

01; 04; 09

© 1990 г.

ПРИЭЛЕКТРОДНЫЕ СЛОИ
В НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНОМ ВЧ РАЗРЯДЕ

А. С. Смирнов, Л. Д. Цендин

На основе усредненного уравнения для профиля ионной концентрации анализируются процессы в приэлектродных слоях емкостного несамостоятельного ВЧ разряда при средних давлениях. Получены аналитические выражения для распределения концентрации вблизи границы плазмы. Результаты сравниваются с численными расчетами.

В [1] было показано, что для описания движения ионов в приэлектродных областях высокочастотного емкостного разряда можно воспользоваться усредненными по быстрым электронным движениям уравнениями. В данной работе на основе полученных в [1] уравнений анализируется наиболее простой, однако практически важный [2] случай несамостоятельного разряда.

Пусть задан разрядный ток через плазму $j = -j_0 \sin \omega t$, причем частота удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{aligned} \omega &\ll \nu_e, \nu_i, \kappa \nu_e, \tau_e^{-1}, \\ \omega &\gg \beta n_e, \tau_i^{-1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ν_e, ν_i — частота столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами; κ — доля энергии, теряемая электроном за одно столкновение; $\tau_{e,i} = (4\pi n_{e,i} \mu_{e,i})^{-1}$ — максвелловские времена; $n_{e,i}, \mu_{e,i}$ — концентрации и подвижности электронов и ионов; β — коэффициент рекомбинации. При выполнении этих условий движение заряженных частиц в электрическом поле определяется их подвижностями, диффузия электронов несущественна, а распределение электронов по энергиям и соответственно скорость ионизации определяются локальным мгновенным значением электрического поля. Смещение ионов за период ВЧ поля мало по сравнению с размером слоя; вклад ионов в полный ток всюду мал. Согласно [1], профиль электронной концентрации имеет резкую границу, которая движется в переменном электрическом поле, как показано на рис. 1, а. Здесь $x=0$ соответствует границе слоя пространственного заряда, а при $x=L$ — электроду. Профиль же распределения ионов $n(x)$ обусловлен их движением в усредненном электрическом поле и описывается уравнением

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{d}{dx} \left[-D_{\text{eff}}(n) \frac{\partial n}{\partial x} + V(z)n \right] = I - R. \quad (2)$$

Здесь $V(z) = \mu_i \bar{\varepsilon}$ — скорость движения ионов в поле, усредненном по фазе объемного разряда,

$$\bar{E}(x) = \frac{4j_0}{\omega} (\sin z - z \cos z), \quad (3)$$

$z(x) = \omega \tau(x)$ — уравнение границы пространственного распределения электронов

$$\sin z \frac{dz}{dx} = \frac{e\omega}{j_0} n(x), \quad (4)$$

$z=0$ соответствует границе плазма—слой, а $z=\pi$ — электроду ($x=L$). Вблизи $z=0$ из (4) имеем ($n_b = n(x=0)$)

$$x = \frac{j_0}{2e\omega n_b} z^2,$$

$$\bar{E}(x) = \frac{4j_0}{3\omega} z^3 = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{j_0}{\omega}} (2en_b x)^{3/2}. \quad (5)$$

Усреднение электрического поля по плазменной фазе (заштрихована на рис. 1, а) дает член, пропорциональный градиенту концентрации, который описывается эффективным коэффициентом диффузии

$$\langle \bar{E}(x) \rangle = - \left[\frac{T_e}{en_i} + \frac{j_0^2}{8\pi e^3 \mu_e n^3} \right] \frac{dn}{dx} = - \frac{(D_a + D_{ВЧ})}{\mu_i n_i} = - \frac{D_{\text{eff}}(n)}{\mu_i n_i} \frac{dn}{dx}. \quad (6)$$

