

01; 10

© 1990 г.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ИОННОГО ПУЧКА В СЛОЕ СО СКРЕЩЕННЫМИ $E \perp H$ ПОЛЯМИ И ЗАМАГНИЧЕННЫМ ЭЛЕКТРОННЫМ ФОНОМ

М. И. Гехтман, А. А. Гончаров

В рамках линеиного гидродинамического описания рассматривается диссипативная неустойчивость стационарных состояний пространственно неоднородного компенсированного ионного пучка в слое со скрещенными $E \perp H$ полями при произвольном соотношении $\Delta V/V_0$, где ΔV — изменение начальной скорости пучка V_0 на длине слоя.

Найден явный вид пространственного изменения амплитуды начальных возмущений коротковолновых колебаний, распространяющихся вдоль пучка. Показано, в частности, что стабилизирующее влияние ускоряющего поля проявляется в том, что на заданной длине диодного промежутка колебания не успевают развиться. Полученные результаты могут быть применены при исследовании устойчивости стационарных состояний ускоряющих и доускоряющих магнитоизолированных диодных систем, а также рекуператоров.

Получающие ныне распространение магнитоизолированные диодные системы продемонстрировали новые возможности в управлении и формировании ионных пучков большой плотности и мощности [1]. В этой связи актуален интерес к изучению динамики ионной и электронной компонент, образующих квазинейтральную плазменную среду в скрещенных $E \perp H$ полях диодного промежутка (ДП), реализуемым стационарным состояниям и их устойчивости. Стационарные состояния двухкомпонентной плазменной среды, включающей свободно ускоряющиеся в электрическом поле ионы и одноплазменные электронные орбиты, заполняющие ДП, изучались в ряде работ [2-4]. Имеющие место в экспериментах направленные смещения электронов вдоль ДП (утечки электронного тока на анод) при изолирующих магнитных полях H , заметно превосходящих критическое значение H^* , послужили основой для создания моделей стационарных состояний [5, 6], в которых динамика электронной компоненты описывается в предположении наличия аномальных механизмов диффузионного переноса. В частности, в [6] был рассмотрен ДП в плазмооптическом режиме, когда $H \gg H^*$, эффекты диамагнетизма отсутствуют, а электронный ток подчиняется закону Ома. Судя по стационарным распределениям электрического потенциала, внутри ДП могут реализовываться режимы, близкие к квазинейтральным с $E \approx \text{const}$.

Пожалуй, впервые вопрос об устойчивости стационарных состояний рассматриваемого типа возник в связи с исследованием процесса транспортировки компенсированных ионных пучков в канале плазменных ускорителей. В работе [7] была рассмотрена устойчивость одномерного ионного потока для случая, когда утечки компенсирующих электронов вдоль канала ускорителя обуславливаются пристеночной проводимостью (электронный ток описывается законом Ома) и найдены условия развития прелетно-диссипативной неустойчивости. Следует также упомянуть недавнюю работу [8], где неустойчивость аналогичного типа рассматривалась наряду с неустойчивостью Пирса в применении к транспортировке мощных ионных пучков через замагниченный электронный фон, в котором электроны испытывают столкновения с нейтралами и конечные смещения поперек H -поля в переменных электрических полях

колебаний. В то же время роль стационарного объемного электрического поля, изменяющего направленную энергию ионного пучка в различных по назначению устройствах (ускорителях, доускоряющих системах, рекуператорах и т. д.), в динамике возмущенной компоненты ионного потока до сих пор исследована мало. На это обстоятельство впервые обращено внимание в работе [9], где с целью интерпретации наблюдающихся экспериментально аномалий (срывов тока) в прохождении плотного ионного пучка через ускоряющий слой учтено стационарное E -поле и показано, что его влияние проявляется в стабилизации диссипативной коротковолновой неустойчивости ($kd \gg 1$, k — волновой вектор колебаний, d — длина промежутка) ионного пучка;¹ в приближении $\Delta V/V_0 \ll 1$ ($\Delta V = \sqrt{2(e/M)} |\Delta \varphi_0|$ — изменение начальной скорости в промежутке с разностью потенциалов $\Delta \varphi_0$) найдены пороги и максимальные инкременты расщепки начальных возмущений в функции параметров системы, качественно согласующиеся с экспериментальными закономерностями. В настоящей работе в рамках гидродинамического описания проводится дальнейший теоретический анализ линейной стадии диссипативной неустойчивости ионного пучка, компенсируемого замагниченным электронным фоном при произвольном отношении $\Delta V/V_0$, а также исследуется влияние приложенного магнитного поля на инкремент колебаний.

