01; 02

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МНОГОЗАРЯДНОГО ИОНА НА АТОМЕ

М. Я. Амусья, А. В. Соловьев

Изучено поляризационное тормозное излучение, возникающее при рассеянии атома на многозарядном ионе. Вычислен полный спектр излучения, в котором учтены все возможные состояния атома в конце соударения. Показано, что поляризационное тормозное излучение доминирует в полном спектре излучения в широком интервале частот фотона вследствие когерентности излучения электронов атома в этом процессе. Установлено, что кулоновское поле многозарядного иона существенно влияет на спектры излучения.

Введение

В последние десять лет появилось значительное количество как теоретических, так и экспериментальных работ [1, 2], посвященных исследованию поляризационного тормозного излучения структурных частиц (атомов, ионов, ядер и т. п.). Поляризационное тормозное излучение ПТИ вызывается деформацией, поляризацией структурных частиц в различных процессах рассеяния. Интенсивность ПТИ весьма велика, во многих случаях [1, 2] она оказывается одного порядка или даже превосходит интенсивность обычного тормозного излучения.

В настоящей работе изучено ПТИ атома при его рассеянии на многозарядном ионе ($Z_и \gg 1$). Эта система требует особого рассмотрения, поскольку наличие в системе сильного кулоновского поля иона существенно влияет на состояние электронов в процессе столкновения даже при больших по атомным масштабам скоростях $v \gg 1$, так как при этом параметр Борна $Z_и/v$ может быть порядка 1 ($|e|=m_e=\hbar=1$). Показано, что кулоновское поле многозарядного иона существенно изменяет спектр ПТИ в сравнении с борновским расчетом [1, 2]).

Процессы излучения фотона при столкновении многозарядного иона с атомом, сопровождающиеся одновременной ионизацией последнего, были рассмотрены ранее [3-5]. Основным достижением настоящей работы является расчет полного спектра излучения $(d\sigma^п)/(d\omega)$, в котором наряду со всевозможными процессами излучения фотона с ионизацией атома учитывается также и ПТИ. При ПТИ конечное состояние атома совпадает с начальным. Качественно механизм ПТИ можно представить как излучение фотонов в результате изменения индуцированного в процессе столкновения дипольного момента атома. Нами показано, что ПТИ в широкой области частот фотона ω доминирует в полном спектре излучения.

Причина доминирования ПТИ в $(d\sigma^п)/(d\omega)$ носит универсальный характер [6, 7] и заключается в том, что в процессе ПТИ вклады отдельных атомных электронов суммируются когерентно, подобно тому, как это происходит при рэлеевском рассеянии света на атоме. В результате сечение ПТИ пропорционально квадрату числа электронов N^2. Сечение же процессов излучения с ионизацией атома пропорционально лишь первой степени N, поскольку вклады отдельных электронов в этом сечении суммируются некогерентно. Эти процессы аналогичны поэтому комбинационному рассеянию света.

1. Амплитуда процесса

Рассмотрим столкновение иона заряда $Z_1 \gg 1$ с атомом, находящимся в основном состоянии, в результате которого испускается фотон частоты ω, поляризации $\mathbf{e}$, а атом переходит в возбужденное или остается в основном состоянии. Уравнение Шредингера, описывающее движение атомных электронов в поле ядра и многозарядного иона, имеет вид

$$\left[\sum_{j=1}^{N}\frac{\hat{p}_j^2}{2}+\frac{\hat{p}_1^2}{2M_1}+\frac{\hat{p}_2^2}{2M_2}+\sum_{j=1}^{N}\hat{V}_{j1}+\sum_{j=1}^{N}\hat{V}_{j2}-E\right]\Psi_E(\mathbf{r}_1;\ \mathbf{r}_2;\ \{\mathbf{r}_j\})=0, \qquad (1)$$

где $(\hat{\mathbf{p}}_1;\ \mathbf{r}_1)$, $(\hat{\mathbf{p}}_2;\ \mathbf{r}_2)$, $(\{\hat{\mathbf{p}}_j\};\ \{\mathbf{r}_j\})$ — операторы импульса и координаты иона, ядра и N электронов соответственно; M_1, M_2 — массы иона и ядра атома; $\hat{V}_{j1}=-(Z_1/|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_1|)$, $\hat{V}_{j2}=-(Z_2/|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_2|)$ — потенциалы взаимодействия электрона с ионом и ядром; Z_1, Z_2 — заряды иона и ядра $Z_1 \gg Z_2$.

