

Магнитные поляритоны на границе сверхпроводника и ферромагнетика

© Д.Г. Санников, С.В. Жирнов, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет,
Ульяновск, Россия

E-mail: sementsovdi@mail.ru

(Поступила в Редакцию 26 ноября 2008 г.)

Рассмотрено распространение поверхностных электромагнитных волн на границе высокотемпературного сверхпроводника и ферромагнетика. Получены дисперсионные соотношения для собственных поверхностных ТЕ- и ТМ-волн в случае различных ориентаций кристаллографических осей анизотропного сверхпроводника по отношению к направлению волнового вектора поверхностной волны. Выявлены невязанный характер распространения ТЕ-поляритонов, а также существенная зависимость дисперсионных характеристик и глубины проникновения от внешнего магнитного поля.

PACS: 73.20.Mf, 74.72.Bk

1. Введение

Свойства поверхностных поляритонов (ПП), распространяющихся вдоль границы раздела различных сред, во многом определяются материальными параметрами и состоянием граничащих сред. Именно поэтому ПП на протяжении многих лет являются объектом теоретических и экспериментальных исследований [1–3]. Большая часть работ по исследованию ПП на границе магнетиков и композитных материалов на их основе посвящена поверхностным магнитостатическим волнам, представляющим большой интерес для спин-волновой электроники [4–6]. Особо следует отметить работы, в которых изучаются поверхностные волны на границе сверхпроводника и ферромагнетика (ФМ) [7–9]. Их свойства могут быть использованы для создания принципиально новых радиотехнических устройств с широким динамическим диапазоном. Так, в работе [8] показана возможность комбинированного электрического и магнитного управления распространением поверхностных магнитостатических волн на границе высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) и железо-иттриевого граната. Применение пленок ВТСП в модуляторах наряду с криогенным термостатированием снижает диссипативные и СВЧ-потери и тем самым повышает стабильность характеристик указанных устройств.

Известно [10,11], что многие ВТСП имеют сильно анизотропную (слоистую) кристаллическую структуру, в силу чего их электронные и оптические свойства оказываются анизотропными. Это обстоятельство приводит, в частности, к анизотропии глубины проникновения магнитного поля, которую следует учитывать при моделировании диэлектрической проницаемости сверхпроводника [12,13]. Для этих целей, как правило, используется модель двухкомпонентной плазмы, согласно которой при температуре ниже критической электронная подсистема может быть представлена как совокупность „нормальных“ (испытывающих столкновения) и „сверхпроводящих“ (движущихся без столкновений) электр-

нов, имеющих различную температурную зависимость концентрации [14,15]. В купратных соединениях типа $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ эффективная масса свободных носителей заряда m_c^* вдоль соответствующего кристаллографического направления c значительно больше эффективных масс m_a^* и m_b^* в параллельных слоях направлениях a и b , что обусловлено различием механизмов переноса носителей зарядов вдоль проводящих плоскостей Cu–O и между ними. В свою очередь эффективная масса определяет плазменную частоту ВТСП, которая является также анизотропной

$$\omega_{0\alpha} = \sqrt{4\pi n e^2 / m_\alpha^*}, \quad (\alpha = a, b, c), \quad (1)$$

где e — заряд электрона, $n = n_n + n_s$ — полная концентрация носителей, $n_n = n\theta^4$ и $n_s = n(1 - \theta^4)$ — концентрации „нормальных“ и „сверхпроводящих“ электронов, $\theta = T/T_c$ — температура, нормированная на критическую температуру фазового перехода.

Близость плазменной частоты $\omega_{0\alpha}$ к резонансной частоте магнитной проницаемости позволяет предположить возможность распространения на границе ФМ и сильно анизотропного ВТСП поверхностных волн поляритонного типа, характеристики которых существенно зависят как от ориентации, так и от величины внешнего магнитного поля. В настоящей работе исследуются дисперсионные особенности для ПП ТЕ- и ТМ-типа, локализованных на границе указанных сред, и анализируются зависимости основных характеристик рассматриваемых волн от управляющего внешнего магнитного поля.

