

01; 10

© 1990 г.

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДВИЖУЩИХСЯ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПУЧКАХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ-ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Н. С. Гинзбург

Получена самосогласованная система усредненных уравнений, описывающая вынужденное коллинеарное рассеяние плоских электромагнитных волн на электронном потоке, образованном движущимися в однородном магнитном поле по винтовым траекториям релятивистскими электронами. Исследовано влияние поперечной вращательной скорости частиц на инкременты рассеянной волны и электронный КПД. Вынужденное ондуляторное излучение рассматривается в работе как частный случай вынужденного рассеяния, соответствующий предельному переходу к волне накачки нулевой частоты.

1. Проблема исследования вынужденного рассеяния волны на релятивистских электронных пучках (РЭП), движущихся в однородном магнитном поле [1-18], в последнее время привлекает большое внимание в связи с разработкой коротковолновых источников электромагнитных колебаний — мазеров и лазеров на свободных электронах [19, 21]. В теоретическом аспекте значительный интерес к этой проблеме обусловлен также большим разнообразием режимов рассеяния при наличии однородного магнитного поля. Для классификации этих режимов существенно состояние, в котором находится электронный пучок в отсутствие рассеянной (сигнальной) волны. Можно выделить случай, когда электроны совершают только вынужденные (баунс) колебания в поле накачки. Такие колебания возбуждаются при адиабатически плавном включении этого поля [8-15]. Другой предельный случай имеет место, когда до входа в область рассеяния в пучке возбуждены собственные (циклотронные) колебания электронов в магнитном поле,¹ т. е. электронный пучок представляет собой ансамбль движущихся по винтовым траекториям электронов-осцилляторов. При этом воздействие полей сигнала и накачки можно рассматривать как малые возмущения, накладывающиеся на винтовое движение электронов. В работах [17, 18] было рассмотрено рассеяние волн на винтовом РЭП в условиях комбинационного циклотронного резонанса

$$(\omega_2 - k_2 v_{\parallel}) \mp (\omega_1 - k_1 v_{\parallel}) = \pm \omega_H, \quad (1)$$

где $\omega_{1, 2}$, $k_{1, 2}$ — частоты и волновые векторы полей накачки и сигнала соответственно; $\omega_H = eH_0/mc\gamma$ — релятивистская гирочастота.

Определенный интерес представляет исследование рассеяния на винтовом РЭП в условиях комбинационного синхронизма черенковского типа

$$\omega_2 - k_2 v_{\parallel} = \omega_1 - k_1 v_{\parallel}. \quad (2)$$

В рамках линейной теории последняя возможность рассмотрена в работах [4-6]. Настоящая работа посвящена нелинейной теории указанных эффек-

¹ Возможна и промежуточная ситуация, когда при резком включении поля накачки в электронном пучке одновременно возбуждаются и вынужденные, и собственные колебания — режим двойного циклотронного резонанса [16].

тов. Вынужденное ондуляторное излучение рассматривается в работе как частный случай вынужденного рассеяния волн, соответствующий переходу к волне накачки нулевой частоты — периодическому магнитостатическому полю. Следует также обратить внимание на определенную аналогию рассматриваемой в работе задачи с исследованной в [22] задачей о взаимодействии винтового электронного пучка с замедленной электромагнитной волной в релятивистских СВЧ приборах черенковского типа.

2. Рассмотрим коллинейрное рассеяние на винтовом РЭП двух циркулярно-поляризованных ТЕМ электромагнитных волн, заданных вектор-потенциалами,

$$A_+ = A_x + iA_y = \sum_{j=1}^2 A_j e^{i(\omega_j t - k_j z)}. \quad (3)$$

В случае ондуляторного излучения $\omega_1 = 0$; $k_1 = 2\pi/d$, d — период ондулятора. Исходные уравнения движения релятивистских электронов в полях (3) в присутствии однородного магнитного поля представим в виде

$$\frac{dp_+}{dt} - i\omega_H p_+ = i \sum_{j=1}^2 \frac{e}{c} A_j e^{i\theta_j}, \quad (4)$$

$$\frac{dE}{dt} = ec \operatorname{Re} \left[\frac{ip_+^*}{E} \sum_{j=1}^2 \omega_j A_j e^{i\theta_j} \right], \quad \frac{dp_z}{dt} = ec \operatorname{Re} \left[\frac{ip_+^*}{E} \sum_{j=1}^2 k_j A_j e^{i\theta_j} \right], \quad (5)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{c^2 p_z}{E} = v_z. \quad (6)$$