Первое слагаемое в скобках соответствует обычной амбиполярной диффузии, а второе — высокочастотной диффузии [3]. В правой части (2) стоят усредненные по периоду источники и стоки заряженных частиц. Будем считать для простоты, что внешний источник обеспечивает однородную стационарную ионизацию, которая превышает ионизацию плазменными электронами во всем объеме, а потери заряженных частиц определяются объемной рекомбинацией

$$I = I_0 = \text{const}, \quad R = \beta n^2.$$

Примерное распределение концентрации показано на рис. 1, б. Пусть разрядный промежуток превышает диффузионную длину $l_{dp} = \sqrt{D_{\text{eff}}(n_p)/\beta n_p}$, так что середина его занята однородным положительным столбом с концентрацией

$$n = n_p = \sqrt{I_0/\beta}.$$

Ионы из приэлектродной области выносятся на электрод электрическим полем (3) и диффузией, причем скорость выноса возрастает при приближении к электроду. Поэтому концентрация в слое монотонно падает с ростом x . Вынос ионов из приэлектродной области приводит к тому, что и в плазме при $x < 0$ на расстоянии порядка l_{dp} концентрация меньше n_p . Для нахождения профиля ионной концентрации необходимо решить уравнение (2) для трех областей: плазменной (область I на рис. 1), где вынос электронов обусловлен диффузией; основной части слоя (область III), где можно пренебречь диффузией ионов по сравнению с (3); и переходной области (область II на рис. 1). Ширина этой области

$$\delta \sim \frac{D_{\text{eff}}(\delta)}{V(\delta)}, \quad (7)$$

как показано ниже, мала по сравнению с L .

В плазменной области $V=0$. Домножив левую и правую части (2) на $D_{\text{eff}}(dn/dx)$, имеем

$$-\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(D_{\text{eff}} \frac{dn}{dx} \right)^2 = (I_0 - \beta n^2) D_{\text{eff}} \frac{dn}{dx}.$$

Таким образом, профиль концентрации в плазме определяется квадратурой.

$$\Gamma = -D_{\text{eff}} \frac{dn}{dx} = \left[\int_n^{n_p} 2D_{\text{eff}}(n') (I_0 - \beta n'^2) dn' \right]^{1/2}. \quad (8)$$

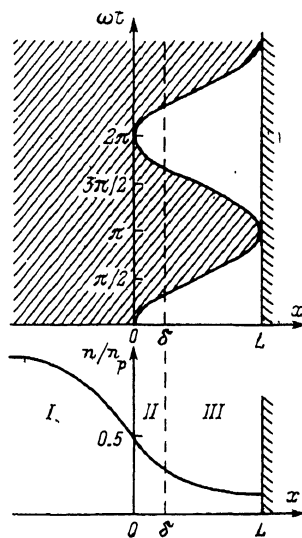


Рис. 1.

Выражение (8) связывает диффузионный поток Γ с ионизацией, которая его создает. Так, в случае преобладания амбиполярной диффузии ($D=D_a = \text{const}$ (n)) и нулевой концентрации на границе поток равен

$$\Gamma_0^{\max} = \sqrt{\frac{4}{3}} \frac{D_a n_p}{l_{ap}} = \sqrt{\frac{4}{3}} I_0 l_{ap}. \quad (9)$$

В области III можно пренебречь диффузионным потоком, а также (если $n \ll n_p$) рекомбинацией, которая уменьшается пропорционально n^2 . При этом интегрируя (2) и подставляя (3), получаем

$$\frac{4j_0}{\omega} \mu_i n_i (\sin z - z \cos z) = \Gamma_0 + I_0 x. \quad (10)$$

Здесь Γ_0 — поток ионов на входе в слой. Объединяя (10) с (4) и интегрируя, получаем

$$\begin{aligned} \left(\Gamma_0 + \frac{1}{2} I_0 x\right) \frac{e\omega^2}{4j_0^2 \mu_i} x &= \int_0^z \left(\sin^2 z' - \frac{z'}{2} \sin 2z'\right) dz' = \\ &= \frac{z}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \cos 2z\right) - \frac{3}{8} \sin 2z. \end{aligned} \quad (11)$$

Система (10), (11) дает профиль ионной концентрации в слое как функцию x . Для малых z можно воспользоваться (5) и получить явное выражение для профиля концентрации

$$n_i(x) = \frac{3}{4} \frac{\omega}{j_0 \mu_i} \left[\frac{15e\omega^2}{4j_0^2 \mu_i} \right]^{-3/2} \frac{\Gamma_0 + I_0 x}{\left[\Gamma_0 + \frac{1}{2} I_0 x \right]^{3/2}} x^{-3/2}. \quad (12)$$

Это выражение с точностью до 10 % верно вплоть до $x=L$. Для определения толщины слоя пространственного заряда и концентрации ионов у электрода надо учесть, что $z=\pi$ при $x=L$.