Рассмотрим положительный ионный пучок, движущийся с начальной скоростью $V_0 \uparrow Oz$ в промежутке $z \in [0, d]$, к которому приложена разность потенциалов $\Delta \varphi_0$, считая его заполненным компенсирующим электронным фоном, помещенным в изолирующее магнитное поле $H \uparrow Ox$ с напряженностью $H \gg H^* = \sqrt{(2m\Delta \varphi_0 c^2)/e}$. Среднее время жизни электронов τ_0 с температурой T_e , поступающих в промежутки с плотностью тока J_{z0} в точке $z=d$ на силовых линиях магнитного поля, будем полагать конечным вследствие наличия механизма аномальной поперечной подвижности μ и диффузии D . Систему по осям x и y считаем однородной; дрейф электронов замыкается на бесконечности, электронный диамагнетизм не учитывается. В этих предположениях состояние электронного газа в области низких частот $\omega \ll 1/\tau_0$ описывается обобщенным законом Ома

$$\frac{e}{m} E + \frac{e}{mc} [V_e, H] + \frac{1}{m} \frac{\nabla p_e}{n_e} + \frac{V_e}{\tau_0} \approx 0 \quad (1)$$

и уравнением непрерывности (рождением частиц в объеме пренебрегается); $E = (0, 0, E^0)$, $H = (H, 0, 0)$. Скорости невозмущенного электронного потока по осям y и z в соответствии с (1) ($\omega_{He} \tau_0 \gg 1$)

$$V_{ey}^0 = -\alpha E^0 - \omega_{He} \tau_0 D \frac{d \ln n_e^0}{dz},$$

$$V_{ez}^0 = -\mu E^0 - D \frac{d \ln n_e^0}{dz}. \quad (2)$$

Здесь $\alpha = c/H$, $\mu = \alpha/(\omega_{He} \tau_0)$, $D = (\mu T_e)/e$, $\omega_{He} = (eH)/(mc)$, а $J_x = J_y = J_z = J_{z0} = \text{const.}$ Будем рассматривать малые отклонения стационарных состояний $f = f^0 + f'$ ($f' \ll f^0$) в виде $f' \sim \exp i\{\omega t - k_x z - k_y y\}$. Тогда выражение для возмущенной концентрации электронов имеет вид

$$n_e' = \frac{k_x n_e^0 \mu E_z'}{\omega - k_x V_{ez}^0 - k_y V_{ey}^0 - i k_x^2 D}, \quad (3)$$

а соответствующий вклад в диэлектрическую проницаемость

$$\delta \epsilon_e = \frac{4\pi e n_e' i k_x}{E_z' k_x^2}, \quad k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2. \quad (4)$$

В принятых предположениях стационарные характеристики ионной компоненты рассматриваемой плазменной среды, пренебрегая влиянием приложенного магнитного поля, будем описывать законом сохранения энергии в электрическом поле E^0 и непрерывностью тока

¹ Рассмотренная же ранее [10, 11] применительно к плазменным ускорителям дрейфовая неустойчивость связана прежде всего с наличием неоднородности стационарного H -поля.

$$V^0 = \sqrt{V_0^2 + \frac{2e}{M}(\varphi_0 - \varphi^0(z))},$$

$$J_b^0 = J_{b0} \equiv \text{const}, \quad (5)$$

$\varphi^0(z)$ — стационарное распределение потенциала, которое может быть в принципе самосогласовано определено из уравнения Пуассона с соответствующими граничными условиями (см., например, [6]).