Здесь $p_+ = p_x + ip_y$, p_z — компоненты импульса электрона, $\theta_j = \omega_j t - k_j z$, $\Omega_j = \omega_j - k_j v_z$, $E = mc^2 \gamma$ — энергия электрона, z — продольная координата.

Предположим далее, что каждая из парциальных волн далека от циклотронного резонанса с электронами $|(\omega_j - k_j v_z - \omega_H) T| \gg 2\pi$ (T — время взаимодействия электронов с волной), но имеет место комбинационный синхронизм (2). Для получения усредненных уравнений движения частиц в таких условиях представим поперечный импульс электрона как сумму компоненты, связанной с циклотронным вращением, и осцилляций, обусловленных воздействием полей сигнала и накачки,

$$p_+ = p_+ e^{i \int_0^t \omega_H dt} + \sum_{j=1}^2 \bar{p}_j. \quad (7)$$

Остальные величины представим в виде суммы плавно меняющихся и быстроосцилляторных составляющих

$$E = \bar{E} + \sum_{j=1}^2 \bar{E}_j, \quad p_z = \bar{p}_z + \sum_{j=1}^2 \bar{p}_{zj}, \quad z = \bar{z} + \sum_{j=1}^2 \bar{z}_j. \quad (8)$$

Для определения амплитуды \bar{p}_j поперечных осцилляций электрона в полях парциальных волн подставим соотношение (7) в (4) и линеаризуем это уравнение с учетом релятивистской зависимости гирочастоты от энергии электрона. В результате получим

$$\frac{d\bar{p}_j}{dt} - i\omega_H \bar{p}_j + i\omega_H \frac{\beta_1^2}{2} \bar{p}_j + i\omega_H \frac{\beta_1^2}{2} e^{2i \int_0^t \omega_H dt} \bar{p}_j^* = i \frac{e}{c} \omega_j A_j e^{i\theta_j}, \quad (9)$$

где $\beta_1 = |p_1|/mc$.

Уравнение (9), вводя величину $\bar{q}_j = \bar{p}_j e^{2i \int_0^t \omega_H dt}$, можно переписать в эквивалентной форме

$$\frac{d\bar{v}_j}{dt} - i\omega_H \bar{v}_j + i\omega_H \frac{\beta_1^2}{2} \bar{v}_j + i\omega_H \frac{\beta_1^2}{2} \bar{q}_j = i \frac{e}{c} \Omega_j A_j e^{i\theta_j},$$

$$\frac{d\bar{q}_j}{dt} - i\omega_H \bar{q}_j - i\omega_H \frac{\beta_1^2}{2} \bar{q}_j - i\omega_H \frac{\beta_1^2}{2} \bar{v}_j = -i \frac{e}{c} \Omega_j A_j e^{-i\theta_j + 2i \int_0^t \omega_H dt}. \quad (10)$$

Вынужденное решение линейной системы уравнений (10) может быть представлено в виде

$$\bar{p}_j = \frac{e}{c} \frac{\Omega_j (\Omega_j - \omega_H - \omega_H \beta_1^2/2)}{(\Omega_j - \omega_H)^2} A_j e^{i\theta_j} - \frac{e}{c} \frac{\Omega_j \omega_H \beta_1^2/2}{(\Omega_j - \omega_H)^2} A_j^* e^{-i\theta_j + 2i \int_0^t \omega_H dt}. \quad (11)$$

