1990 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 60, N 3

01; 09

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ СЛОЕ

Л. А. Коваленко, В. Т. Шуняков

Изучается возбуждение волноводных поляритонов в плоскопараллельной пластинке зарядом, движущимся в вакууме параллельно ее поверхности. Проведен анализ нижней границы спектрального интервала излучения в зависимости от скорости частицы, номера решения, толщины пластинки. Показано, что поляризационное отношение интегральных интенсивностей чувствительно к скорости частицы.

Более полувека прошло с момента открытия эффекта Вавилова—Черенкова, однако до сих пор не ослабевает интерес исследователей к данному явлению. Объясняется это многообразием проявления этого эффекта [1], а также тем, что сущность черенковского излучения (ЧИ) затрагивает наиболее глубокие и тонкие аспекты электродинамики.

В неоднородной среде, например, при наличии границ раздела, пленок, щелей ЧИ может проявляться как в виде возбуждения радиационных мод [2], так и локализованных (поверхностных или волноводных [3, 4]). Вопрос о проявлении локализованных мод в ЧИ в настоящее время становится актуальным в связи с использованием метода НПВО [5], позволяющего детектировать эти моды.

В пластинках и пленках закон дисперсии волноводных поляритонов весьма сложен. Как показали Кливер и Фукс [6], существует n ветвей функции $\omega(\mathbf{k}_\parallel)$, причем число n меняется в зависимости от толщины пластинки и волнового вектора $\mathbf{k}_\parallel$, направленного вдоль ее поверхности. По этой причине весьма своеобразным будет проявление размерных эффектов в спектрах ЧИ волноводных поляритонов.

В настоящей работе рассматривается движение заряда e параллельно границе изотропной диэлектрической пластинки с проницаемостью $\varepsilon(\omega)=\varepsilon_\infty+(\varepsilon_0-\varepsilon_\infty)/(1-\omega^2/\omega_\perp^2)$ и толщиной l. Заряд движется в вакууме на расстоянии z_0 от границы. Показано, что в такой геометрии вообще не могут излучаться радиационные моды, а спектральный интервал излучения волноводных мод ограничен как сверху $\omega_\perp$, так и снизу. Нижняя граница его определяется скоростью частицы v, номером решения n и поляризацией моды.

В случае p-поляризации максимум спектральной интенсивности лежит на нижней границе спектра и с ростом частоты быстро убывает. Для s-поляризации спектральная интенсивность в граничных точках обращается в нуль, а максимум излучения лежит несколько выше нижней границы.

Для достаточно толстых пластинок спектральный интервал сужается и нижняя граница приближается к верхней. В ультрарелятивистском пределе $v/c > (\varepsilon_\infty)^{-1/2}$ доминирует вклад s-поляризованных мод, интенсивность излучения которых на порядок выше интенсивности p-мод.

Для решения настоящей задачи наиболее удобен гамильтоновский метод [7]. Функция гамильтона здесь складывается из энергий электромагнитного поля H_f в вакууме, пластинки H_{slab} и заряда, а также энергии взаимодействия между ними H_{int}.

Для простоты примем, что движение заряда является заданным и плотность его тока описывается классическим выражением

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},\ t)=e\mathbf{v}\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0-\mathbf{v}t). \tag{1}$$

Его взаимодействие с поперечным полем и вектором поляризации пластинки (кулоновское взаимодействие) в калибровке $\varphi=0$ требует использования оператора

$$\hat{H}_{\text{int}}=-\frac{1}{c}\int d\mathbf{r}\,\mathbf{j}(\mathbf{r},\ t)\cdot\mathbf{A}(\mathbf{r}), \tag{2}$$

где векторный потенциал в общем случае содержит как поперечную, так и продольную составляющие.

Гамильтониан системы пластинка и поле в квадратичном приближении может быть приведен к диагональному виду [8]

$$\hat{H}_0=\sum_\lambda \hbar\omega_\lambda \hat{\xi}_\lambda^+\hat{\xi}_\lambda. \tag{3}$$

Индекс λ характеризует нормальную моду: он включает в себя частоту ω, поляризацию j, четность ν, а также проекцию волнового вектора на плоскость пластинки $\mathbf{k}_\parallel$ или тангенциальную компоненту вектора рефракции $\mathbf{b}=\mathbf{k}_\parallel c/\omega$. У волноводной моды модуль вектора рефракции $|\mathbf{b}|$ больше 1, меньше ε и пробегает дискретный набор значений.

