06; 07

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГРАНИЦЫ ФОТОРЕФРАКТИВНОГО ПЬЕЗОКРИСТАЛЛА НА СТРУКТУРУ НАВЕДЕННЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ЗАПИСИ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ РЕШЕТОК

С. М. Шандаров, В. М. Шандаров

При записи голографических решеток в фоторефрактивных кристаллах вблизи границ возможно существование неоднородных упругих и электростатических полей. В работе изучена структура таких полей для полуограниченных пьезокристаллов классов симметрии $3m$ и $4mm$ в случае, когда нормаль к границе совпадает с осью Y, а вектор решетки — с осью Z. Экспериментально исследована дифракция волноводных TE-мод планарного волновода $Ti : LiNbO_3 : Cu$ на сформированной в подложке голографической решетке, в результате чего получено подтверждение неоднородности наведенных упругих и электрических полей.

1. Как известно [1], в фоторефрактивных пьезокристаллах (ФРПК) наряду со статическими электрическими полями при записи голограмм наводятся упругие деформации. Вблизи границы ФРПК наведенные поля должны иметь более сложную структуру, чем в объеме, и удовлетворять электрическим и механическим граничным условиям. Например, в [2] показано, что у границы кристалла симметрии, имеющей нормалью ось Y, при записи голографических решеток (ГР) с вектором $\mathbf{k}||\mathbf{x}_0$ должны существовать наведенные локализованные поля (НЛП), по структуре имеющие сходство с распределением упругих и электрических полей в волне Гуляева—Блюстейна. Авторами работы [3] экспериментально обнаружены периодические структуры, фотоиндуцированные на поверхности кристалла $Bi_{12}SiO_{20}$.

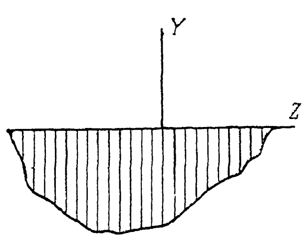


Рис. 1. Геометрия задачи.

НЛП могут играть существенную роль при записи ГР в планарных оптических волноводах, таких как $LiNbO_3 : Fe$, $LiTaO_3 : Cu$, $LiNbO_3 : Cu$ и др.

В настоящей работе рассмотрена структура наведенных полей ГР в Y-срезе полуограниченных пьезокристаллов симметрии $3m$ и $4mm$ и исследована дифракция волноводных мод планарной структуры $Ti : LiNbO_3 : Cu$ на ГР, сформированной в ней объемными световыми волнами.

2. Рассмотрим полуограниченный фоторефрактивный пьезокристалл, расположенный при $y \leqslant 0$ и граничащий с вакуумом (рис. 1). Предположим, что в нем создано распределение объемного заряда с плотностью

$$\rho = \rho''' \exp(-ikz), \quad y < 0, \tag{1}$$

где ρ''' — константа, $k=2\pi/\Lambda$ — модуль вектора ГР $\mathbf{k}$, Λ — период решетки.

Из уравнения непрерывности нетрудно показать, что такое распределение $\rho(y, z)$ может быть сформировано, например, при фотогальваническом механизме на начальном участке записи ($t \ll \tau_M$, τ_M — максвелловское время релаксации) картины интерференции двух плоских монохроматических слабозатухающих световых волн.

Будем исходить из уравнений электростатики

$$\frac{\partial}{\partial x_n} D_n = \rho \tag{2}$$

и эластостатики

$$\frac{\partial}{\partial x_j} T_{ij} = 0. \tag{3}$$

Компоненты вектора электрической индукции D_n и тензора упругих напряжений T_{ij} связаны с электрическим потенциалом φ и упругими деформациями U_{kl} уравнениями состояния [4]

$$T_{ij} = c^E_{ijkl} U_{kl} + e_{nij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_n}, \tag{4}$$

$$D_n = e_{nkl} U_{kl} - \varepsilon^U_{np} \frac{\partial \varphi}{\partial x_p}, \tag{5}$$

где c^E_{ijkl}, e_{nij}, ε^U_{np} — компоненты материальных тензоров модулей упругости, пьезоконстант и диэлектрической проницаемости соответственно.