Приближение однородного пучка. Поначалу для простоты положим, что скорость ионов пучка не изменяется вдоль промежутка ($dV^0/dz \approx 0$). В этом случае вклад ионов с учетом влияния изолирующего H -поля на возмущенную компоненту скорости пучка в диэлектрическую проницаемость среды $\varepsilon = 1 + \delta\varepsilon_z + \delta\varepsilon_\perp$ равен

$$\delta\varepsilon_\perp = - \frac{\omega_{bi}^2}{(\omega - k_z V^0)^2 - \omega_{Hi}^2}, \quad (6)$$

ω_{bi} , ω_{Hi} — соответственно ленгмюровская и циклотронные частоты пучка, а дисперсионное уравнение линейных колебаний ($\varepsilon = 0$) имеет вид

$$\frac{\omega_{bi}^2}{(\omega - k_z V^0)^2 - \omega_{Hi}^2} + i \frac{4\pi e n_0^0 k_z^2}{k_\perp^2 (\omega - k_z V_{ex}^0 - k_y V_{ey}^0 - i k_z^2 D)} = 1. \quad (7)$$

Анализ уравнения (7) показывает, что в системе может развиваться диссипативная неустойчивость ионного пучка, обусловленная затуханием на электронах, обладающих конечной проводимостью в скрещенных $E \perp H$ полях (ср. с [7]). Эта неустойчивость может развиваться как на косых возмущениях $k_y \neq 0$, так и на возмущениях, направленных вдоль распространения ионного пучка ($k \uparrow V^0$). В дальнейшем будем ограничиваться рассмотрением продольных колебаний с $k_y = 0$ и пренебрегать диффузией, наличие которой стабилизирует неустойчивость. Пространственный инкремент нарастания Γ начальных возмущений ионного пучка в области частот $\omega \gg k_z \mu E^0$, где вклад электронов в ε не зависит от волнового числа, имеет сравнительно простой вид и равен

$$\Gamma = \frac{\omega_{Hi}}{V_0} \sqrt{\frac{\sqrt{(1+x^2+\beta)^2 + \beta^2 x^2} - (1+x^2+\beta)}{2(1+x^2)}}, \quad (8)$$

где $x = (4\pi e n_0^0 \mu)/\omega$, $\beta = \omega_{bi}^2/\omega_{Hi}^2$.

Из (8) следует, что при условии $x^* = \sqrt{4(2+\beta)/4+\beta} - 1$ достигается максимальное значение Γ , равное

$$\Gamma_{\max}(x^*) = \frac{\omega_{Hi}}{V_0} \sqrt{\frac{2\sqrt{(\beta^2+4)^2 + 8\beta(\beta+2)^2} - (\beta^2+8\beta+8)}{8(2+\beta)}}. \quad (9)$$

Видно, что магнитное поле уменьшает инкремент колебаний. При $\beta \rightarrow \infty$ влиянием магнитного поля пренебрегается и Γ_{\max} принимает типичное для диссипативной пучковой неустойчивости значение $\omega_{bi}/2\sqrt{2}V_0$ на частоте $\omega^* = \omega_{pe}^2/(\sqrt{3}\omega_{He}^2\tau_0)$. Эти выражения применимы при $\omega_{pe} < \omega_{He}$ т. е. в случае заманчивности электронов на колебаниях; условие $\omega \gg k_z \mu E^0$ справедливо при $V_0 \gg \mu E^0$. Заметим также, что в обратном пределе $\omega \ll k_z \mu E^0$ легко находятся колебания с оптимальными волновыми числами $k_z^* = 4\pi e n_0^0/\sqrt{3}E^0$, нарастающие во времени с инкрементом $\omega_{bi}/2\sqrt{2}$. При больших значениях H , когда $\beta < 1$, из (9) следует (с точностью до членов порядка β^2) значение

$$\Gamma_{\max} = \omega_{bi}^2/4V_0\omega_{Hi}.$$

Неоднородный ионный пучок. Рассмотрим теперь влияние на неустойчивые колебания изменения невозмущенных параметров под действием стационарного E^0 -поля, полагая при этом $\beta \gg 1$ и $\omega \gg k_z \mu E^0$. Сохраняя пространственные производные для возмущенных величин, получим дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами, описывающее эволюцию возмущенной плотности тока ионного пучка J_b' ,

$$\frac{d^2 J'_b}{dz^2} + M(z) \frac{dJ'_b}{dz} + N(z) J'_b = 0. \quad (10)$$

Здесь

$$M(z) = \frac{2i\omega}{V_0} + \frac{3d \ln V_0}{dz},$$

$$N(z) = \frac{\omega_{\beta r}^2}{P V_0^2} - \frac{\omega^2}{V_0^2} + \frac{2i\omega}{V_0} \frac{d \ln V_0}{dz},$$

$$P(z) = 1 + ix(z). \quad (11)$$

Уравнение (10) с помощью известной замены $J'_b(z) = A e^{-1/2 \int P(z) dz} I(2)$ (A — константа, определяемая начальными условиями) с учетом выражений (11) сводится к виду (см. [9, 12])

$$I'' + f(z)I = 0, \quad (12)$$

где

$$f(z) = \frac{\omega_{\beta r}^2}{P V_0^2} - \frac{3}{2} \frac{V_0''}{V_0} - \frac{3}{4} \left(\frac{d \ln V_0}{dz} \right)^2.$$

