адаптивностью кристаллов к изменяющимся внешним условиям, позволяет работать без специальных дорогостоящих виброзащитных устройств.

2. Реверсивность голографической записи на фоторефрактивных кристаллах и непрерывное считывание голограмм позволяет достаточно просто осуществлять автоматизацию процесса получения голографических интерферограмм и их расшифровку.

| Материал | $h$, мм | $l$, мм | $b$, мм | $E$ (н/м²) $\cdot 10^{-10}$ |
|---|---|---|---|---|
| Алюминий | 3.25 | 33.0 | 15.5 | $5.9 \pm 0.3$ |
| Дюралюминий | 0.80 | 23.0 | 17.6 | $7.0 \pm 0.3$ |
| Сталь | 0.95 | 32.5 | 21.6 | $18.8 \pm 0.5$ |
| » | 2.0 | 30.0 | 21.0 | $17.7 \pm 0.6$ |
| Винипласт I | 4.9 | 29.7 | 10.1 | $0.31 \pm 0.03$ |
| Винипласт II | 2.6 | 28.6 | 28.4 | $0.35 \pm 0.03$ |
| » | 2.5 | 28.0 | 16.2 | $0.35 \pm 0.03$ |

3. Использование двухлучевой схемы записи и одновременного считывания голограмм, в которой опорный луч является одновременно и считывающим, позволяет конструировать голографические интерферометры с помощью оптических элементов невысокого качества, что приводит к снижению стоимости изготовления голографического интерферометра.

### Список литературы


[1] *Вест Ч.* Голографическая интерферометрия. М.: Мир, 1982. 504 с.
[2] *Филоненко-Бородич М. М.* Теория упругости. М.: Наука, 1968. 388 с.
[3] *Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. В.* Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983. 269 с.
[4] *Камшилин А. А., Петров М. П.* А. С. 1208474. БИ. 1986. № 4.
[5] *Kamshilin A. A., Petrov M. P.* // Opt. Comm. 1985. Vol. 53. N 1. P. 23—26.



Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград



Поступило в Редакцию
28 марта 1988 г.


---


01; 02 *Журнал технической физики, т. 60, в. 6, 1990*




# ТРАНСПОРТНОЕ СЕЧЕНИЕ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЛЕГКИХ АТОМНЫХ ЧАСТИЦ НА СЛОЖНЫХ АТОМАХ


*И. С. Тилинин*


Изучение закономерностей упругого рассеяния ускоренных атомных частиц на сложных атомах занимает значительное место в задачах физики, ионно-лучевого легирования, корпускулярной диагностики твердого тела. Выполненные в последние годы работы по отражению и прохождению атомных частиц через вещество [1-6] показали, что транспортная длина упругого рассеяния $l_{tr}$ наряду с линейным пробегом $R_0$ играют особую роль в вопросах взаимодействия ионов и атомов с твердым телом. В частности, в условиях интенсивного рассеяния, когда пробег существенно превосходит транспортную длину, $R_0 \gg l_{tr}$, коэффициенты отражения и распределение частиц по пробегам становятся универсальными функциями параметра $\sigma = R_0/l_{tr}$ [2, 3, 6]. В этой связи представляет интерес уточнение и обобщение имеющихся данных о транспортном сечении упругого рассеяния $\sigma_{tr} \sim 1/l_{tr}$.

К настоящему времени аналитические выражения для $\sigma_{tr}$ получены в борновском приближении для высоких энергий [7] и классически в области средних энергий [8, 9] сталкивающихся частиц. К сожалению, приближенные формулы, найденные в работах [8, 9], не обеспечивают перехода в результат борновского приближения в пределе высоких скоростей.

Область их применимости ограничивается относительно небольшими значениями приведенной энергии

$$\varepsilon = \frac{Ea}{e^2 Z_1 Z_2} \frac{M_2}{M_2 + M_1}. \tag{1}$$

Здесь $E$ — энергия налетающей частицы; $e$ — заряд электрона; $a$ — радиус экранирования Томаса—Ферми; $Z_1$ и $Z_2$, $M_1$ и $M_2$ — порядковые номера и массы частиц и атома мишени соответственно.

Между тем оказалось, что квазиклассическое приближение позволяет получить выражение для транспортного сечения не только в области средних, но и высоких энергий. В работе [10] оно использовано для отыскания $\sigma_{tr}$ электронов и позитронов. В настоящей статье результаты [10] обобщены на случай упругого рассеяния ионов и атомов.