Подставляя T_{ij} из (4) и D_n из (5) в уравнения (2) и (3), учитывая симметрию тензоров $\hat{c}^E$, $\hat{e}$ и $\hat{\varepsilon}^U$ по перестановке индексов и определение тензора деформаций, окончательно получим

$$c^E_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_l} + e_{nij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n \partial x_j} = 0, \tag{6}$$

$$e_{nkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_n \partial x_l} - \varepsilon^U_{np} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n \partial x_p} = \rho. \tag{7}$$

Уравнения (6), (7) являются общими при сделанных допущениях и пригодны для любых кристаллов. Ограничимся далее рассмотрением кристаллов симметрии $3m$. Решение уравнений (6), (7) будем искать в виде

$$\varphi = \varphi^m \exp(\gamma' y) \exp(-ikz) + \varphi^0 \exp(-ikz), \tag{8}$$

$$U_k = U^m_k \exp(\gamma' y) \exp(-ikz) + U^0_k \exp(-ikz), \tag{9}$$

где φ^0, U^0_k — константы, а γ' — постоянные затухания.

Подставляя φ и U_k из (8) и (9) в уравнения (6) и (7), учитывая вид тензоров $\hat{c}$, $\hat{e}$ и $\hat{\varepsilon}$ для кристаллов симметрии $3m$ и приравнивая члены при одинаковых фазовых множителях, получим

$$\begin{gathered}
[\gamma^2 c^E_{11} + 2i\gamma c^E_{14} - c^E_{44}] U^m_2 + [-\gamma^2 c^E_{14} - i\gamma (c^E_{13} + c^E_{44})] U^m_3 + \\
+ [\gamma^2 e_{22} - i\gamma (e_{31} + e_{15})] \varphi^m = 0, \\
[-\gamma^2 c^F_{14} - i\gamma (c^E_{13} + c^E_{44})] U^m_2 + [\gamma^2 c^E_{44} - c^E_{33}] U^m_3 + [\gamma^2 e_{15} - e_{33}] \varphi^m = 0, \\
[\gamma^2 e_{22} - i\gamma (e_{15} + e_{31})] U^m_2 + [\gamma^2 e_{15} - e_{33}] U^m_3 + [\varepsilon^U_3 - \gamma^2 \varepsilon^U_1] \varphi^m = 0, \\
c^E_{44} U^0_2 = 0, \quad c^F_{33} U^0_3 + e_{33} \varphi^0 = 0, \\
-e_{33} U^0_3 + \varepsilon^U_3 \varphi^0 = \frac{\rho^m}{k^2},
\end{gathered} \tag{10}$$

где обозначено $\gamma = \gamma'/k$.

Из трех последних уравнений найдем

$$U^0_2 = 0; \quad U^0_3 = -\frac{e_{33}}{c^E_{33}} \varphi^0, \tag{11}$$

$$\varphi^0 = \rho^m [k^2 \varepsilon^U_3 (1 + K^2_E)]^{-1}, \tag{12}$$

где $K_E = e_{33} (c^E_{33} \varepsilon^U_2)^{-1/2}$ — коэффициент электромеханической связи.

Система первых трех уравнений в (10) имеет нетривиальное решение при равенстве ее определителя нулю. Неизвестными комплексными величинами здесь являются постоянные затухания γ. Из шести корней уравнения, получающегося при приравнивании определителя к нулю, физический смысл имеют три корня с положительной действительной частью. При этом решения (8) и (9) будут удовлетворять условию конечности при $y < 0$.