В (1) мы опустили потенциал взаимодействия иона с ядром, считая, что он слабо влияет на движение тяжелых частиц. Далее мы получим критерий справедливости этого предположения.

Амплитуда радиационного перехода в низшем порядке теории возмущений по взаимодействию поля излучения с рассматриваемой нами системой частиц имеет следующий вид:

$$f=\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}}\left\langle\Psi_f^{(-)}\left|\mathbf{e}\cdot\sum_{i=1}^{N}\hat{\mathbf{p}}_i\right|\Psi_{in}^{(+)}\right\rangle. \qquad (2)$$

При написании амплитуды мы пренебрегли параметрически слабым излучением тяжелых частиц — иона и ядра. Волновые функции $\Psi_{in}^{(+)}$, $\Psi_f^{(-)}$ являются решениями задачи рассеяния для уравнения Шредингера (1). Они обладают асимптотическим поведением, которое определяется рассматриваемым каналом реакции. Так, если электрон на бесконечности находится в поле ядра, то приходим к следующим функциям $\Psi_{in}^{(+)}$, $\Psi_f^{(-)}$:

$$\Psi_{in}^{(+)}=\Phi_{in}+G_+(E_{in})\hat{V}_1\Phi_{in}, \qquad (3)$$

$$\Psi_f^{(-)}=\Phi_f+G_-(E_f)\hat{V}_1\Phi_f, \qquad (4)$$

где

$$\Phi_{in}=e^{i\mathbf{p}_1\mathbf{r}_1}e^{i\mathbf{p}_2\mathbf{R}_{\text{ци}}}\varphi_{in}(\{\mathbf{r}_j-\mathbf{R}_{\text{ци}}\}),$$

$$\Phi_f=e^{i\mathbf{p}_1'\mathbf{r}_1}e^{i\mathbf{p}_2'\mathbf{R}_{\text{ци}}}\varphi_f(\{\mathbf{r}_j-\mathbf{R}_{\text{ци}}\})$$

— состояния системы до и после взаимодействия; $\varphi_{in}(\{\mathbf{r}_j-\mathbf{R}_{\text{ци}}\})$, $\varphi_f(\{\mathbf{r}_j-\mathbf{R}_{\text{ци}}\})$ — стационарные состояния атома;

$$\mathbf{R}_{\text{ци}}=\frac{M_2\mathbf{r}_2+\sum_{j=1}^{N}\mathbf{r}_j}{M_2+N}\approx\mathbf{r}_2$$

— радиус-вектор центра инерции подсистемы; ядро плюс электроны; $G_\pm(E_{in;f})=(E_{in;f}-H\pm i\delta)^{-1}$ — функции Грина уравнения Шредингера (1), взятые при энергиях начального $E_{in}=(p_1^2/2M_1)+(p_2^2/2\mu_2)+\varepsilon_{in}$ и конечного $E_f=\frac{p_1'^2}{2M_1}+\frac{p_2'^2}{2\mu}+\varepsilon_f$ состояний системы соответственно; ε_{in}, ε_f — энергия связи электрона в поле $\hat{V}_2$ в начальном и конечном состояниях: $\mu_2=M_2+N\approx M_2$.

В знаменатель функции Грина $G_\pm(E_{in;f})$ входит сумма потенциалов $\sum_{j=1}^{N}(\hat{V}_{j1}+\hat{V}_{j2})$. Если расстояние между ионом и ядром — $R_{12}=|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|<z_1/z_2$, то поле иона сильнее воздействует на электроны в атоме, нежели поле протона $(|\hat{V}_{j1}|>|\hat{V}_{j2}|)$. Как будет ясно из конечного результата, именно эта область расстояний дает главный вклад в сечение ПИ. Поэтому можно воспользоваться разложением функций Грина в ряд теории возмущений по взаимодействию $\hat{V}_{j2}$. Оставляя лишь низший член этого разложения и пользуясь преобразованием

$$1+\frac{1}{G_0^{-1}(E)-\sum\limits_{j=1}^{N}\hat{V}_{j1}}\sum_{j=1}^{N}\hat{V}_{j1}=\prod_{j=1}^{N}\left(1+\frac{1}{G_0^{-1}(E)-\hat{V}_{j1}}\hat{V}_{j1}\right),$$