2. Геометрия задачи и материальные параметры структуры

Рассмотрим распространение поверхностной волны вдоль плоской границы раздела ВТСП и ФМ. Направим ось z перпендикулярно границе раздела сред, а ось x — вдоль направления распространения волны.

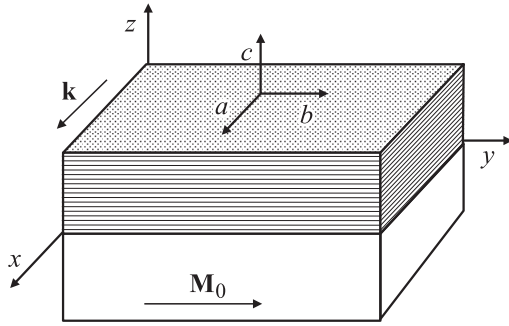


Рис. 1. Геометрия структуры.

Будем считать, что область $z > 0$ занимает ВТСП, а в области $z < 0$ находится ФМ. Диэлектрическая проницаемость анизотропного ВТСП является тензорной величиной. В главных осях эта величина представляется диагональным тензором, компоненты которого следующим образом зависят от частоты ω и нормированной температуры θ [15,16]:

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{0\alpha} - \frac{\omega_{0\alpha}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{iv_{\alpha}\theta^4}{\omega - iv_{\alpha}} \right), \quad (2)$$

где $\alpha = x, y, z$ (или соответствующие этим осям кристаллографические направления a, b, c), $\varepsilon_{0\alpha}$ — решеточная часть диэлектрической проницаемости сверхпроводника, v_{α} — частота столкновений „нормальных“ электронов. Магнитную проницаемость ВТСП μ_1 будем считать скалярной величиной.

Будем полагать, что в исследуемом диапазоне частот диэлектрическая проницаемость ФМ среды ε_2 является скалярной величиной, а магнитная проницаемость имеет тензорный вид

$$\vec{\mu}_2 = \begin{pmatrix} \mu & 0 & i\mu_{\alpha} \\ 0 & 1 & 0 \\ -i\mu_{\alpha} & 0 & \mu \end{pmatrix} \quad (3)$$

причем компоненты μ и μ_{α} являются частотно-зависимыми [4]

$$\mu(\omega) = \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad \mu_{\alpha}(\omega) = \frac{\omega\omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}. \quad (4)$$

Здесь введены обозначения $\omega_H = \gamma H_0$ и $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$, $\gamma = 1.76 \cdot 10^7 (\text{s} \cdot \text{Oe})^{-1}$ — гиромагнитное отношение, H_0 — внешнее магнитное поле, ориентированное вдоль оси y , M_0 — намагниченность насыщения. Вид тензора $\vec{\mu}_2$ предполагает насыщенное состояние магнитной среды и ориентацию намагниченности вдоль подмагничивающего поля H_0 , т.е. вдоль оси y .

3. Дисперсионные уравнения для поверхностных волн

Выберем ориентацию кристаллографических осей ВТСП таким образом, чтобы они совпадали с координатными осями. При этом возможны три варианта структу-

ры, один из которых представлен на рис. 1 и отвечает случаю параллельности осей a и x , b и y , c и z . Будем считать, что поверхностные волны распространяются перпендикулярно вектору намагниченности и их поля однородны вдоль оси y . В этом случае собственными волнами для данной структуры являются ТЕ- и ТМ-волны. Запишем уравнения, связывающие компоненты поля для ТЕ-волны (H_x, E_y, H_z) в сверхпроводнике ($z > 0$),

$$\begin{aligned} \partial_x H_{1z} - \partial_z H_{1x} &= ik_0 \varepsilon_y E_{1y}, \\ -\partial_z E_{1y} &= ik_0 \mu_1 H_{1x}, \\ \partial_x E_{1y} &= ik_0 \mu_1 H_{1z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $k_0 = \omega/c$ — волновое число, а c — скорость света в вакууме, а символ ∂_{α} обозначает соответствующую частную производную. Волновое уравнение для тангенциальных компонент поля собственных волн имеет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon_y \mu_1 \right) \begin{pmatrix} H_{1x} \\ E_{1y} \end{pmatrix} = 0. \quad (6)$$