Рассмотрим столкновение нерелятивистской частицы массы $M_1$ с тяжелым нейтральным атомом массы $M_2 \gg M_1$. Будем предполагать, что энергия частицы $E$ удовлетворяет условию

$$Z_1 Z_2^{2/3} e^2 / a_0 \ll E \ll M_1 c^2, \tag{2}$$

где $c$ — скорость света, $a_0$ — боровский радиус. Левое неравенство (2) обеспечивает значительное перекрытие атомных оболочек сталкивающихся частиц в случае прицельных расстояний $\rho \leqslant a_0$. Поэтому для таких прицельных параметров можно использовать выражение для потенциальной энергии взаимодействия Томаса—Ферми—Фирсова [11, 12]. В области расстояний $\rho > a_0$ потенциал взаимодействия Томаса—Ферми—Фирсова перестает быть справедливым. Однако столкновения с прицельными параметрами $\rho > a_0$ в диапазоне энергий (2) приводят к расстоянию на малые углы, вклад которых в транспортное сечение пренебрежимо мал.

Воспользовавшись выражением для потенциальной энергии взаимодействия Томаса—Ферми—Фирсова в аппроксимации Линхарда и др. [9, 12], в квазиклассическом приближении для величины $\sigma_{tr}$ можно получить

$$\sigma_{tr} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l = l_{\min}}^{\infty} (l+1) \sin^2 \Delta_l, \tag{3}$$

где $k$ — импульс частицы, $\Delta_l$ — квазиклассические разности фаз

$$\Delta_l = \begin{cases} \arcsin \dfrac{\sqrt{3}\,\gamma + 2\mu^2}{\sqrt{3\gamma^2 + 4\mu^2(\gamma + \varkappa^2)}} - \dfrac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \gamma(\sqrt{3} - 1)}} \times \\ \times \left\{ \dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left[ \dfrac{\varkappa^2 - \mu^2 - \gamma(\sqrt{3} - 1)}{\mu^2 + \gamma(\sqrt{3} - 1)} \right]^{1/2} \right\}, & \mu^2 < \varkappa^2 - \gamma(\sqrt{3} - 1), \\ \dfrac{\pi}{2} \left( 1 - \dfrac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \gamma(\sqrt{3} - 1)}} \right), & \mu^2 \geqslant \varkappa^2 - \gamma(\sqrt{3} - 1), \end{cases} \tag{4}$$

$$\gamma = \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)\, m}, \quad \varkappa = \frac{0.885 a_0 k}{\sqrt{Z_1 Z_2 \sqrt{\tilde{Z}_1^{2/3} + Z_2^{2/3}}}}, \tag{5}$$

$$\mu = (l + 1/2) \left[ (\tilde{Z}_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{1/2} (Z_1 Z_2)^{-1} \right]^{1/2}, \tag{6}$$

$m$ — масса электрона, $\tilde{Z}_1$ — количество связанных электронов у налетающей частицы.

Отметим, что при $Z_1 = 1$, $\tilde{Z}_1 = 0$, $M_1 = m$ и $Z_2 \gg 1$ выражение (4) переходит в результат, найденный ранее для позитронов [10]. Нижний предел суммирования в выражении (3) $l_{\min}$ определяется из условия, чтобы минимальное прицельное расстояние $\sigma_{\min} \simeq (l_{\min} + 1)/k$ было больше радиуса ядра $r_я$, $\rho_{\min} \geqslant r_я$. Это требование вытекает из неприменимости потенциала Томаса—Ферми—Фирсова в области расстояний $\rho < r_я$.

Следует заметить, что для справедливости квазиклассического приближения необходимо, чтобы неопределенность угла рассеяния была бы много меньше самого угла рассеяния $\theta$. Последнее условие приводит к неравенству

$$l d\delta_l / dl \gg 1. \tag{7}$$

Ввиду того что $d\delta_l / dl \simeq \Delta_l$, вообще говоря, должно выполняться соотношение $l\Delta_l \gg 1$. Нетрудно видеть, что последнее условие не выполняется для достаточно больших номеров

$$l \gg (M_1/m)\, Z_1 Z_2^{2/3}. \tag{8}$$

Однако для таких $l$ разности фаз $\Delta_l$ можно найти в борновском приближении. При этом оказывается, что результат борновского приближения с точностью до 2 % совпадает с квазиклассическим. В соответствии с этим суммирование по $l$ в формуле (3) проводится до $+\infty$.