где

$$G_0^{-1}(E)=E-\sum_{j=1}^{N}\frac{\hat{p}_j^2}{2}-\frac{\hat{p}_1^2}{2M_1}-\frac{\hat{p}_2^2}{2M_2},$$

а также представляя волновые функции $\varphi_{in;f}(\{\mathbf{r}_j-\mathbf{R}_{\text{цм}}\})$ в виде разложения в интеграл Фурье по каждой из координат электронов, пренебрегая всюду поправками порядка $N/M_2 \ll 1$, $1/M_1 \ll 1$, обусловленными отдачей ядра в процессе рассеяния, и выполняя необходимые интегрирования в (2), получаем следующее выражение для амплитуды процесса:

$$f=\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}}\sum_{i=1}^{N}\int\prod_{j=1}^{N}\frac{d^3g_i}{(2\pi)^3}\langle\tilde{\varphi}_f(\{\mathbf{g}_j\}_{j\neq i};\ \mathbf{g}_i-\mathbf{q}_2\,|\,\tilde{\varphi}_{in}(\{\mathbf{g}_j\}_{j\neq i};\ \mathbf{g}_i\rangle_-\langle(E'_f)_i;\ \mathbf{g}_i+\mathbf{v}_2-$$

$$-\mathbf{q}_2\,|\,\mathbf{p}_i\cdot\mathbf{e}\,|\,(E'_{in})_i;\ \mathbf{g}_i+\mathbf{v}_2\rangle_+ \qquad (5)$$

где

$$\tilde{\varphi}_{in;f}(\{\mathbf{g}_j\};\ \mathbf{g}_i)=\int d^3r_ie^{i\mathbf{g}_i\mathbf{r}_i}\varphi_{in;f}(\{\mathbf{g}_j\}_{j\neq i};\ \mathbf{r}_i),$$

$$(E'_{in})_i=\varepsilon_{in}-\sum_{j=1}^{N}\frac{g_j^2}{2}+\frac{(\mathbf{v}_2+\mathbf{g}_i)^2}{2};\quad (E'_f)_i=$$

$$=\varepsilon_f-\sum_{\substack{j=1\\(j\neq i)}}^{N}\frac{g_j^2}{2}+\frac{(\mathbf{v}_2+\mathbf{g}_i-\mathbf{q}_2)^2}{2}-\frac{(\mathbf{g}_i-\mathbf{q}_2)^2}{2},$$

$$\mathbf{v}_1=0;\ \mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2-\mathbf{k}=0;\quad \mathbf{q}_1=\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_1';\quad \mathbf{q}_2=\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_2'.$$

Функции $|E;\ \mathbf{p}\rangle_\pm$, фигурирующие во втором матричном элементе в (5) при различных значениях параметров E, $\mathbf{p}$, представляют кулоновские волны электрона в поле Z_1 и введены согласно определению

$$|E;\ \mathbf{p}\rangle_\pm=\left[1+\frac{1}{E-\frac{\hat{p}^2}{2}-\hat{V}_1(r)\pm i\delta}\hat{V}_1(r)\right]\exp\{i\mathbf{p}\mathbf{r}\}. \qquad (6)$$

Для $E=p^2/2$ выражение (6) представляет обычные кулоновские функции электрона в непрерывном спектре. Как известно [8], эти функции заметно отличаются от плоской волны не только на малых, но также и на больших расстояниях и имеют следующий вид: $e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}F(\mathbf{r})$, где $F(\mathbf{r})$ конечно во всем пространстве.