Тогда из (11), (10) следует

$$L = \left[\left(\frac{\Gamma_0}{I_0} \right)^2 + \frac{6\pi j_0^2 \mu_i}{I_0 e \omega^2} \right]^{1/2} - \frac{\Gamma_0}{I_0}, \quad (13)$$

$$n(L) = \frac{\omega}{4\pi j_0 \mu_i} (\Gamma_0 + I_0 L). \quad (14)$$

Решение (12) расходится при $x=0$, так как здесь поле обращается в нуль и становится существенной диффузия. Вклад этой переходной области шириной δ (7), где (12) теряет смысл, в объемный заряд невелик. Профиль здесь необходимо найти, чтобы определить константу Γ_0 . В общем случае уравнение (2) решается только численно. Приведем качественные оценки, позволяющие определить граничную концентрацию n_b и Γ_0 в соответствии с (8).

Будем считать, что толщина переходного слоя δ мала, так что в нем можно пренебречь ионизацией по сравнению с Γ_0 , концентрация меняется несущественно, а $D_{\text{eff}} \approx \text{const}$. Тогда уравнение (2) можно проинтегрировать

$$\begin{aligned} n &= \exp\left(\int_0^x \frac{V}{D_{\text{eff}}} dx'\right) \left[C - \int_0^x \frac{\Gamma_0}{D_{\text{eff}}} \exp\left(-\int_0^{x'} \frac{V}{D_{\text{eff}}} dx''\right) dx' \right] = \\ &= \int_x^\infty \frac{\Gamma_0}{D_{\text{eff}}} dx' \exp\left(-\int_x^{x'} \frac{V}{D_{\text{eff}}} dx''\right). \end{aligned} \quad (15)$$

Константа интегрирования C выбирается из граничного условия $n(x=L)=0$, но поскольку $\delta \ll 1$, то можно положить $n=0$ при $x=\infty$.

Положим, что $n_b \ll n_p$. Тогда, подставляя (5), (9) и положив $x=0$, получаем выражение для граничной концентрации в условиях, когда доминирует амбиполярная диффузия,

$$\frac{n_b}{n_p} = \left[\sqrt{\frac{4}{3}} \frac{\Gamma(2/5)}{l_{dp}} \right]^{3/2} \left(\frac{2}{5n_p} \right)^{3/2} \left[\frac{D_{\text{eff}} \beta \omega}{4j_0^{1/2} i_0} \left(\frac{j_0}{2e\omega} \right)^{3/2} \right]^{1/2}. \quad (15a)$$

Здесь $\Gamma(x)$ — гамма-функция. Таким образом, формула (16) позволяет определить граничную концентрацию и соответственно Γ_0 , необходимые для сшивки решений в плазме и слое пространственного заряда.

Рассмотрим условия, в которых выполняются сделанные выше предположения. Подставляя (5), (7) в (15), получаем для отношения концентраций на границах δ -слоя

$$\frac{n_b}{n(\delta)} = \frac{\int_0^{\alpha} \frac{\Gamma_0}{D_{\text{eff}}} \exp\left(-\int_0^{x'} \frac{V}{D_{\text{eff}}} dx''\right) dx'}{\int_{\delta}^{\alpha} \frac{\Gamma_0}{D_{\text{eff}}} \exp\left(-\int_{\delta}^{x'} \frac{V}{D_{\text{eff}}} dx''\right) dx'} = \frac{\Gamma(2/5)}{e^{2/5} \Gamma(2/5, 2/5)} \simeq 2.27. \quad (15b)$$

Здесь $\Gamma(a, z)$ — неполная гамма-функция. Близкие величины $n_b/n(\delta)$ получаются для других степенных зависимостей V_x . Таким образом, концентрация ионов в δ -слое меняется на величину порядка ее самой и приведенный расчет носит оценочный характер. Вторым важным предположением является неизменность потока ионов в δ -слое. Такая ситуация в несамостоятельном разряде реализуется, если толщина переходной области мала по сравнению с диффузионной длиной l_{dp} . Действительно, в соответствии с (8) поток ионов из плазмы равен

$$\Gamma_0 = D_{\text{eff}} \frac{dn}{dx} \Big|_{x=0} \simeq I_0 \left(1 - \frac{n_b}{n_p}\right) l_{dp}. \quad (16)$$