Решение уравнения (12) в общем виде при произвольном распределении E^0 -поля в ДП и связанного с ним распределений $V^0(z)$, $n_b^0(z)$, $n_e^0(z)$ затруднительно. В то же время существует простой, но важный частный случай $E^0 = \text{const}$, реализующийся в ДП в плазмооптическом режиме и допускающий точное аналитическое решение (12). В этом случае распределение электронов в промежутке в силу омического характера их движения является однородным $n_e^0 = J_{e0}/\mu E^0$ и P не зависит от координаты z . Представляя невозмущенное распределение потенциала в промежутке в виде $\Delta \varphi(z) = (\Delta \varphi_0/d)z$ и переходя к безразмерным величинам $z^* = z/d$, $a = (2e\Delta \varphi_0)/(M V_0^2)$, $b = (4\pi e J_{e0} d^2)/M V_0^2$ с учетом (5), получим $f(z^*)$ в виде (звездочки в дальнейшем опускаем),

$$f(z) = \frac{b}{P(1+az)^{3/2}} + \frac{3}{16} \frac{a^2}{(1+az)^2}. \quad (13)$$

Уравнение (12) совместно с (13) заменой $U = (1+az)^{1/2}$ приводится к уравнению, коего решение выражается через функции Бесселя Z_1 , так что $I(z)$ имеет вид

$$I(z) = (1+az)^{1/2} Z_1 \left(\frac{4}{|a|} \sqrt{\frac{b}{P}} (1+az)^{1/4} \right),$$

а возмущенная плотность пучка изменяется вдоль координаты z по следующему закону:

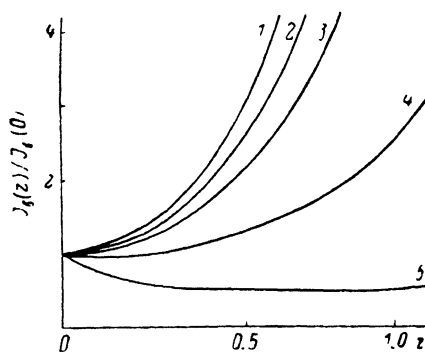
$$J'_b(z) \sim \frac{1}{1+az} Z_1 \left(\frac{4}{|a|} \sqrt{\frac{b}{P}} (1+az)^{1/4} \right). \quad (14)$$

В случае, когда электронов в системе нет, $P=1$, $Z_1(v(z)) \rightarrow C_1 J_1(v(z)) + C_2 Y_1(v(z))$ (здесь C_1, C_2 — константы, определяемые условиями на границе при $z=0$; J_1, Y_1 — функции Бесселя и Вебера первого порядка; $v(z)$ — функция действительного переменного). Легко убедиться, что амплитуда начальных возмущений в ускоряющем ДП ($a > 0$) будет при $v \gg 1$ с расстоянием убывать как $\sim (1+az)^{-3/8}$. В тормозящем же промежутке ($-1 < a < 0$) будет происходить нарастание амплитуды начальных возмущений. При наличии электронов в системе $v(z)$ становится комплексной функцией, $\text{Im } v$ имеет максимум при $x^* = \sqrt{3}$, равный $\text{Im } v = \sqrt{2b}/|a| (1+az)^{1/4}$. Пространственное изменение амплитуды начальных возмущений плотности тока ионного пучка при $v \gg 1$ и граничных условиях $J_b(z)|_{z=0} = J_b(0)$, $dJ'_b/dz|_{z=0} = 0$ имеет следующий вид:

$$J'_b(z) = \frac{J'_b(0)}{2} (1+az)^{-3/8} \left\{ \exp \left[-\frac{\sqrt{2b}}{|a|} + \frac{\sqrt{2b}}{|a|} (1+az)^{1/4} \right] + \right.$$

$$\left. + \exp \left[\frac{\sqrt{2b}}{|a|} - \frac{\sqrt{2b}}{|a|} (1+az)^{1/4} \right] \right\}. \quad (15)$$