Амплитуда (5) заметно упрощается в области больших скоростей соударения $v_2 \gg 1$. В этом случае матричный элемент $\langle E'_f;\ \mathbf{g}_i+\mathbf{v}_2-\mathbf{q}_2\,|\,\mathbf{e}\cdot\hat{\mathbf{p}}\,|\,E'_{in};\ \mathbf{g}_i+\mathbf{v}_2\rangle$ фактически не зависит от $\mathbf{g}_i$ в наиболее существенной для интеграла по $d^3\mathbf{g}_i$ области $|\,\mathbf{g}_i\,| \lesssim 1$. В самом деле, импульсы $|\,\mathbf{g}_i\,| \lesssim 1$ малы в сравнении с v_2, а из разностей начального и конечного импульсов электрона $[(\mathbf{g}_i+\mathbf{v}_2)-(\mathbf{g}_i+\mathbf{v}_2-\mathbf{q}_2)]\simeq\mathbf{q}_2$ $\mathbf{g}_i$ вовсе выпадает. Независимость указанного матричного элемента в (5) от $\mathbf{g}_i$ позволяет выполнить интегрирование по d^3g_i. В результате для f получаем следующее выражение:

$$f = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \left\langle \varphi_f \left| \sum_{j=1}^{N} e^{-i\mathbf{q}_2\mathbf{r}_j} \right| \varphi_{in} \right\rangle \langle E'_f;\ \mathbf{v}_2 - \mathbf{q}_2 | \mathbf{e}\cdot\hat{\mathbf{p}} | E'_{in};\ \mathbf{v}_2 \rangle \tag{7}$$

Структура (7) понятна. Матричный элемент $\langle E'_f;\ \mathbf{v}_2 - \mathbf{q}_2 | \mathbf{e}\cdot\hat{\mathbf{p}} | E'_{in};\ \mathbf{v}_2\rangle$ описывает обычное тормозное излучение свободного электрона с энергией $v_2^2/2$, импульсом $\mathbf{v}_2$ в кулоновском поле иона. При этом иону передается импульс $\mathbf{q}_2$. Изменение импульса электрона в процессе тормозного излучения происходит быстро, поэтому его волновая функция после взаимодействия имеет вид $e^{-i\mathbf{q}_2\mathbf{r}_j} | \varphi_{in}\rangle$. Примесь состояния $\langle \varphi_f |$ в этой волновой функции есть амплитуда вероятности обнаружить электрон в состоянии $\langle \varphi_f |$. Таким образом, в (7) появляется второй матричный элемент $\langle \varphi_f | \sum_{j=1}^{N} e^{-i\mathbf{q}_2\mathbf{r}_j} | \varphi_{in}\rangle$, который фактически описывает амплитуду атомного перехода под действием быстрого возмущения в приближении встряски [9].

2. Полный спектр излучения

Используя найденные амплитуды, вычислим полный спектр излучения, в котором учитываются все возможные конечные состояния атома. Для простоты рассмотрим подробно случай больших скоростей $v_2 \gg 1$ (7). Из (7) следует, что сечение имеет следующий вид:

$$d\sigma^{\text{п}} = \sum_{f} | W_{n0}(q) |^2 \, d\sigma_0, \tag{8}$$

где сумма ведется по всем кинематически допустимым состояниям атома; $d\sigma_0$ — хорошо известное точное сечение тормозного излучения заряженной частицы в кулоновском поле, впервые полученное Зоммерфельдом (см., например, [8]); $W_{n0}(\mathbf{q}_2) = \langle n | \sum_{j=1}^{N} e^{-i\mathbf{q}_2\mathbf{r}_j} | 0\rangle$; $W_{00}(q_2) \equiv W(q)$ — форм-фактор атома.

Воспользовавшись явным видом $d\sigma_0$, получаем следующее выражение для полного спектра излучения:

$$\frac{d\sigma^{\text{п}}}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z_1^2}{c^3 v_2^2 \omega} \sum_n \int\limits_{\frac{\omega+\omega_{n0}}{v}}^{\infty} dq_2 \frac{\pi^2 | W_{n0}(q_2) |^2}{(1 - e^{-2\pi\nu'})(e^{2\pi\nu} - 1)} \frac{d}{dq_2} \left(Z \frac{d}{dz} | F(Z) |^2 \right), \tag{9}$$

где $Z = 1 - (q_2^2/q_{2\,\min}^2)$, $q_{2\min} = v_2 - v'_2$, $\nu = Z_1/v_2$, $\nu' = Z_1/v'_2$, $F(Z) = F(i\nu';\ i\nu;\ 1;\ Z)$; $v'_2 = \sqrt{v_2^2 - 2(\omega + \omega_{n0}) + q_2^2}$; $\omega_{n0} = \varepsilon_n - \varepsilon_0$.