Приращение потока в δ -слое должно быть существенно меньше потока Γ_0 . Отсюда получаем

$$\frac{\delta}{l_{dp}} \ll 1 - \frac{n_b}{n_p}. \quad (17)$$

С другой стороны, в соответствии с (16) перепад концентрации в δ -слое

$$\Delta n \simeq \delta \frac{dn}{dx} \Big|_{x=0} \sim n_b,$$

а перепад концентрации в плазме

$$n_p - n_b \sim l_{dp} \frac{dn}{dx} \Big|_{x=0}.$$

Отсюда получаем

$$\frac{n_b}{n_p - n_b} \sim \frac{\delta}{l_{dp}}. \quad (18)$$

Сравнивая (17) и (18), видим, что такой случай реализуется, если $\delta/l_{dp} \ll 1$ и $n_b \ll n_p$. Толщина переходного слоя сама зависит от концентрации. Поэтому для оценки возьмем значение δ_p , соответствующее параметрам положительного столба. Подставляя в выражение для δ (7) формулу (5) с концентрацией, равной n_p , получаем, что при

$$K = \frac{l_{dp}}{\delta_p} = \sqrt{\frac{D_{\text{eff}}(n_p)}{\beta n_p}} \left(\frac{128 u_0^2 e^3 \omega n_p^3}{9 j_0 D_{\text{eff}}^2(n_p)} \right)^{1/2} \gg 1 \quad (19)$$

граничная концентрация $n_b \sim K^{-1/2} n_p \ll n_p$, а поток в δ -области сохраняется. В противоположном случае диффузия незначительна. Концентрация на границе слоя близка к n_p , и потоком ионов из плазмы в слой можно пренебречь. Если к тому же

$$\beta \gg 2\pi e r_0, \quad (20)$$

то $n \approx n_p$ во всем слое. При этом толщина слоя $L \sim L_1 = 2j_0 / (e\omega n_p)$, что соответствует [4]. Линеаризуя (2), (4), можно определить также поправку к концентрации в слое

$$\frac{\delta n}{n_p} \approx \frac{n_b - n_p}{n_p} - \frac{4e\mu_i n_p}{\frac{d}{dn}(1-R)} \Big|_{n=n_p} z. \quad (21)$$

При выполнении условия (20) поправка мала. Если же выполняется неравенство, противоположное (20), и $K \ll 1$, то поправка (21) становится сравнима с 1 внутри слоя. Начиная с этого места, грубо говоря, профиль концентрации описывается (12). Следует отметить, что величина K очень слабо зависит от параметров плазмы. Поэтому в большинстве практически интересных случаев неравенство (19) выполняется. Условия $K \ll 1$, а также (20) выполняются лишь

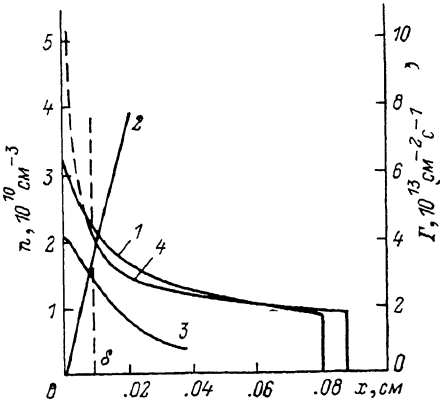


Рис. 2.

$\omega/2\pi = 7.35$ МГц, $p = 90$ Тор N_2 , $I_0 = 10^{18}$ см $^{-3}$ /с, $j_0 = 4.5$ мА/см 2 , $\beta = 2 \cdot 10^{-7}$ см $^{-2}$ /с. Численный расчет: 1 — n , 2 — Γ_V , 3 — Γ_D , 4 — решение (12).

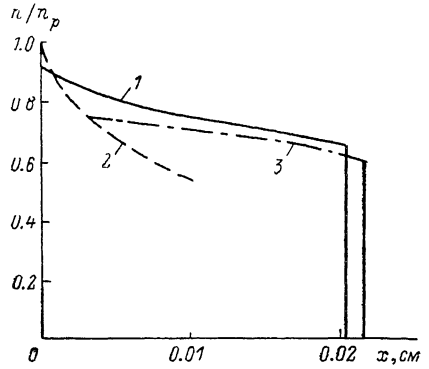


Рис. 3.

$\omega/2\pi = 1.76$ МГц, $p = 5000$ Тор, $j_0 = 1$ мА/см 2 ; остальные параметры те же, что и на рис. 2. 1 — численный расчет; 2, 3 — формулы (21), (12) соответственно.