С учетом гармонической зависимости полей от времени его решение может быть представлено в виде следующей поверхностной волны:

$$\begin{pmatrix} H_{1x} \\ E_{1y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{1x}^0 \\ E_{1y}^0 \end{pmatrix} \exp(-q_1 z) \exp[i(\omega t - kx)], \quad (7)$$

где k и q_1 — продольная и поперечная компоненты волнового вектора (константа распространения и параметр локализации соответственно), которые связаны между собой уравнением

$$q_1^2 = k^2 - k_0^2 \varepsilon_y \mu_1. \quad (8)$$

В ферромагнитной среде ($z < 0$) уравнения для ТЕ-волны, связывающие компоненты электрического и магнитного полей, имеют вид

$$\begin{aligned} \partial_x H_{2z} - \partial_z H_{2x} &= ik_0 \varepsilon_2 E_{2y}, \\ -\partial_z E_{2y} &= ik_0 (\mu H_{2x} + i\mu_{\alpha} H_{2z}), \\ \partial_x E_{2y} &= ik_0 (-i\mu_{\alpha} H_{2x} + \mu H_{2z}). \end{aligned} \quad (9)$$

Система уравнений (9) приводит к волновому уравнению

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \mu_{\perp} \varepsilon_2 \right) \begin{pmatrix} H_{2x} \\ E_{2y} \end{pmatrix} = 0, \quad (10)$$

где $\mu_{\perp} = \mu - \mu_{\alpha}^2/\mu$ — эффективная магнитная проницаемость среды. Решения уравнения (10) запишем следующим образом:

$$\begin{pmatrix} H_{2x} \\ E_{2y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{2x}^0 \\ E_{2y}^0 \end{pmatrix} \exp(q_2 z) \exp[-i(\omega t - kx)], \quad (11)$$

где q_2 — параметр локализации волны в ФТ, который определяется выражением

$$q_2^2 = k^2 - k_0^2 \mu_{\perp} \varepsilon_2. \quad (12)$$

Условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе раздела сред ($z = 0$) имеют вид

$$E_{1y} - E_{2y} = 0, \quad H_{1x} - H_{2x} = 0. \quad (13)$$

Используя связь между тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей, определяемую уравнениями (5) и (9),

$$H_{1x} = \frac{iq_1}{k_0\mu_1} E_{1y}, \quad H_{2x} = \frac{i}{k_0\mu_{\perp}} \left(-\frac{\mu_a k}{\mu} + q_2 \right) E_{2y}, \quad (14)$$

получаем на основе (13) следующее дисперсионное уравнение для поверхностных ТЕ-волн:

$$\sqrt{k^2 - k_0^2 \epsilon_2 \mu_{\perp}} - \frac{\mu_a k}{\mu} + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_1} \sqrt{k^2 - k_0^2 \epsilon_y \mu_1} = 0. \quad (15)$$

Из полученного уравнения следует, что дисперсионные свойства рассматриваемых ПП существенно зависят от величины внешнего магнитного поля. Наличие в уравнении (15) линейного по k члена, появляющегося вследствие гиротропии ФМ, свидетельствует о невязном характере распространения ТЕ-поляритонов в рассматриваемой структуре. Отметим, что в случае $\epsilon_y = 1$ и $\mu_1 = 1$ уравнение (15) переходит в известное дисперсионное соотношение для поверхностной ТЕ-волны на границе раздела ферромагнетик–вакуум [5].

Аналогичным образом можно получить дисперсионное уравнение для поверхностных ТМ-волн в рассматриваемой структуре

$$\frac{1}{\epsilon_x} \sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} (k^2 - k_0^2 \epsilon_z)} + \frac{\sqrt{k^2 - k_0^2 \epsilon_2}}{\epsilon_2} = 0. \quad (16)$$

Из этого уравнения следует, что поверхностные волны указанной поляризации в отличие от ТЕ-волн не обладают свойством невязности. Очевидно, что уравнение (16) может иметь решения лишь в тех случаях, когда диэлектрические проницаемости контактирующих сред противоположны по знаку. При этом параметры локализации ТМ-волн в ВТСП и ФМ определяются соотношениями

$$q_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} (k^2 - k_0^2 \epsilon_z)}, \quad q_2 = \sqrt{k^2 - k_0^2 \epsilon_2}. \quad (17)$$