Баланс энергии в системе, вызванный движением заряда, легко подсчитать путем решения гамильтоновских уравнений для $\hat{\xi}_\lambda$ и $\hat{\xi}_\lambda^+$. Расчет показывает, что изменение энергии моды выражается через скорость частицы и нормированную амплитуду напряженности электрического поля $\mathbf{E}_\lambda(\mathbf{r})$, которая содержится в разложении оператора электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r},\ t)=-\frac{1}{c}\dot{\vec{\mathbf{A}}}(\vec{\mathbf{r}},\ t)$ по полному набору $\hat{\xi}_\lambda$:

$$\Delta W=\sum_\lambda\frac{|e\mathbf{v}\cdot\mathbf{E}_\lambda(z)|^2}{\hbar\omega_\lambda}\left|\int_0^t dt'\exp\left[-i\omega_\lambda t'\left(1-\frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{b}_\lambda}{c}\right]\right|^2. \tag{4}$$

В формуле (4) отражена трансляционная инвариантность задачи в плоскости пластинки. Она проявляется в возможности представить амплитуду $\mathbf{E}_\lambda(\mathbf{r})$ в виде

$$\mathbf{E}_\lambda(\mathbf{r})=(4\pi\hbar\omega_\lambda/V_0)^{1/2}\exp\left(\frac{i\omega_\lambda}{c}\mathbf{b}_\lambda\cdot\mathbf{r}\right)\mathbf{e}_\lambda(z). \tag{5}$$

Здесь V_0 — нормировочный объем, от которого конечный результат не зависит, так как в определении суммы по нормальным модам $\sum\limits_\lambda$ содержится эта величина в качестве сомножителя. Так, часть этой суммы, охватывающая волноводные моды описывается следующим выражением:

$$\sum_\lambda\to\frac{V_0}{(2\pi)^3}\sum_{nj\nu}\int\frac{\omega^2}{c^3}d\omega d\varphi. \tag{6}$$

Анализ интеграла в (4) показывает, что резонанс возможен при $|\mathbf{b}|>1$, т. е. для излучения нерадиационных мод. Условие резонанса здесь аналогично условию черенковского излучения в однородной среде

$$(b_{nj\nu}v\cos\varphi_{nj\nu})/c=1. \tag{7}$$

Специфика волноводных мод проявляется в дискретном характере значений $b_{nj\nu}(\omega)$. Поскольку в интервале $0<\omega<\omega_\perp$ функция $b_{nj\nu}(\omega)$ является монотонно возрастающей, то из (7) видно, что уравнение $b_{nj\nu}(\omega)=c/v$ определяет нижнюю границу спектра n-й ветви.

В формуле (4) произведено интегрирование по t' и использованы соотношения (5) и (6). В результате после ряда несложных преобразований получим выражение для мощности излучения волноводных мод

$$\frac{dW}{dt}=\frac{e^2v^2\omega_\perp^2}{(2\pi)^2c^3}\sum_{nj\nu}\int\limits_{y_{nj\nu}}^{1}dy\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\,|\mathbf{s}\cdot\mathbf{e}_{nj\nu}(z)|^2\,\delta\left(1-\frac{v}{c}b_n\cos\varphi\right), \tag{8}$$

где s — единичный вектор, указывающий направление скорости; $y=(\omega/\omega_\perp)^2$, а $y_{nj\nu}$ — безразмерная нижняя граница спектра.

Принимая во внимание, что заряд движется вне пластинки, а напряженность волноводного поля экспоненциально убывает по мере удаления от нее, выделим в скалярном произведении $\mathbf{s}\cdot\mathbf{e}_{nj\nu}(z)$ фактор, зависящий от расстояния z_0, а также от напряженности поля на границе $\mathbf{e}_{nj\nu}(0)$

$$(\mathbf{s}\cdot\mathbf{e}_{nj\nu}(z_0))^2=(\mathbf{s}\cdot\mathbf{e}_{nj\nu}(0))^2\exp\left(-\frac{2\omega}{c}z_0\sqrt{b_{nj\nu}^2-1}\right). \tag{9}$$

Дальнейшее преобразование формулы (8) связано с выполнением интегрирования по азимутальному углу φ и конкретизацией амплитуды поля на границе $\mathbf{e}_{nj\nu}(0)$ соответственно для s- и p-поляризаций.