при высоких давлениях, превышающих десятки атмосфер. Если преобладает высокочастотная диффузия, то ситуация усложняется. При этом коэффициент диффузии

$$D_{\text{eff}}(n) = D_p \left(\frac{n_p}{n} \right)^3 \quad (22)$$

зависит от концентрации, и уравнение (2) при $\Gamma = \Gamma_0$ не интегрируется в квадратурах. Более того, так как концентрация в δ -слое падает в несколько раз, то диффузионный поток возрастает из-за резкой зависимости D_{eff} от концентрации. Это приводит к увеличению толщины δ -слоя по сравнению со случаем $D_{\text{eff}} = \text{const}$ и соответственно ионизации в нем. В результате получается, что при высокочастотной диффузии ионизация в δ -слое всегда существенна. Тем не менее при выполнении условия (19) граничная концентрация будет значительно меньше, чем в столбе. Если считать, что коэффициент диффузии в δ -слое не меняется и равен $D_{\text{eff}}(n_b)$, то можно получить для n_b оценочную формулу, аналогичную (16),

$$\frac{n_b}{n_p} \approx \left\{ \frac{V \frac{I_0}{D_p}}{n_p^{11/10}} \left(\frac{2}{5} \right)^{3/5} \Gamma \left(\frac{2}{5} \right) \left[\frac{D_p^3 \omega j_0^{1/2}}{4\mu_i (2e\omega)^{3/2}} \right]^{1/4} \right\}^{1/4} \sim K^{-1/4}. \quad (23)$$

Таким образом, приведенные выше выражения позволяют оценить основные параметры слоя и построить профиль концентрации в приэлектродной области.

На рис. 2 полученный таким способом профиль концентрации сравнивается с точным численным решением уравнения (2). Здесь же приведена зависимость от расстояния до границы слоя диффузионного Γ_D и дрейфового Γ_V потоков. Как видно из рисунка, несмотря на оценочный характер расчета, полученный профиль удовлетворительно совпадает с точным решением. Оценки дают $n_b/n_p = 0.46$, $\delta = 0.93 \cdot 10^{-2}$ см, в то время как численный расчет — $n_b/n_p = 0.45$, $\delta = 0.75 \cdot 10^{-2}$ см (здесь δ определяется как точка, где сравниваются Γ_V и Γ_D (рис. 2)). Концентрации у электрода, а значит, и поток ионов на электрод совпадают, 10%-ное отличие в толщине слоя L обусловлено тем, что она определялась по формуле (13), которая соответствует профилю (12), расходящемуся при $x=0$ (штриховая кривая на рис. 2). При больших токах, когда преобладает высокочастотная диффузия, совпадение несколько хуже. Так, для $j_0 = 12$ мА/см² оценки дают $n_b/n_p = 0.3$, $\delta = 3 \cdot 10^{-2}$ см, а точный расчет — $n_b/n_p = 0.48$, $\delta = 1.4 \cdot 10^{-2}$. Однако это слабо сказывается на параметрах слоя, так как поток ионов на электрод формируется в основном в области пространственного заряда и неточность в определении Γ_0 слабо влияет на его суммарную величину. Действительно, (13) дает $L = 0.26$ см, а точный расчет — $L = 0.25$. На рис. 3 приведены результаты расчета для $p = 5000$ Тор. В этом случае $K = 0.73 < 1$ и диффузионным потоком можно пренебречь. При расчете по (12) полагалось $I = I_0 - \beta n_s^2$, где $n_s = 0.75 n_p$ — концентрация в точке сшивки. Как видно из рисунка, профиль, построенный с помощью (21), (12), хорошо описывает точное решение. Следует также отметить, что полученные из численного решения (2) профили распределения концентрации близки к полученным для тех же условий результатам численного моделирования [2] с использованием полной, неусредненной по времени системы уравнений.

Список литературы

- [1] Цендин Л. Д. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 8. С. 53—58.
- [2] Ковалев А. С., Рахимов А. П., Феоктистов В. А. и др. // Физика плазмы. 1981. Т. 7. С. 1411—1418.
- [3] Шапиро Г. И., Сорока А. М. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 8. С. 882.
- [4] Левитский С. М. // ЖТФ. 1957. Т. 27. Вып. 5. С. 970—977.

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина

Поступило в Редакцию
11 мая 1989 г.