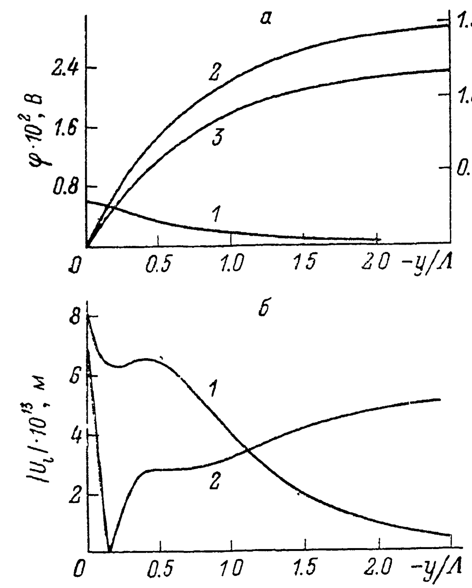
Общее решение системы (10) с учетом (8), (9), (11) и (12) найдем в виде

$$U_2 = [C_1 a_{i1}^{(1)} \exp(\gamma_1 ky) + C_2 a_{i1}^{(2)} \exp(\gamma_2 ky) + C_3 a_{i1}^{(3)} \exp(\gamma_3 ky)] \exp(-ikz), \quad (13)$$

$$U_3 = [C_1 a_{i2}^{(1)} \exp(\gamma_1 ky) + C_2 a_{i2}^{(2)} \exp(\gamma_2 ky) + C_3 a_{i2}^{(3)} \exp(\gamma_3 ky) + U_3^0] \exp(-ikz), \quad (14)$$

$$\varphi = [C_1 a_{i3}^{(1)} \exp(\gamma_1 ky) + C_2 a_{i3}^{(2)} \exp(\gamma_2 ky) + C_3 a_{i3}^{(3)} \exp(\gamma_3 ky) + \varphi^0] \exp(-ikz), \quad (15)$$

где C_1, C_2, C_3 — постоянные, подлежащие определению из граничных условий, а $a_{ik}^{(s)}$ — алгебраические дополнения элементов определителя первых трех уравнений системы (10), найденные при s-м значении корня γ_s ($s=1, 2, 3$).



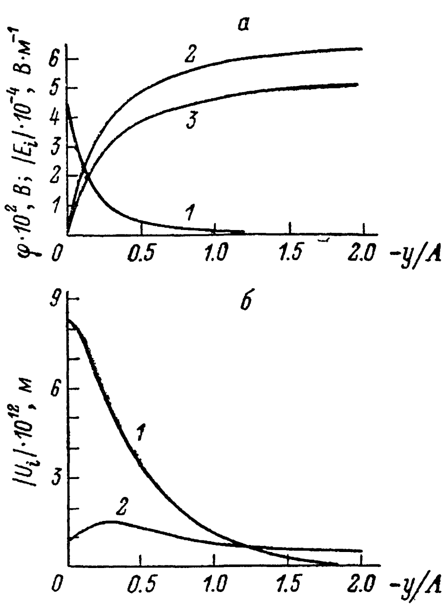


Рис. 2. Распределение наведенных полей в кристалле $BaTiO_3$.

а: 1 — $E_2(y)$, 2 — $E_3(y)$, 3 — $\varphi(y)$; *б*: 1 — $U_2(y)$, 2 — $U_3(y)$.

Рис. 3. Распределение наведенных полей в кристалле $LiNbO_3$.

а: 1 — $E_2(y)$, 2 — $E_3(y)$, 3 — $\varphi(y)$; *б*: 1 — $U_2(y)$, 2 — $U_3(y)$.