Структура выражений (8), (9) аналогична той, что была получена при описании полного спектра излучения быстрого протона на атоме в области частот, превышающих потенциал ионизации атома [6, 7]. Такое совпадение неслучайно. В обоих случаях корректно пренебрежение взаимодействием атомных электронов с ядром, хотя причина этого различна. Если в случае, рассмотренном в [6, 7], энергия связи электронов мала по сравнению с частотой фотона, то теперь энергией связи можно пренебречь из-за сильного кулоновского взаимодействия налетающего иона с атомной оболочкой. Динамика же электронов в упомянутых двух случаях различна: если в первом случае электроны излучают как свободные борновские частицы, то во втором — как кулоновские. Это различие исчезает естественно, если движение электронов в поле иона можно описывать в борновском приближении, т. е. при выполнении условия $v_2 \gg Z_1$.

В [6, 7] вычислена сумма по n, аналогичная той, что фигурирует в (9), поэтому приведем сразу результат суммирования

$$\frac{d\sigma^{\text{п}}}{d\omega} = \frac{d\sigma_1}{d\omega} + \frac{d\sigma_2}{d\omega}, \tag{10}$$

где

$$\frac{d\sigma_1}{d\omega}=\frac{16}{3}\frac{Z_1^2}{c^3\omega v_2^2}\frac{\pi^2}{(1-e^{-2\pi\nu'})(e^{2\pi\nu}-1)}\int\limits_{\frac{\omega}{v_2}}^{\infty}dq_2\,|W(q_2)|^2\frac{d}{dq_2}\left(Z\frac{d}{dZ}|F(Z)|^2\right), \qquad (10а)$$

$$\frac{d\sigma_2}{d\omega}=\frac{16}{3}\frac{Z_1^2}{c^3\omega v_2^2}\frac{\pi^2}{(1-e^{-2\pi\nu'})(e^{2\pi\nu}-1)}\int\limits_{q_{2\min}}^{q_{2\max}}dq_2(N+P(q_2)-$$

$$-|W(q_2)|^2)\frac{d}{dq_2}\left(Z\frac{d}{dZ}|F(Z)|^2\right),$$

$$P(q_2)=\left\langle 0\left|\sum_{i\neq j}e^{i\mathbf{q}_2(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)}\right|0\right\rangle,\quad q_{2\min;\,\max}=v_2\mp v_2',\quad v_2'=\sqrt{v_2^2-2\omega}. \qquad (10б)$$

В области $q_2R_{ат}\ll 1$ ($R_{ат}$ — размер атома) функции $W(q_2)$ и $P(q_2)$ равны соответственно N, $N_3(N-1)$, а при $q_2R_{ат}\gg 1$ обе стремятся к нулю. В области $\omega\ll v_2^2/2$ пределы интегрирования в (10б) упрощаются $q_2^{\min}\simeq\omega/v_2$, $q_2^{\max}\simeq 2v_2$.

Первое слагаемое в (10) описывает вклад ПТИ в полный спектр излучения, тогда как второе — вклад всевозможных процессов излучения с одновременным возбуждением и ионизацией атома.

Формулы (10а), (10б) довольно сложные. Однако их можно упростить весьма существенно, используя известные свойства функции $F(Z)$ (см., например, [8]).