Подставляя соотношение (7) в уравнения (5), для осцилляций энергии и продольного импульса имеем

$$\bar{E}_j = e\beta_1 \operatorname{Re} \left[\frac{\omega_j}{\Omega_j - \omega_H} A_j e^{i \left(\theta_j - \int_0^t \omega_H dt \right)} \right], \quad \bar{p}_{zj} = \frac{k_j}{\omega_j} \bar{E}_j. \quad (12)$$

Линеаризуя правую часть уравнения (6), для осцилляций продольной координаты получим

$$\frac{dz_j}{dt} = c^2 \left(\frac{\bar{p}_{zj}}{E} - \frac{\bar{p}_z \bar{E}_j}{\bar{E}^2} \right) = \frac{c^2}{E} \left(1 - \frac{u_j \bar{v}_z}{c^2} \right) \bar{p}_{zj}, \quad (13)$$

где $u_j = \omega_j/k_j$, $\bar{v}_z = c^2 \bar{p}_z/E$.

Интегрируя (13), имеем

$$\bar{z}_j = -\frac{c^2}{E} \left(1 - \frac{u_j \bar{v}_z}{c^2} \right) e\beta_1 \operatorname{Re} \left[\frac{ik_j}{(\Omega_j - \omega_H)^2} A_j e^{i \left(\theta_j - \int_0^t \omega_H dt \right)} \right]. \quad (14)$$

Подставляя соотношения (7), (8) в (5), для усредненного изменения энергии электрона имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{E}}{dt} = ec \operatorname{Re} \left\langle \left(\frac{\bar{p}_1^*}{E} - \frac{p_1^* e^{-i \int_0^t \omega_H dt} \bar{E}_1}{E^2} \right) i\omega_2 A_2 e^{i\theta_2} + \right. \\ \left. + \frac{p_1^* e^{-i \int_0^t \omega_H dt}}{E} \bar{z}_1 \omega_3 k_2 A_2 e^{i\theta_2} + (1 \rightarrow 2) \right\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\langle \dots \rangle$ означает операцию усреднения.

С учетом выражений для осцилляционных компонент (11), (12), (14), принимая также во внимание, что в соответствии с условиями синхронизма (2) $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$, после усреднения получим

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = \frac{e^2}{E} \operatorname{Re} [i\omega_c g A_2 A_1^* e^{i\theta}], \quad (16)$$

где $\theta = \theta_2 - \theta_1$ — медленная комбинационная фаза, $\omega_c = \omega_2 - \omega_1$,

$$g = \frac{\Omega}{\Omega - \omega_H} - \frac{\beta_1^2 \omega_H \Omega}{2(\Omega - \omega_H)^2} + \frac{\beta_1^2 (c^2 k_1 k_2 - \omega_1 \omega)}{2(\Omega - \omega_H)^2}. \quad (17)$$

Аналогично для усредненного продольного импульса имеем

$$\frac{d\bar{p}_z}{dt} = \frac{e^2}{E} \operatorname{Re} [if A_2 A_1^* e^{i\theta}], \quad (18)$$

где

$$f = \left\{ \left[\frac{\Omega}{\Omega - \omega_H} - \frac{\beta_{\perp}^2 \omega_H \Omega}{2(\Omega - \omega_H)^2} + \frac{\beta_{\perp}^2 (c^2 k_1 k_2 - \omega_1 \omega_2)}{2(\Omega - \omega_H)^2} \right] (k_2 - k_1) + \frac{\omega_H \beta_{\perp}^2 (\omega_1 k_2 - \omega_2 k_1)}{2(\Omega - \omega_H)^2} \right\}.$$