Для упругих напряжений на границе кристалла с вакуумом должны выполняться условия [4]

$$T_{22} = 0, \quad T_{23} = T_{32} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0. \quad (16)$$

Используя формулу (4) и учитывая вид материальных тензоров, из (16) получим

$$c_{11}^E \frac{\partial U_2}{\partial y} + c_{13}^E \frac{\partial U_3}{\partial z} - c_{14}^E \left(\frac{\partial U_3}{\partial y} + \frac{\partial U_2}{\partial z} \right) + e_{22} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + e_{31} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \text{ при } y = 0, \quad (17)$$

$$-c_{14}^E \frac{\partial U_2}{\partial y} + c_{44}^E \left(\frac{\partial U_3}{\partial y} + \frac{\partial U_2}{\partial z} \right) + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0. \quad (18)$$

Граница кристалл—вакуум может быть электрически закороченной или электрически свободной. Рассмотрим электрически закороченную границу, при этом потенциал на ней ($y=0$) обращается в нуль

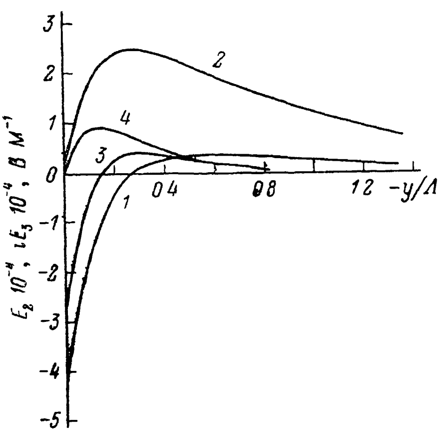
$$\varphi = 0 \quad \text{при} \quad y = 0. \quad (19)$$

Подставляя в граничные условия (17)—(19) U_2, U_3, φ из (13)—(15), приходим к системе трех неоднородных линейных уравнений для C_1, C_2 и C_3. Из нее они выражаются через ρ^m — заданную амплитуду решетки объемной плотности заряда. Отметим, что уравнения (10)—(12), (17)—(19) пригодны и для кристаллов симметрии $4mm$, $6mm$, если в них положить $c_{11}^E=0$ и $e_{22}=0$.

3. Пользуясь изложенной методикой, мы провели расчеты структуры наведенных полей для $LiNbO_3$ и тетрагонального $BaTiO_3$, принадлежащих соответственно к классам симметрии $3m$ и $4mm$. Значения постоянных затухания γ приведены в таблице. Зависимости амплитуд наведенных электрических полей φ, E_3, E_2 и упругих смещений U_3, U_2 от y/Λ для $\rho^m=10$ Кл/м^3 и $\Lambda=10^{-5}$ м представлены на рис. 2, 3.

Кристалл	γ_1	γ_2	γ_3
$BaTiO_3$	0.218	$0.653-i0.539$	$0.653+i0.539$
$LiNbO_3$	$0.352-i0.020$	$1.287-i0.674$	$1.135+i0.651$

Как видно из рис. 2, 3, вблизи границы ФРПК структура наведенных полей носит сложный характер. В частности, появляются нормальные к границе компоненты U_2 и E_2, в объеме кристалла равные нулю. Нормальная компонента вектора упругого смещения U_2 на границе $y=0$ отлична от нуля, т. е. имеют



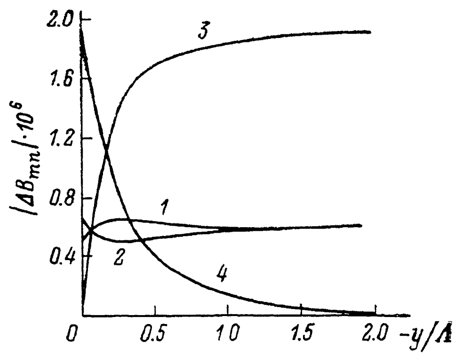


Рис. 4. Распределение наведенных полей в сильно поглощающем кристалле.
1 — E_2 $(2\alpha/k=0.2)$, 2 — iE_3 $(2\alpha/k=0.2)$, 3 — E_2 $(2\alpha/k=1)$, 4 — iE_3 $(2\alpha/k=1)$.

Рис. 5. Распределение амплитуд $|\Delta B_{mn}|$ для YZ-ориентации $LiNbO_3$.
1 — $|\Delta B_{11}|$, 2 — $|\Delta B_{22}|$, 3 — $|\Delta B_{33}|$, 4 — $|\Delta B_{23}|$.