Помимо условия (7) для применимости квазиклассического рассмотрения требуется, чтобы скорость налетающей частицы $v$ удовлетворяла неравенствам [13]

$$Z_2^{1/3}(me^2/M_1\hbar) \ll v \ll Z_1Z_2e^2/\hbar. \tag{9}$$

Поэтому целесообразно проанализировать диапазон энергий (2) с точки зрения соответствия условиям (9). Нетрудно видеть, что первое из неравенств (9) значительно менее жесткое, чем левое неравенство (2). Вместе с тем ограничение $v \ll Z_1Z_2e^2/\hbar$ во многих случаях может оказаться значительно более сильным, чем требование $E \ll M_1c^2$. На самом деле квазиклассический результат (3) сохраняет силу и при $v \gg Z_1Z_2e^2/\hbar$. Это связано с тем, что при больших энергиях наиболее существенна область прицельных параметров $\rho \ll a \sim$

**Значения функции $S(\varepsilon)$**

| $\varepsilon$ | $S$ | $\varepsilon$ | $S$ | $\varepsilon$ | $S$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.05 | 14.1 | 1.10 | 0.601 | 20 | 0.0973 |
| 0.10 | 7.05 | 1.20 | 0.548 | 30 | 0.0477 |
| 0.15 | 4.71 | 1.30 | 0.504 | 40 | 0.0282 |
| 0.20 | 3.53 | 1.40 | 0.467 | 50 | 0.0191 |
| 0.25 | 2.82 | 1.50 | 0.429 | 60 | 0.0136 |
| 0.30 | 2.35 | 1.60 | 0.399 | 70 | 0.0105 |
| 0.35 | 1.95 | 1.70 | 0.373 | 80 | 0.0082 |
| 0.40 | 1.76 | 1.80 | 0.348 | 90 | 0.0066 |
| 0.45 | 1.56 | 1.90 | 0.326 | 100 | 0.0055 |
| 0.50 | 1.41 | 2.00 | 0.305 | 150 | 0.0026 |
| 0.55 | 1.26 | 2.50 | 0.226 | 200 | 0.0016 |
| 0.60 | 1.12 | 3.00 | 0.180 | 300 | $73\cdot10^{-5}$ |
| 0.65 | 1.06 | 4.00 | 0.121 | 400 | $46\cdot10^{-5}$ |
| 0.70 | 0.965 | 5.00 | 0.0864 | 500 | $28\cdot10^{-5}$ |
| 0.75 | 0.915 | 6.00 | 0.0663 | 600 | $20\cdot10^{-5}$ |
| 0.80 | 0.842 | 7.00 | 0.0539 | 700 | $15\cdot10^{-5}$ |
| 0.85 | 0.790 | 8.00 | 0.0441 | 800 | $12\cdot10^{-5}$ |
| 0.90 | 0.745 | 9.00 | 0.0372 | 900 | $95\cdot10^{-6}$ |
| 0.95 | 0.701 | 10.0 | 0.0321 | 1000 | $78\cdot10^{-6}$ |
| 1.00 | 0.667 | 15.0 | 0.0160 | 1500 | $36\cdot10^{-6}$ |

$\sim a_0Z_2^{-1/3}$, когда рассеяние частицы происходит почти в кулоновском поле ядра атома мишени. Между тем известно, что квантово-механическое и классическое рассмотрения упругого рассеяния в кулоновском поле приводят к одинаковым результатам. Поэтому выражение для транспортного сечения (3) совместно с (4) остается справедливым во всем диапазоне энергий (2).

Формула (3) допускает значительное упрощение в области больших приведенных энергий $\varepsilon \gg 1$. Анализ квазиклассических разностей фаз $\Delta_l$, подобный проведенному в работе [10], позволяет провести приближенное суммирование ряда (3) и получить следующее выражение для транспортного сечения:

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi}{2}(Z_1Z_2e^2/E)^2(L_k + 0.42),$$

$$L_k = \begin{cases} \ln \dfrac{(Z_1Z_2e^2/\hbar v)^2 + (ka)^2 + Z_1Z_2\left(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3}\right)^{-1/2}\gamma\left(1-\sqrt{3}\right)}{(Z_1Z_2e^2/\hbar v)^2 + (kr_я)^2}, & kr_я \geqslant 1, \\ \ln \dfrac{(Z_1Z_2e^2/\hbar v)^2 + (ka)^2 + Z_1Z_2\left(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3}\right)^{-1/2}\gamma\left(1-\sqrt{3}\right)}{(Z_1Z_2e^2/\hbar v)^2 + 1}, & kr_я < 1. \end{cases} \tag{10}$$

Рассмотрим наиболее важные предельные соотношения, вытекающие из формулы (10). При $v \gg Z_1Z_2e^2/\hbar$ $kr_я > 1$ из выражения (10) получает

$$\sigma_{tr} \simeq 2\pi(Z_1Z_2e^2/E)^2 \ln\left[203/(A_2Z_2)^{1/6}\right]. \tag{11}$$

Здесь $A_2$ — число нуклонов в ядре атома мишени. При выводе (11) мы положили $\bar{Z}_1=0$, $r_{\text{я}} \simeq 0.5\,(e^2/mc^2)A_2^{1/3}$. Результат (11) по сути совпадает с выражением для $\sigma_{\text{tr}}$, найденным в борновском приближении [7].