4. Численный анализ и обсуждение результатов

Численный анализ полученных дисперсионных уравнений проведем в предположении об отсутствии диссипативных потерь в обеих средах, что для сверхпроводника возможно в случае $T \ll T_c$, когда можно пренебречь вкладом „нормальных“ электронов в диэлектрическую проницаемость сверхпроводника. В качестве ФМ выберем железо-иттриевый гранат $Y_2Fe_5O_{12}$ с параметрами $M_0 = 140$ Г, $\epsilon_2 = 14.0$, обладающий наименьшими магнитными потерями из всех известных в настоящее время магнитных материалов [4]

и одновременно не проявляющий сверхпроводящих свойств в рассматриваемой области температур. Далее будем полагать, что для ВТСП типа $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ магнитная проницаемость в исследуемой частотной области $\mu_1 = 1$, а приложенное внешнее магнитное поле H_0 не разрушает сверхпроводящего состояния ВТСП. Ориентация кристаллографических осей ВТСП выбрана так, что входящие в уравнения (15) и (16) компоненты тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_x = \epsilon_a$, $\epsilon_y = \epsilon_b$ и $\epsilon_z = \epsilon_c$. При этом выбраны следующие значения параметров: $\epsilon_{0a} = \epsilon_{0b} = 4.6$, $\epsilon_{0c} = 11.0$.

На рис. 2 представлены дисперсионные зависимости для поверхностных волн ТЕ-поляризации, полученные для значения подмагничивающего поля $H_0 = 300$ Ое и различных значений плазменной частоты в сверхпроводнике ω_{0b} (кривые 1–6). Из приведенных кривых следует, что область существования поверхностных прямой ($k > 0$) и обратной ($k < 0$) волн ограничивается условиями локализации $k^2 - k_0^2 \epsilon_2 \mu_{\perp} = 0$ (кривая 7 с минимумом в точке $\omega_H + \omega_M$) и $k^2 - k_0^2 \epsilon_{0b} = 0$ (кривые 8 и 9, отвечающие значениям $\omega_{0b} = 0.1 \cdot 10^{10}$ и $2.5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$). В случае $k > 0$ предельными являются минимальная частота $\omega_f = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}$ и частота Деймона–Эшбаха $\omega_{DE} = \omega_H + \omega_M/2$, к которой с ростом k стремятся дисперсионные зависимости (кривые 1–6). В случае малых значений частоты ω_{0b} (кривые 1, 2) имеет место отсечка на частоте ω_f . С увеличением частоты ω_{0b} ситуация качественно меняется. В частности, исчезает отсечка, а при $\omega_{0b} \geq 7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ вид дисперсионных зависимостей (кривые 4–6) указывает на наличие об-

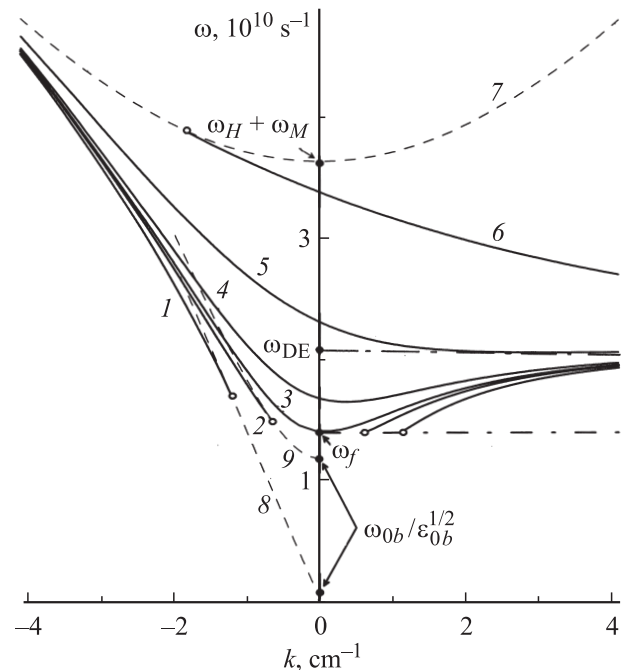


Рис. 2. Дисперсионные зависимости для поверхностных ТЕ-волн. $H_0 = 300$ Ое, $M_0 = 140$ Г, $\epsilon_2 = 14.0$, $\epsilon_{0b} = 4.6$. $\omega_{0b}, 10^{10} \text{ с}^{-1}$: 1 — 0.1, 2 — 2.5, 3 — 3, 4 — 4, 5 — 7.5, 6 — 30. Кривые 7–9 обсуждаются в тексте.