место периодические искривления поверхности кристалла. Дифракция света на такой поверхностной структуре, фотоиндуцированной в кристалле $Bi_{12}SiO_{20}$, наблюдалась авторами работы [3]. По структуре рассмотренные НЛП близки к трехпарциальной волне Рэлея.

4. Если ФРПК сильно поглощает записывающие ГР плоские световые волны, то ρ^m уже не является константой и для $\alpha \ll k$ будет изменяться по экспоненциальному закону

$$\rho^m=\rho^0\exp(\alpha y). \tag{20}$$

В пренебрежении пьезоэффектом для этого случая нами были получены следующие выражения для E_2 и E_3 при электрически закороченной границе:

$$E_2=-\frac{\rho^0}{\varepsilon_2''\left(\alpha^2-k^2\frac{\varepsilon_3^U}{\varepsilon_2^U}\right)}\left[\alpha\left(\exp(\alpha y)\right)-\left(\frac{\varepsilon_3^U}{\varepsilon_2^U}\right)^{1/2}k\exp\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_3^U}{\varepsilon_2^U}}\,ky\right)\right]\exp(-ikz), \tag{21}$$

$$E_3=-\frac{ik\rho^0}{\alpha^2\varepsilon_2^U-k^2\varepsilon_3^U}\left[\exp(\alpha y)-\exp\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_3^U}{\varepsilon_2^U}}\,ky\right)\right]\exp(-ikz). \tag{22}$$

Зависимости E_2 и E_3 от y/Λ для различных значений a/k приведены на рис. 4. Характерно, что нормальная компонента поля E_2 при некотором y/Λ изменяет знак.

5. Наведенные в ФРПК электрические и упругие поля модулируют тензор диэлектрической непроницаемости B_{mn} вследствие электрооптического и фотоупругого эффектов [4]

$$\Delta B_{mn} = r^{U}_{mnp} E_p + p^{E}_{mnkl} U_{kl}, \tag{23}$$

где r^{U}_{mnp} и p^{U}_{mnkl} — электрооптические и фотоупругие постоянные ФРПК.

Распределения амплитуд $|\Delta B_{mn}|$ для рассмотренной выше YZ-ориентации $LiNbO_3$ представлены на рис. 5. Зависимость ΔB_{mn} от координаты y при конечных размерах кристаллов вдоль нее, сравнимых с периодом решетки Λ, приведет к количественным изменениям эффективности дифракции света на голограмме.

Качественные отличия НЛП состоят в появлении дополнительных компонент тензора ΔB_{mn}, отсутствующих в объемных полях, и в наличии фазовых сдвигов в распределениях ΔB_{mn} вблизи границы ФРПК относительно аналогичных распределений в объеме при $y \gg \Lambda$. Например, из рис. 5 следует, что наряду с ΔB_{33}, ΔB_{22} и ΔB_{11} вблизи границы $y=0$ существует недиагональная компонента ΔB_{23}. Ее наличие может привести к аномальной дифракции световых волн с поворотом плоскости поляризации на данной ГР. Без учета НЛП $\Delta B_{23}=0$, такая дифракция «запрещена». Расчеты показывают также, что решетка ΔB_{23} сдвинута по фазе относительно решеток ΔB_{33}, ΔB_{11} и ΔB_{22}, существующих в глубине кристалла, примерно на $\pi/2$. Вблизи границы $y=0$ амплитуды ΔB_{33}, ΔB_{22} и ΔB_{11} являются комплексными и сдвинуты по фазе относительно своих значений в объеме среды. Отсюда следует, что НЛП обусловливают еще один механизм возникновения фазового сдвига между ГР и формирующими ее световыми полями, приводящего к стационарному энергообмену между последними [5]. Ранее это отмечалось в работе [2].