Рассмотрим сначала переход от формул (10а), (10б) в область, где справедливо борновское приближение $\nu\ll 1$, $\nu'\ll 1$. Положив $W(q)\simeq N$ в (10а) и проинтегрировав это выражение в области малых q_2 от ω/v_2 до $R_{ат}^{-1}$, так как за пределами этой области $W(q_2)$ быстро убывает, получаем следующее выражение для $d\sigma_1/d\omega$:

$$\frac{d\sigma_1}{d\omega}=\frac{16}{3}\frac{Z_1^2N^2}{c^3v_2^2\omega}\frac{4\pi^2\nu\nu'}{(e^{2\pi\nu}-1)(1-e^{-2\pi\nu'})}\ln\frac{v_2}{\omega R_{ат}}. \qquad (11)$$

При выводе (11) были использованы формулы $F(0;\,0;\,1;\,Z)=1$, $F'(Z)\approx\approx(\nu'\nu/Z)\ln(1-Z)$ [8], справедливые при ν; $\nu'\ll 1$. Формула (11) получена в так называемом логарифмическом приближении. Для применимости этого приближения логарифм в (11) должен быть большим, что имеет место при выполнении условия $(\omega/v_2)R_{ат}\ll 1$.

Основной вклад в интеграле по q_2 при вычислении $(d\sigma_2)/(d\omega)$ (10б) определяется функцией $(N-|W(q_2)|^2+P(q_2))$, которая в области $q_2R_{ат}\gg 1$ приближенно равна N, а при $q_2R_{ат}\ll 1$ — нулю. Поэтому для определения $(d\sigma_2)/(d\omega)$ в области $(\omega/v_2)R_{ат}\ll 1$ интегрируем $(d\sigma_2)/(d\omega dq_2)$ по q_2 в пределах от $1/R_{ат}$ до $2v_2$.

В результате получаем

$$\frac{d\sigma_2}{d\omega}=\frac{16}{3}\frac{Z_1^2N}{c^3v_2^2\omega}\frac{4\pi^2\nu\nu'}{(e^{2\pi\nu}-1)(1-e^{-2\pi\nu'})}\ln 2v_2R_{ат}. \qquad (12)$$

Заменяя фактор $K=(4\pi^2\nu\nu')/((e^{2\pi\nu}-1)(1-e^{-2\pi\nu'}))$ единицей при достаточно малых ν,ν', мы придем к полученным ранее борновским формулам [6, 7]. Неслучайно такая замена соответствует тому, что атомные электроны рассматриваются как свободные в полном пренебрежении искажением их волновых функций кулоновским полем иона. Отметим, что борновское приближение для многозарядного иона фактически оказывается справедливым лишь для релятивистских скоростей столкновения. Полный спектр излучения с учетом релятивизма налетающей на атом частицы был рассмотрен в [7].

Выясним относительную роль ПТИ в полном спектре излучения. Составляя отношение $\gamma=(d\sigma_1)/(d\sigma_2)$, из (11), (12) получаем

$$\gamma\approx N\frac{\ln\dfrac{v_2}{\omega R_{ат}}}{\ln 2v_2R_{ат}}\sim N\gg 1. \qquad (13)$$

Отсюда следует важный вывод о том, что в области $\omega \lesssim v_2 R_{ат}^{-1}$ процесс ПТИ доминирует в полном спектре излучения. Напротив, для частот $v_2 R_{ат}^{-1} \ll \omega \lesssim v_2^2/2$ основной вклад в полный спектр вносят процессы излучения, сопровождающиеся ионизацией атома, поскольку при достаточно больших частотах малые переданные импульсы, наиболее существенные для ПТИ, кинематически запрещены и, следовательно, $(d\sigma_1)/(d\omega)$ пренебрежимо мало, а $(d\sigma_2)/(d\omega)$ при этом имеет вид

$$\frac{d\sigma_2}{d\omega} \cong \frac{d\sigma_{п}}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z_1^2 N}{c^3 v_2^2 \omega} \frac{4\pi^2 \nu\nu'}{(e^{2\pi\nu} - 1)(1 - e^{-2\pi\nu'})} \ln \frac{v_2 + v_2'}{v_2 - v_2'}. \tag{14}$$

