gamma^5)^{1/3}$, $s_0 = \bar{s}_0 (\chi/2\gamma^5)^{1/3}$, обезразмерим уравнение (39)

$$(\bar{\tau}_0 - \bar{s}_0)^2\,\bar{\tau}_0 = 1. \tag{41}$$

Дискриминант приведенного кубического уравнения, полученного из (41), равен $D = 1 - (\bar{s}_0^3/27)$. Условие наличия усиления $D > 0$ выполняется при $s_0 < 3\,(\chi/2)^{1/3}\gamma^{-5/3}$.

Из верификации полученных результатов следует, что они справедливы при $\chi \ll 0.1/\gamma$. Это условие выполняется для всех приведенных в работе расчетов.

5. Определение коэффициентов связи и депрессии сил пространственного заряда

Для определения коэффициентов связи $K_0^{\text{св}}$ и депрессии Γ_0 рассмотрим характеристическое уравнение четвертой степени электронных волн в периодических структурах [14]. Отбрасывая члены более высокого порядка малости, чем χ, перепишем это уравнение в наших обозначениях в виде

$$\tau_0 (2 - \tau_0)\left[z_0^2 - \Gamma_0\chi_R\right] - K_0^{\text{св}}\chi_R = 0. \tag{42}$$

Приведем уравнение (33) к виду (42). Воспользовавшись условием (36), получим

$$z_0^2\tau_0\left[1 + 2\varepsilon + 2\varkappa(2-\tau_0)\sqrt{2\varepsilon}\cdot\ln 2\right] - \varepsilon\chi_R = 0. \tag{43}$$

Из (43) следует, что в первом приближении

$$z_0^2\tau_0 \approx \frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}\chi_R. \tag{44}$$

Учитывая (44), преобразуем (43)

$$\tau_0(2-\tau_0)\left[\frac{z_0^2}{(2-\tau_0)}+z_0^2\frac{2\varkappa\sqrt{2\varepsilon}\ln 2}{1+2\varepsilon}\right]-\frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}\chi_R=0, \tag{45}$$

где

$$\frac{z_0^2}{(2-\tau_0)}\approx\frac{z_0^2}{2}+\frac{z_0^2\tau_0}{4}\approx\frac{z_0^2}{4}+\frac{1}{4}\frac{\varepsilon}{(1+2\varepsilon)}\chi_R. \tag{46}$$

Подставим (46) в (45)

$$\tau_0(2-\tau_0)\left[z_0^2-\left(-\frac{\varepsilon}{2}\right)\chi_R\right]-(2\varepsilon)\chi_R\approx 0. \tag{47}$$

Сравнивая (47) с (42), получим [3]

$$K_0^{\text{св}}\approx 2\varepsilon,\quad \Gamma_0\approx-\frac{\varepsilon}{2}. \tag{48}$$

Таким образом, при уменьшении замедления основной пространственной гармоники ($v_{\text{ф}0}^0\to c$) имеем $K_0^{\text{св}}\to 0$ и $\Gamma_0\to 0$. Это согласуется с физическими представлениями о том, что при $v_{\text{ф}0}^0\to c$ структура замедленной волны E-типа приближается к структуре плоской поперечной волны, слабо взаимодействующей с электронным потоком и замедляющей системой.

Заключение

Полученные в данной работе результаты численного исследования и асимптотически точные аналитические результаты хорошо согласуются и могут представлять интерес для создания планарных ЛБВ с ленточными РЭП.

Рассмотренные закономерности взаимодействия РЭП с резонансной ЗС имеют в значительной степени общий характер. Качественно они справедливы и для других периодических структур с глубокой гофрировкой, имеющих более плавную форму гофра и поэтому более устойчивых к возникновению пристеночного СВЧ пробоя. Аналогичный инженерный расчет для ЗС более общего вида может быть проведен методом работы [21].

Список литературы

[1] *Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д.* и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. С. 76—113.
[2] *Александров А. Ф., Афонин М. А., Галузо С. Ю.* и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький, 1981. С. 145—169.
[3] *Бугаев С. П., Канавец В. И., Климов А. И.* и др. // Генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. М.: МГУ, 1987. С. 106—130.
[4] *Курилко В. И., Ткач Ю. В., Шендрик В. А.* // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 5. С. 956—964.
[5] *Ткач Ю. В., Файнберг Я. Б., Магда И. И.* и др. // Физика плазмы. 1975. Т. 1. Вып. 1. С. 81—87.
[6] *Нечаев В. Е.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 4. С. 598—604.
[7] *Нечаев В. Е.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 5. С. 745—757.
[8] *Ткач Ю. В., Гадецкий Н. П., Блиох Ю. П.* и др. // Препринт ХФТИ. № 78-32. Харьков, 1978. 28 с.
[9] *Курилко В. И., Кучеров В. И., Островский А. О.* и др. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 2. С. 2569—2575.
[10] *Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 2. С. 233-240.
[11] *Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Канавец В. И.* и др. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 11 С. 2381—2389.
[12] *Александров А. Ф., Галузо М. Ю., Канавец В. И.* и др. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 8 С. 1727—1730.

[3] Формулы (40) и (48) совпадают с результатами работы [20].

[13] *Афонин А. М., Канавец В. И., Руднев А. П.* // РЭ. 1981. Т. 26. № 3. С. 647—651.
[14] *Вайнштейн Л. А.* // ЖТФ. 1957. Т. 27. Вып. 10. С. 2340—2352.
[15] *Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 399 с.
[16] *Вербицкий И. Л.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 9. С. 1411—1421.
[17] *Вербицкий И. Л., Бузик Л. М.* // РЭ. 1970. Т. 15. № 5. С. 1003—1015.
[18] *Абрамовиц М., Стиган И.* // Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
[19] *Бузик Л. М.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 12. С. 1878—1890.
[20] *Вербицкий И. Л.* // Тез. докл. X Всесоюз. научной конф. по электронике СВЧ. Минск, 1983. Т. 1. С. 226—227.
[21] *Вербицкий И. Л.* // Письма ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 11. С. 695—697.

Украинский заочный политехнический
институт им. И. З. Соколова
Харьков

Поступило в Редакцию
31 мая 1989 г.