Считая, что амплитуды волн достаточно малы $eA_j/mc^2 \ll 1$, и пренебрегая в уравнении для дрейфовой продольной координаты членами порядка A_j^2 , представим это уравнение в виде

$$\frac{dz}{dt} = c^2 \bar{p}_z \bar{E}. \quad (19)$$

Рассмотрим теперь усредненное изменение в процессе рассеяния амплитуды поперечного импульса, связанного с циклотронным вращением электронов в магнитном поле. Совершая в уравнении (1) замену переменных $p_{\perp} =$

$$= |p_{\perp}| e^{i \left(\int_0^t \omega_H dt + \chi \right)}, \text{ для амплитуды поперечного импульса имеем }^2$$

$$\frac{d|p_{\perp}|}{dt} = \frac{e}{c} \operatorname{Re} \left[i \sum_{j=1}^2 \Omega_j A_j e^{i \left(\theta_j - \int_0^t \omega_H dt - \chi \right)} \right], \quad (20)$$

соответственно

$$\frac{d|\overline{p_{\perp}}|}{dt} = \frac{e}{c} \operatorname{Re} \left\langle i \left(-k_2 \bar{v}_{z1} - i \Omega_2 k_2 \bar{z}_1 \right) A_2 e^{i \left(\theta_2 - \int_0^t \omega_H dt - \chi \right)} + (1 \rightarrow 2) \right\rangle.$$

Принимая во внимание, что $\bar{v}_{zj} = \frac{c^2}{E} (1 - (u_j \bar{v}_z)/c^2) \bar{p}_{zj}$, после усреднения получим

$$\frac{d|\overline{p_{\perp}}|}{dt} = -\frac{e^2 c}{2E} \operatorname{Re} \left[\frac{i \omega_H \beta_{\perp}}{(\Omega - \omega_H)^2} \frac{\bar{v}_z}{c^2} (\omega_1 k_2 - \omega_2 k_1) A_2 A_1 e^{i\theta} \right]. \quad (21)$$

Как нетрудно видеть, с точностью до членов порядка A_j^2 , система усредненных уравнений движения электрона имеет интеграл

$$L^2 = c^2 \bar{p}_z^2 + c^2 |\overline{p_{\perp}}|^2 + \text{const.}$$

Отметим, что выражение в правой части уравнения (18) представляет собой усредненную поперечную силу, действующую на осциллятор в поле двух разночастотных электромагнитных волн в условиях комбинационного синхронизма. Для осциллятора, движущегося в слабонеоднородном одночастотном поле, аналогичные выражения получены в [7, 23].

3. Для получения самосогласованной системы уравнений, описывающих вынужденное рассеяние волн на винтовом РЭП, усредненные уравнения движения (16), (18), (19), (21) дополним уравнениями возбуждения волн. Предполагая электронный пучок однородным в поперечном направлении, для медленно меняющихся амплитуд волн имеем ³ (ср. с [3])

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{gr2} \frac{\partial}{\partial z} \right) A_2 &= i \frac{\omega_p^2}{4\omega_2} \frac{A_1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{g}{\gamma} e^{-i\theta} d\theta_0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{gr1} \frac{\partial}{\partial z} \right) A_1 &= i \frac{\omega_p^2}{4\omega_1} \frac{A_2}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{g}{\gamma} e^{i\theta} d\theta_0, \end{aligned} \quad (22)$$

² Уравнения для фазы циклотронного вращения χ опускаем, поскольку значение этой величины не входит в остальные усредненные уравнения.

³ Ближним кулоновским взаимодействием частиц пренебрегаем, считая, что плотность электронного пучка достаточно мала $\omega_p/\omega_2 \gamma_0 \ll C$. При выполнении противоположного условия обусловленное продольной группировкой электронов поле высокочастотного пространственного заряда может быть найдено методом, аналогичным [3].

где $v_{гр}$ — групповая скорость волн, $\Delta_p = \sqrt{4\pi e^2 N_0} / m$ — плазменная частота, N_0 — невозмущенная плотность электронного пучка. Как нетрудно видеть, уравнения (16)–(18), (22) удовлетворяют законам сохранения энергии и чисел квантов волн, участвующих в процессе рассеяния.