Рассмотрим теперь область скоростей $1 \ll v_2 \ll Z_1$, где формулы (10а) (10б) справедливы, а борновское приближение (11)—(14) использовать нельзя, поскольку параметры $\nu \ll 1$, $\nu' \ll 1$. Однако и в этом случае хорошо известные свойства функции $F(Z)$ [10] позволяют добиться существенного упрощения формул. Так, используя асимптотическое поведение $F(Z)$ при $|\nu - \nu'| \ll \nu;\ \nu'$, т. е. вдали от высокочастотного края спектра, приходим к следующим выражениям для $(d\sigma_1)/(d\omega)$, $(d\sigma_2)/(d\omega)$:

$$\frac{d\sigma_1}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z_1^2 N^2}{c^3 \omega v_2^2} \left\{ \ln \frac{v_2}{\omega R_{ат}} - \nu^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k^2 + \nu^2)} \right\}; \quad \frac{\omega}{v_2} R_{ат} \ll 1,$$
$$\frac{d\sigma_1}{d\omega} \approx 0; \quad \frac{\omega}{v_2} R_{ат} \gg 1, \tag{15}$$

$$\frac{d\sigma_2}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z_1^2 N}{c^3 v_2^2 \omega} \left[\begin{array}{ll} \ln \frac{2v_2^2}{\omega} - \nu^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k^2+\nu^2)}; & \frac{\omega}{v_2} R_{ат} \gg 1, \\ \ln \frac{2v_2^2}{\omega} - \ln \frac{v_2}{\omega R_{ат}} = \ln 2v_2 R_{ат}; & \frac{\omega}{v_2} R_{ат} \ll 1. \end{array} \right. \tag{16}$$

Если выполнено дополнительное условие $\nu \gg 1$, то сумму по k, фигурирующую в (15), (16), можно вычислить, используя формулу

$$\nu^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k^2 + \nu^2)} = C + \operatorname{Re} \Psi(i\nu) \simeq \ln \gamma\nu; \quad \gamma = e^C,$$

где C — постоянная Эйлера; $\gamma = 1.781, \ldots$; $\Psi(i\nu)$ — пси-функция.

В результате спектры (15)—(16) примут вид

$$\frac{d\sigma_1}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z_1^2 N^2}{c^3 \omega v_2^2} \ln \frac{v_2}{\gamma\omega R_{ат}\nu}; \quad \frac{\omega}{v_2} R_{ат} \ll 1, \tag{17}$$

$$\frac{d\sigma_2}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z_1^2 N}{c^3 v_2^2 \omega} \left[\begin{array}{ll} \ln \frac{2v_2^2}{\gamma\omega\nu}; & \frac{\omega}{v_2} R_{ат} \gg 1, \\ \ln 2v_2 R_{ат}; & \frac{\omega}{v_2} R_{ат} \ll 1. \end{array} \right. \tag{18}$$

Формулы (15), (16) получены при произвольных параметрах $\nu \approx \nu'$, удовлетворяющих соотношению — $|\nu - \nu'| \ll \nu;\ \nu'$. Поэтому они при малых $\nu' \approx \nu \ll 1$ воспроизводят борновский предел, обсуждавшийся выше. Спектры (17), (18) отличаются от борновских дополнительным фактором $\gamma\nu$ в аргументе логарифмов. При $\nu;\ \nu' \sim 1$ отличие спектров от борновских определяется суммой по k, фигурирующей в (15), (16). Сравнение $(d\sigma_1)/(d\omega)$ и $(d\sigma_2)/(d\omega)$ показывает, что, несмотря на упомянутые выше отличия найденных спектров от борновских, относительная роль $(d\sigma_1)/(d\omega)$ и $(d\sigma_2)/(d\omega)$ в полном спектре излучения остается неизменной.