В случае s-поляризации вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости пластинки, а в случае p-поляризации — в сагиттальной плоскости. В соответствии с вышесказанным, запишем

$$\mathbf{e}_{ns\nu}(0)=\boldsymbol{\alpha}\Phi_{n\nu}B_{n\nu},$$
$$\mathbf{e}_{np\nu}(0)=-\frac{1}{\varepsilon}\Phi_{n\nu}K_{n\nu}\left(\mathbf{b}_{np\nu}-i\sqrt{b_{np\nu}-1}\,\mathbf{q}\right)\times\boldsymbol{\alpha}. \tag{10}$$

Константы $B_{n\nu}$ и $K_{n\nu}$ определяются из условия нормировки, а функции $\Phi_{n\nu}$ в зависимости от четностни моды представляют либо синус, либо косинус от аргумента $\omega l\sqrt{\varepsilon-b_{nj\nu}^2}/2c$. Единичные векторы $\mathbf{b}_{nj\nu}/|\mathbf{b}_{nj\nu}|$, $\boldsymbol{\alpha}$ и $\mathbf{q}$ образуют ортонормированный базис, причем первые два лежат в плоскости границы, а третий $\mathbf{q}$ указывает нормаль к ней.

Окончательное выражение для мощности излучения представим в форме

$$\frac{dW}{dt}=\frac{e^2v^2\omega_\perp^2}{4\pi c^3}\sum_{n\nu}\int\limits_{y_{nj\nu}}^{1}dy\left[\sin\varphi_{n\nu}\cos\varphi_{n\nu}B_{n\nu}^2+\frac{(b_{n\nu}^2-1)\cos^3\varphi_{n\nu}}{\varepsilon^2\sin\varphi_{n\nu}}K_{n\nu}^2\right]\times$$
$$\times\,\Phi_{n\nu}^2\exp\left(-\frac{2\omega z_0}{c}\sqrt{b_{n\nu}^2-1}\right), \tag{11}$$

где $\cos\varphi_{n\nu}=(\mathbf{s}\cdot\mathbf{b}_{n\nu})/|\mathbf{b}_{n\nu}|$. Первое слагаемое в квадратной скобке представляет интенсивность излучения s-поляризации, а второе — p-поляризации. Видно, что на нижней границе спектра, где $\sin\varphi_{n\nu}=0$, спектральная характеристика

Значение $y_{nj\nu}$ в предельных случаях $\gamma/\delta\ll 1$ и $\gamma/\delta\gg 1$

$\frac{c^2}{v^2}$	$y_{nj\nu}$: $\gamma/\delta\ll 1$	$y_{nj\nu}$: $\gamma/\delta\gg 1$	Дополнительные условия
$\frac{c^2}{v^2}<\varepsilon_\infty$	$1-\frac{\gamma}{1+\delta}$	$\frac{\delta}{\gamma-1}$	$\gamma,\ \delta<0$; $(N-a_{nj\nu})^2/A_0^2>\varepsilon_\infty-c^2/v^2$
$\frac{c^2}{v^2}=\varepsilon_\infty$	$1-\frac{\gamma}{\delta}$	$\frac{\delta}{\gamma}$	$\gamma,\ \delta\to\infty$; γ/δ конечно
$\varepsilon_\infty<\frac{c^2}{v^2}<\varepsilon_0$	$1-\frac{\gamma}{1+\delta}$	$\frac{\delta}{\gamma-1}$	
$\frac{c^2}{v^2}=\varepsilon_0$	$1-\frac{2}{\delta}$	$\sqrt{\delta}$	$\gamma=1$
$\frac{c^2}{v^2}\to\infty$	$1-\gamma$	$1-\gamma$	$\gamma,\ \delta\to 0$

s-моды обращается в 0, а p-моды расходится. По переменной y эта особенность корневая и интеграл сходится.