Рассмотрим далее подробней случай относительно малых изменений энергий электронов ($|w| \ll 1$), когда усредненные уравнения движения сводятся к форме уравнений движения физического маятника. Предположим также амплитуду поля накачки заданной $A_1 = \text{const}$ и ограничимся анализом стационарной задачи ($\partial/\partial t = 0$). В результате после перехода к безразмерным обозначениям приведем самосогласованную систему уравнений к виду

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dZ} &= -\text{Re} [i g_0 \alpha_2 \alpha_1^* e^{i\theta}], \\ \frac{d\theta}{dZ} &= \Delta + \mu w, \\ \frac{d\alpha_2}{dZ} &= G \alpha_1 g_0 \frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0. \end{aligned} \quad (23)$$

$$w|_{z=0} = 0, \quad \theta|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \alpha_2|_{z=0} = \alpha_{20},$$

где $Z = \omega_c z / c$, $w = 1 - \bar{E}/E_0$, $\alpha_j = e A_j / m c^2 \gamma_0 \sqrt{\beta_{z0}^2}$, $G = (c \omega_p^2) / (4 \omega_c \omega_2 v_{гр} 2 \gamma_0)$, $\Delta = 1/\beta_{z0} - ((k_2 - k_1) c / \omega_c)$ — начальная расстройка синхронизма, $\beta_{z0} = v_{z0} / c$,

$$\mu = \frac{1}{\beta_{z0}} \left[\frac{\gamma_0^{-2} + \beta_{z0}^2}{\beta_{z0}^2} + \frac{\omega_p \beta_{z0}^2 c (\omega_1 k_2 - \omega_2 k_1)}{2 \omega_c \left[\Omega (\Omega - \omega_p - \frac{\omega_p \beta_{z0}^2}{2}) \right] + \frac{\beta_{z0}^2}{2} (c^2 k_1 k_2 - \omega_1 \omega_2)} \right] \quad (24)$$

— параметр инерционной группировки электронов.

Заменой переменных

$$\zeta = ZC, \quad u = \mu w / C, \quad a = \mu g_0 \alpha_2 \alpha_1 C^{-2}, \quad \delta = \Delta / C,$$

где $C = (\mu |\alpha_{10}|^2 g_0^2 G)^{1/2}$ — параметр ускорения.

Система уравнений (23) сводится к стандартному виду, совпадающему с уравнениями [24], описывающими ЛБВ в приближении малого параметра Пирса,

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\zeta} &= -\text{Re} [i a e^{i\theta}], \quad \frac{d\theta}{d\zeta} = \delta + u, \\ \frac{da}{d\zeta} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} a \delta \theta_0. \end{aligned} \quad (25)$$

В режиме малого сигнала $a \rightarrow 0$, линеаризуя систему уравнений (25) и представляя решение в виде $e^{-i\Gamma \zeta}$, приходим к дисперсионному уравнению

$$\Gamma^2 (\Gamma + \delta) = -1. \quad (26)$$

Согласно (26), максимум инкремента $\text{Im} \Gamma_{\text{max}} = \sqrt{3}/2$ достигается при $\delta = 0$. В размерных обозначениях инкремент равен

$$\text{Im} \Gamma = \frac{\omega_c}{c} \frac{\sqrt{3}}{2} (\mu |\alpha_{10}|^2 g_0^2 G)^{1/2}. \quad (27)$$

Электронный КПД определяется соотношениями

$$\eta = \frac{1}{1 - \gamma_0^{-1}} \frac{C}{\mu} \hat{\eta}, \quad \hat{\eta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \eta d\theta_0. \quad (28)$$

Максимум приведенного КПД $\hat{\eta}_{\text{max}} = 2.56$ достигается при $\delta_{\text{opt}} = -1.78$ [24]. При $\beta_{z0} = 0$ выражения (17), (24), (27) переходят в известные результаты ра-

бот [3, 4]. Отметим, что отличие процессов рассеяния на винтовом пучке ($\beta_{10} \neq 0$) от рассеяния на прямолинейном пучке ($\beta_{10} = 0$) обусловлено не только изменением величины коэффициента связи электронов с волной (параметра g), но и изменением величины параметра группировки. Как нетрудно видеть, величина инкремента усиления возрастает с увеличением параметра μ , в то время как КПД убывает с ростом μ . Поэтому вариация параметра μ , достигаемая изменением величины вращательной скорости или напряженности продольного магнитного поля, позволяет управлять параметрами ЛСЭ, в частности совместить высокий КПД с высоким значением инкремента [25].