Полученные выражения для полного спектра излучения показывают, что основной вклад в него возникает от области расстояний между снарядом и мишенью $R_{12} \lesssim q_{2\min}^{-1} = v_2/\omega$. Вспомним, что развитое приближение справедливо в случае, когда выполнено условие $R_{12} \ll Z_1/Z_2$, т. е. $\omega \gg (v_2 Z_2)/Z_1$. Это неравенство несколько ограничивает область применимости соотношения (10). В области низких частот $\omega \ll (v_2 Z_2)/Z_1$ появляется вклад в $(d\sigma^{\text{п}})/(d\omega)$, обусловленный кинематически разрешенной областью больших расстояний $R_{12} \gg Z_1/Z_2$, так как $q_{2\min} = \omega/v_2 \ll Z_2/Z_1$. Поэтому интегралы по dq_1 в (10а), (10б) в этом случае следует обрезать на нижнем пределе импульсом $q_0 \sim Z_2 Z_1^{-1}$ и добавить вклад в $(d\sigma^{\text{п}})/(d\omega)$, возникающий при интегрировании по области q от $q_{\min} = \omega/v_2$ до $q_0 \sim Z_2/v_1$. Эту последнюю часть сечения можно вычислить в борновском приближении [1, 2], поскольку поле налетающей частицы по отношению к атому на столь больших расстояниях $R_{12} \gg Z_1/Z_2$ является слабым. Этот дополнительный вклад имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{16}{3}\,\frac{\omega^3}{v_2^2 c^3}\,|\alpha_d(\omega)|^2 \ln\frac{v_2 Z_2}{\omega Z_1}; \quad \omega \ll \frac{v_2 Z_1}{Z_1}, \tag{19}$$

где $\alpha_d(\omega)$ — динамическая дипольная поляризуемость атома.

Изменение нижнего предела интегрирования в (10) приводит, естественно, к тому, что при $\omega \ll (v_2 Z_2)/Z_1$ в аргументах логарифмов последующих формул для ПТИ произойдет замена $\ln(v_2/(\omega R_{\text{ат}}))$ на $\ln(Z_1/R_{\text{ат}} Z_2)$.

При малых частотах $\omega \ll I$ (I — потенциал ионизации атома) в (10а), (10б) содержится инфракрасная расходимость. Если в формуле (10б) она физически понятна (соответствует инфракрасной особенности в сечении тормозного излучения выбиваемого из атома электрона), то в (10а) она появляется вследствие пренебрежения при выводе этой формулы малой величиной порядка I в знаменателях функций Грина атомных электронов. При малых ω это пренебрежение некорректно. Учет I в знаменателях функций Грина устраняет в $(d\sigma_1)/(d\omega)$ инфракрасную особенность и приводит к доминированию $(d\sigma_2)/(d\omega)$ в полном спектре излучения в упомянутом диапазоне частот.

Всюду в настоящей работе движение тяжелых частиц предполагалось прямолинейным. Это предположение корректно, когда потенциальная энергия взаимодействия тяжелых частиц намного меньше их кинетической энергии, т. е. если

$$\frac{Z_1 Z_2}{R_{\text{ат}}} \ll \frac{\mu v_2^2}{2}, \quad \mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}.$$

Для $q_2 \sim q_{2\min} = \omega/v_2$ это условие приводит к следующему $\omega \ll (\mu v_2^3)/(Z_1 Z_2)$, если $q_2 \sim q_{2\max} \sim v_2$, то $v_2 \gg (Z_1 Z_2)/\mu$. К этим же неравенствам можно прийти иначе, оценивая эйкональные поправки к фазе волновой функции многозарядного иона аналогично тому, как это было сделано в [9] при рассмотрении задачи об ионизации атома водорода медленным протоном.

Авторы выражают благодарность М. Ю. Кучиеву за полезное обсуждение результатов настоящей работы.

Список литературы

[1] *Амусья М. Я., Буймистров В. М., Зон Б. А.* и др. Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов. М.: Наука, 1987.
[2] *Amusia M. Ya.* // Phys. Rep. 1988. Vol. 162. N 5. P. 249—335.
[3] *Jakubassa D. H., Kleber M.* // Zeitshrieft für Physik A. 1975. Vol. 273. N 1. P. 29.
[4] *Ishii K., Morita S.* // Phys. Rev. A. 1984. Vol. 30. N 5. P. 2278—2286.
[5] *Матвеев В. Н.* // Тез. докл. VII Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Ташкент, 1987. С. 19—20.
[6] *Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В.* // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 22. С. 1401—1404.
[7] *Амусья М. Я., Король А. В., Соловьев А. В.* // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 12. С. 705—710.
[8] *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* // Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.
[9] *Мигдал А. Б.* Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. 336 с.
[10] *Собельман И. И.* Введение в теорию атомных спектров. М.: Наука, 1977. 320 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
30 мая 1989 г.