Другой предельный случай соответствует неравенствам $v \ll Z_1Z_2e^2/\hbar$ $kr_{\text{я}} < 1$. Из формулы (10) имеем

$$\sigma_{\text{tr}} = (\pi a^2/\varepsilon^2)\ln(2.5\varepsilon). \tag{12}$$

Отсюда вытекает, что величина $\sigma_{\text{tr}}/\pi a^2$ является универсальной функцией приведенной энергии $\varepsilon$. Универсальная зависимость транспортного сечения, выраженного в единицах поперечника атома Томаса—Ферми, сохраняется и в области небольших значений $\varepsilon \lesssim 1$. Это нетрудно показать, исходя непосредственно из выражения для квазиклассических разностей фаз (4). Таким образом, в интервале приведенных энергий

$$Z_2^{-2/3} \ll \varepsilon \ll (M_1/m)\,Z_1Z_2^{2/3} \tag{13}$$

транспортное сечение упругого рассеяния можно записать в виде:

$$\sigma_{\text{tr}} = \pi a^2 S(\varepsilon), \tag{14}$$

где $S(\varepsilon)$ — некоторая функция, значения которой приведены в таблице.

В области малых энергий функция $S(\varepsilon) \simeq 0.7/\varepsilon$, что весьма близко к данным работы [8]. В случае $\varepsilon \gg 1$ в соответствии с (12) $S(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-2}\ln 2.5\varepsilon$.

В работе [9] была получена аппроксимационная формула для средних упругих потерь энергии атомных частиц. Поскольку удельные упругие потери связаны с функцией $S(\varepsilon)$ множителем $2/\varepsilon$, то не представляет труда сравнить зависимость $S(\varepsilon)$ с результатами работы [9]. При этом оказывается, что заметные расхождения (до 15 %) с данными [9] имеют место лишь в области $\varepsilon \gg 1$. Последнее обстоятельство объясняется тем, что, согласно [9, 12], при больших $\varepsilon \gg 1$ функция $S$ убывает пропорционально $\varepsilon^{-2}$ и не содержит медленно возрастающего логарифмического множителя. Подчеркнем, однако, что наличие логарифмического множителя в выражениях для удельных потерь энергии и транспортного сечения является типичным в случае рассеяния в экранированном кулоновском поле. Поэтому формула (12) уточняет асимптотику функции $S(\varepsilon)$, найденную в [9].

В заключение автор выражает признательность М. И. Рязанову, Д. Б. Рогозкину, В. С. Ремизовичу и С. Л. Дудареву за полезное обсуждение результатов, найденных в работе.

## Список литературы

[1] *Фирсов О. Б.* // ЖТФ. 1970. Т. 40. Вып. 6. С. 83—89.
[2] *Ремизович В. С., Рязанов М. И., Тилинин И. С.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. Вып. 2. С. 448—457.
[3] *Рязанов М. И., Тилинин И. С.* Исследование поверхности по обратному рассеянию частиц. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 147.
[4] *Курнаев В. А., Машкова Е. С., Молчанов В. А.* Отражение легких ионов от поверхности твердого тела. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 192.
[5] *Ремизович В. С., Рогозкин Д. В., Рязанов М. И.* Флуктуации пробегов заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 1988. 239 с.
[6] *Тилинин И. С.* // Тр. VIII Всесоюз. конф. по взаимодействию атомных частиц с твердым телом. М., 1987. Т. 2. С. 44—46.
[7] *Хаякава С.* Физика космических лучей. Ядерно-физический аспект. Пер. с англ. М.: Мир, 1973.
[8] *Фирсов О. Б.* // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. Вып. 2. С. 447—451.
[9] *Lindhardt J., Hielsen V., Scharff M.* // Kgl. Danske Vid. Selskab. Mat.-fis. Medd. 1968. Bd 36. N 10. S. 1—32.
[10] *Тилинин И. С.* // ЖЭТФ. 1988. Вып. 8. Т. 94. С. 96.
[11] *Firsov O. B.* // Rad. Effects. 1982. Vol. 61. P. 73—81.
[12] *Готт Ю. В.* Взаимодействие атомных частиц с веществом в плазменных исследованиях. М.: Атомиздат, 1978. 270 с.
[13] *Ландау Л. Д., Лифшиц И. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974. 752 с.

Московский
инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию
28 марта 1989 г.