Отметим в заключение, что в условиях комбинационного синхронизма (2) вклад во взаимодействие вносит лишь первое слагаемое в правой части выражения (14) для поперечных осцилляций электронов. В то же время наличие второго слагаемого обуславливает возможность рассеяния на винтовом РЭП в условиях синхронизма

$$(\omega_2 - k_2 v_{\parallel}) + (\omega_1 - k_1 v_{\parallel}) = 2\omega_H \quad (29)$$

для циркулярно-поляризованных волн с одинаковым направлением вращения и

$$(\omega_2 - k_2 v_{\parallel}) - (\omega_1 - k_1 v_{\parallel}) = 2\omega_H \quad (30)$$

для волн с отличающимися направлениями вращения. Подробный анализ этих режимов рассеяния требует специального рассмотрения.

Список литературы

- [1] Sprangle P., Granatstein V. L. // Phys. Rev. A. 1975. Vol. 12. N 4. P. 1697—1701.
- [2] Мирошниченко В. И. // Письма в ЖТФ. 1975. Т. 1. Вып. 23. С. 1057—1060.
- [3] Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сморгонский А. В. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. Вып. 1. С. 217.
- [4] Мирошниченко В. И. // Физика плазмы. 1980. Т. 6. № 3. С. 581—586.
- [5] Мирошниченко В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 23. № 3. С. 353—362.
- [6] Белов С. Н., Карбушев Н. И., Рухадзе А. А. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 9. С. 1741—1747.
- [7] Волков А. Е., Мирошниченко В. И., Файнберг Я. В. // ДАН СССР. 1987. Т. 297. № 6. С. 1355—1359.
- [8] Кондратенко А. М., Салдин Е. Л. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 8. С. 1633.
- [9] Bernstein I. B., Friedland L. // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 23. N 2. P. 816—823.
- [10] Freund H. P., Sprangle P., Dillenberg D. et al. // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 24. N 4. P. 1965—1979.
- [11] Friedland L., Fruchtman A. // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 25. N 5. P. 2693—2706.
- [12] Freund H. P. // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 27. N 4. P. 1977—1988.
- [13] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1709—1716.
- [14] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 11. С. 1371—1378.
- [15] Гинзбург Н. С., Песков Н. Ю. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 5. С. 859—864.
- [16] Гинзбург Н. С., Кубарев В. А., Черепенин В. А. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 4. С. 824—829. Там же. 1986. Т. 55. Вып. 1. С. 53—59.
- [17] Ginzburg N. S., Tokman M. D. // Opt. Comm. 1982. Vol. 43. N 2. P. 137—140.
- [18] Гинзбург Н. С., Сергеев А. С., Токман М. Д. Препринт ИПФ АН СССР. № 180. Горький, 1987.
- [19] Birkett D. S., Marshall T. C., Schlessinger S. P. et al. // IEEE J. Quant. Electr. 1981. Vol. 17. N 8. P. 1348—1354.
- [20] Jackson R. H., Gold S. H., Parker R. K. et al. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. 19. N 3. P. 346—357.
- [21] Ботвинник И. Е., Братман В. Л., Волков А. Б. и др. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 3. Вып. 10. С. 418—420.
- [22] Ковалев Н. Ф. // РИЭ. 1983. Т. 28. № 6. С. 1140—1147.
- [23] Милантеев В. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 4. С. 582—589.
- [24] Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.
- [25] Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сергеев А. С. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 11. С. 685—696.