Последующий анализ формулы (11) требует привлечения численных методов. Рассмотрим случай относительно толстых пластинок, таких что на их поперечном размере укладывается большое число полуволн. Для этого случая модуль вектора рефракции представим в форме [8]

$$b^2_{nj\nu}(y) = \varepsilon(y) - \frac{(N - \alpha_{nj\nu})^2}{A_0^2(l)\, y}, \tag{12}$$

где $A_0 = \omega_\perp l/\pi c$, $N = 2n+1$ для симметричных мод, $N = 2n+2$ для антисимметричных; $n = 0, 1, 2, \ldots$

Величины $\alpha_{nj\nu}$ $(y, l) < 1$ могут быть найдены из решения трансцендентных уравнений, полученных из условия размерного квантования. При больших n в формуле (12) можно опустить $\alpha_{nj\nu}$. Этого не следует делать под знаком тригонометрических функций из-за чувствительности последних к вариациям своего аргумента.

Для нахождения нижней границы спектра преобразуем уравнение $b_{nj\nu} = c/v$ с учетом (12) к квадратному

$$y^2 + (\gamma + \delta - 1)\, y - \delta = 0. \tag{13}$$

Здесь введены обозначения $\gamma = (\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)/(c^2/v^2 - \varepsilon_\infty)$, $\delta = (N - \alpha_{nj\nu})^2/A_0^2\,(c^2/v^2 - \varepsilon_\infty)$. Параметры γ и δ имеют один и тот же знак, их отношение не зависит от c/v. Для случаев, когда $c^2/v^2 = \varepsilon_\infty$ и $c^2/v^2 = \varepsilon_0$, уравнение (13) упрощается и решение принимает вид (мы рассматриваем только положительные корни уравнения) $y_{nj\nu} = 1/(1 + \gamma/\delta)$ и соответственно $y_{nj\nu} = -\delta\,(1 - \sqrt{1 + 4/\delta})/2$.

В общем случае нижняя граница спектра зависит от c/v и n. С ростом n $y_{nj\nu} \to 1$, нижняя граница приближается к верхней, а с увеличением скорости $y_{nj\nu} \to 0$ и спектральный интервал расширяется. В таблице приведены результаты анализа $y_{nj\nu}$ в двух предельных случаях $\gamma/\delta \ll 1$ и $\gamma/\delta \gg 1$.

Подынтегральное выражение в (11) с возрастанием номера n убывает. Это в равной степени относится к спектральной интенсивности излучения s- и p-мод. Максимальное значение они имеют при $n = 0$. Различным оказывается их поведение с ростом скорости. При фиксированном n интенсивность s-моды растет, а p-моды убывает.

Была оценена интегральная интенсивность излучения s- и p-мод для $n = 0$, $A_0 = 2$, $2z_0/l = 0.01$ как для ультрарелятивистских скоростей $c^2/v^2 < \varepsilon_\infty$, так и умеренно релятивистских $\varepsilon_\infty < c^2/v^2 < \varepsilon_0$. Оказалось, что в первом случае отношение интенсивностей $I_s/I_p \sim 10$, а во втором случае $I_s/I_p \sim 0.3$. Таким образом, измерение поляризационного отношения при черенковском излучении волноводных мод позволяет судить о величине скорости частицы.

Список литературы

[1] *Болотовский Б. М.* // УФН. 1961. Т. 75. № 2. С. 295—350.
[2] *Пафомов В. Е.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. Вып. 3. С. 610.
[3] *Гинзбург В. Л.*, *Цытович В. Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
[4] *Барсуков К. А.*, *Нарышкина Л. Г.* // ЖТФ. 1966. Т. 36. Вып. 5. С. 800—805.
[5] *Агранович В. М.* // УФН. 1975. Т. 115. № 2. С. 199—237.
[6] *Kliewer K. L.*, *Fuchs R.* // Phys. Rev. 1966. Vol. 144. N 2. P. 495—503.
[7] *Гинзбург В. Л.* Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981. 503 с.
[8] *Лаврик В. В.*, *Шуняков В. Т.* Препринт ДонФТИ АН УССР. № 84-14 (89). Донецк, 1984. 64 с.

Донецкий физико-технический
институт АН СССР

Поступила в Редакцию
7 июля 1986 г.