6. Возникновение НЛП при записи объемной ГР у границы фоторефрактивного пьезокристалла изучалось по дифракции на решетке волноводных TE-мод. Планарный оптический волновод сформирован на подложке Y-среза $LiNbO_3:Cu$ (0.005 вес. %) диффузией титана из пленки толщиной ~20 нм при температуре 1000 °C. Время диффузии составило 4 ч, при этом в волноводе на длине волны $\lambda=0.63$ мкм в направлении оси X могли распространяться две и на $\lambda=0.44$ мкм четыре TE-моды. По спектру эффективных показателей преломления TE-мод на длине волны 0.44 мкм определены параметры профиля показателя преломления волновода, который хорошо аппроксимировался функцией $\mathrm{ch}^{-2} y$ [6].

Запись объемной ГР в волноводной структуре, у которой толщина подложки (~2 мм) существенно превышала толщину волноводного слоя (~2.5 мкм), осуществлялась двумя пучками света с апертурой 3 мм от гелий-кадмиевого лазера ($\lambda=0.44$ мкм). Угол Θ между пучками составлял ~10°, его биссектриса совпадала с осью Y, а вектор ГР K ориентировался параллельно оси Z кристалла. Время записи τ в экспериментах колебалось от 20 до ~200 с. Специальных мер по закорачиванию границы $Y=0$ для выполнения условия (19) не принималось.

Как известно, при диффузии титана в ниобат лития его фоторефрактивные свойства, упругие, диэлектрические, электрооптические и фотоупругие постоянные существенно не изменяются. Поэтому распределения возмущений тензора $\Delta\varepsilon$, возникающих при записи ГР объемными волнами в образце $LiNbO_3:Cu$ с волноводным слоем $Ti:LiNbO_3:Cu$, будут практически такими же, как и в аналогичном образце $LiNbO_3:Cu$, поверхностный слой которого не легирован титаном. Однако изучение дифракции различных волноводных мод на обусловленных объемной решеткой в пределах волноводного слоя возмущениях $\Delta\varepsilon$ позволяет обнаружить неоднородность распределения $\Delta\varepsilon\,(y)$ вблизи границы кристалла $y=0$.

После записи ГР объемными световыми волнами изучалась дифракция на ней волноводных TE-мод на длине волны $\lambda=0.63$ мкм. При этом ввод и вывод излучения осуществлялся призмами из GaP.

В экспериментах наблюдались как обычные дифракционные процессы (TE_0-TE_0, TE_1-TE_1), так и межмодовая дифракция (TE_0-TE_1, TE_1-TE_0). Эффективность дифракции η зависела от времени записи и составляла 25 % (процесс TE_0-TE_0); 34 % (TE_1-TE_1); 2 % (TE_0-TE_1) для $\tau=20$ с. При $\tau=180$ с эффективность дифракционного процесса TE_0-TE_0 возросла до 50 %, TE_0-TE_1 — до 20 %.

Эффективность волноводной дифракции, как известно [7], зависит от величины перекрытия полей волноводных мод с возмущающим полем и определяется величиной интеграла перекрытия

$$\Gamma_{mn}=\frac{\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} E_m(y)\,\Delta\varepsilon(y)\,E_n(y)\,dy\right]^2}{\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} E_m(y)\,E_m^*(y)\,dy\right]\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} E_n(y)\,E_n^*(y)\right]}, \tag{24}$$

где $E_{m,n}(y)$ — распределения полей взаимодействующих мод, $\Delta\varepsilon(y)$ — распределение амплитуды возмущения диэлектрической проницаемости по толщине волновода.

В случае однородного по толщине волновода возмущения $\Delta\varepsilon(y)=\mathrm{const}$ из (24) следует, что для дифракционных процессов с участием одинаковых мод ($m=n$) величина интеграла перекрытия не зависит от номера моды. Межмодовая дифракция при $\Delta\varepsilon(y)=\mathrm{const}$ вследствие ортогональности мод разного порядка запрещена ($\Gamma_{mn}=0$). При неоднородности возмущения $\Delta\varepsilon(y)$ по толщине волновода $\Gamma_{mm}\neq\Gamma_{nn}$, а $\Gamma_{mn}\neq0$.