Видно, что в случае, когда $a > 0$, в зависимости от соотношения параметров a и b на промежутке $z \in [0, 1]$ монотонное возрастание $J'_b(z)$ может сменяться монотонным затуханием. $J'_b(z)$ имеет минимум $z_{\min} = (9/2)^4 (a^3/4b^2) - (1/a)$, $z_{\min} \geq 0$ при выполнении условия $\sqrt{2b/a} \leq 9/2$. Иными словами, в ускоряющем режиме чем выше начальная плотность (больше b) и скорость (меньше a), тем эффективнее нарастают начальные возмущения. В отличие от этого в режиме торможения (рекуперации), когда $a < 0$, возрастание как b , так и a приводит к развитию возмущений, более стремительному, нежели экспоненциальное. Это, в частности, может приводить к пульсации рекуперированной мощности и снижению ее эффективности. Отметим также, что при $a \rightarrow 0$ $J'_b(z)$ экспоненциально нарастает с типичным инкрементом $\omega_{bi}/2\sqrt{2}V_0$. На рисунке в качестве иллюстрации приведено распределение $J'_b(z)$, в соответствии с (15) рассчитанное для параметра $b=80$ и различных значений a . Видно, что с ростом $a > 0$ почти экспоненциальное нарастание сменяется на промежутке затуханием, а при $a < 0$ колебания развиваются быстрее, чем экс-



поненциально. В ускоряющем промежутке с ростом a и b стабилизирующее влияние роста параметра a проявляется сильнее.

Пространственные зависимости амплитуды переменной составляющей тока пучка для различных значений параметра a при $b=80$.

1 — -0.2, 2 — 0, 3 — 0.2, 4 — 1, 5 — 3.5.

поненциально. В ускоряющем промежутке с ростом a и b стабилизирующее влияние роста параметра a проявляется сильнее.

Наконец, определим условия применимости полученных решений. Ясно, что эти выражения применимы без ограничений на величину a , когда электрическое поле суммарного объемного заряда электронов и ионов, заполняющих ДП, существенно меньше приложенного поля. В противоположном случае отсутствия ограничения на величину b полученные выражения могут быть справедливыми вплоть до значений $a \leq 1$ [6]. Более того, можно строго показать, что последовательный учет влияния неоднородности стационарного E^0 -поля ДП в плазмооптическом режиме вносит несущественные поправки к ходу кривых на рисунке, в то же время выявляет новые закономерности, обсуждение которых выходит за пределы данной работы. Применительно к экспериментальным условиям работы [9] использование полученных выражений на пределе применимости при $a \approx 1$ дает качественную картину возможности эффективного развития неустойчивости вплоть до проявления механизмов, ограничивающих нарастание колебаний.

Список литературы

- [1] Быстрицкий В. М. // Изв. вузов. Физика. 1979. № 10 (209). С. 83—105.
- [2] Морозов А. И. Физические основы космических электрореактивных двигателей. М.: Атомиздат, 1978. Т. 1. С. 276—280.
- [3] Данилов В. Н. // Тр. МФТИ. 1962. № 10. С. 67—79.
- [4] Bergeron K. D. // Appl. Phys. Lett. 1976. Vol. 28. N 6. P. 306—308.
- [5] Poukey J. M., Humphries S., Lockner Jr. and T. R. // Phys. Fluids. 1982. Vol. 25. N 8. P. 1471—1479.
- [6] Гончаров А. А., Маринченко А. В., Проценко И. М., Самков М. П. // УФЖ. 1985. № 5. С. 1339—1344.
- [7] Морозов А. И. // Плазменные ускорители. М.: Машиностроение, 1973. С. 85—92.
- [8] Горбаченко И. Я., Покровов А. П. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 11. С. 1379—1381.
- [9] Concharov A. A., Protsenko I. M., Samkov M. P. // XVII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Budapest, 1985. Vol. 1. P. 234—236.
- [10] Морозов А. И., Есипчук Ю. В., Капулякин А. М. и др. // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 3. С. 612—619.
- [11] Есипчук Ю. В., Тилинин Г. Н. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 4. С. 718—729.
- [12] Блюх П. В., Файнберг Я. Б. // ЖТФ. 1956. Т. 26. Вып. 3. С. 530—534.

Институт физики АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
6 ноября 1987 г.
В окончательной редакции
16 января 1989 г.