В численных расчетах интегралов перекрытия распределение полей волноводных мод аппроксимировалось гиперболическими функциями [6], а распределения $\Delta\varepsilon(y)$ выражались через возмущения диэлектрической непроницаемости ΔB_{33} (рис. 5). Значения интегралов перекрытия составили $\Gamma_{00}=0.74$, $\Gamma_{11}=0.88$, $\Gamma_{10}=0.0026$.

7. Анализ расчетных и экспериментальных результатов показывает, что для малых времен записи отношение η_{00}/η_{11} хорошо согласуется с отношением Γ_{00}/Γ_{11}. Однако эффективность дифракции с преобразованием мод η_{01} существенно превышает оцениваемую по значению интеграла перекрытия Γ_{01}. Эффективная межмодовая дифракция и отличие η_{00} от η_{11} свидетельствуют, как отмечалось выше, о неоднородности распределения $\Delta\varepsilon(y)$ и подтверждают существование НЛП вблизи границы ФРПК. Количественное несоответствие теории с экспериментом для процесса TE_0-TE_1 может быть связано с недостаточно малым временем записи объемной ГР, отсутствием проводящего слоя на границе $y=0$, а табже с неоднородностью физических свойств кристалла, вносимой волноводным слоем.

Отметим, что при увеличении времени записи распределение $\Delta\varepsilon(y)$ становится еще более неоднородным (отношение η_{01}/η_{00} возрастает), что обусловлено существенным влиянием НЛП на кинетику формирования объемной ГР для $\tau\sim\tau_M$.

8. Проведенные исследования показывают, что вблизи границы ФРПК структура электрических и упругих полей ГР существенно отличается от распределения наведенного объемного заряда. Это обстоятельство необходимо учитывать, например, при анализе записи ГР в планарных оптических волноводах волноводными модами. НЛП, формирующиеся и в планарных структурах, могут обусловить стационарный энергообмен между записывающими ГР световыми пучками. Поэтому представляется возможным использование рассмотренных эффектов для усиления слабых световых пучков в оптических волноводах при реализации планарных аналогов рассмотренных в [8] голографических лазеров и в других устройствах динамической голографии.

Формирование НЛП может приводить и к уменьшению фоторефрактивной нелинейности ограниченных ФРПК. Например, для $y>\Lambda$ амплитуда возмущений компоненты ΔB_{33} будет существенно меньше, чем в объеме кристалла (рис. 5), при однородном распределении амплитуды объемного заряда ρ^m.

Отсюда следует, что эффективность дифракции необыкновенно поляризованных волн на объемной ГР с постоянной амплитудой ρ^m будет снижаться при периодах Λ, превышающих толщину ФРПК.

Список литературы

[1] *Изванов А. А., Мандель А. Е., Хатьков Н. Д., Шандаров С. М.* // Автометрия. 1986. № 2. С. 79—84.

[2] *Шандаров С. М.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 3. С. 583—586.

[3] *Близнецов А. П., Петров М. П., Хоменко А. В.* // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 18. С. 1094—1098.

[4] *Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975.

[5] *Винецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Одулов С. Г., Соскин М. С.* // УФН. Т. 129. № 1. С. 131—137.

[6] *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.

[7] *Яковкин И. Б., Петров Д. В.* Дифракция света на акустических поверхностных волнах. Новосибирск: Наука, 1979.

[8] *Одулов С. Г.* // Квантовая электрон. 1984. Т. 11. № 3. С. 529—536.

Томский институт
автоматизированных систем управления
и радиоэлектроники

Поступило в Редакцию
25 февраля 1988 г.
В окончательной редакции
28 ноября 1988 г.