ласти с аномальным характером дисперсии для прямых волн, которые в этом случае обладают отрицательной групповой скоростью.

На рис. 3 представлены дисперсионные зависимости для поверхностных ТМ-волн, полученные для значений плазменных частот $\omega_{0c} = (4, 7.5, 30) \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$ (кривые 1–3) и $\omega_{0c} = 0.3\omega_{0a}$. Как следует из приведенных кривых, значения резонансных частот ω_{0a} и ω_{0c} определяют частотный диапазон существования поверхностных волн, который расширяется с увеличением указанных частот. Дисперсионные зависимости нелинейны и, как показывает анализ, в случае $k \rightarrow \infty$ асимптотически стремятся к частоте

$$\omega_m = \left\{ \frac{\sqrt{(\omega_{0a}^2 \varepsilon_{0c} - \omega_{0c}^2 \varepsilon_{0a})^2 + 4\omega_{0a}^2 \omega_{0c}^2 \varepsilon_2^2} - (\omega_{0a}^2 \varepsilon_{0c} + \omega_{0c}^2 \varepsilon_{0a})}{2(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_{0a} \varepsilon_{0c})} \right\}^{1/2}. \quad (18)$$

Поскольку поверхностная ТМ-волна не является магнитоуправляемой, следующие графики иллюстрируют свойства ТЕ-волн.

На рис. 4 представлены зависимости волнового числа поверхностной ТЕ-волны от внешнего магнитного поля H_0 , полученные на частоте $\omega = 3 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$ для значений параметров $\omega_{0b} = (0.5, 0.8, 3, 10) \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ (кривые 1–4). Из приведенных кривых видно, что характер зависимостей $k(H_0)$ существенно нелинейен. При значениях подмагничивающего поля $H_0 < H_{DE} = \omega/\gamma - 2\pi M_0$ в структуре могут распространяться как прямые (кривые 3, 4), так и обратные (кривые 1, 2)

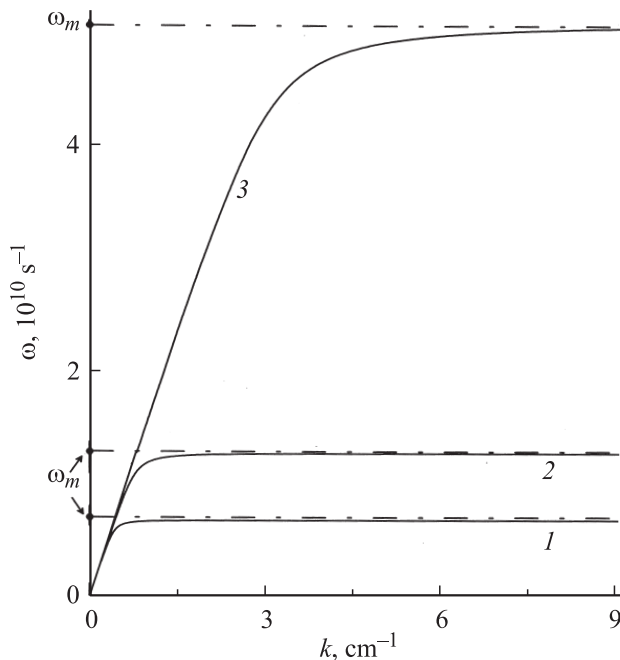


Рис. 3. Дисперсионные зависимости для поверхностных ТМ-волн, $\varepsilon_{0a} = 4.6$, $\varepsilon_{0c} = 11.0$, ω_{0c} , 10^{10} s^{-1} : 1 — 4, 2 — 7.5, 3 — 30. $\omega_{0c} = 0.3\omega_{0a}$.

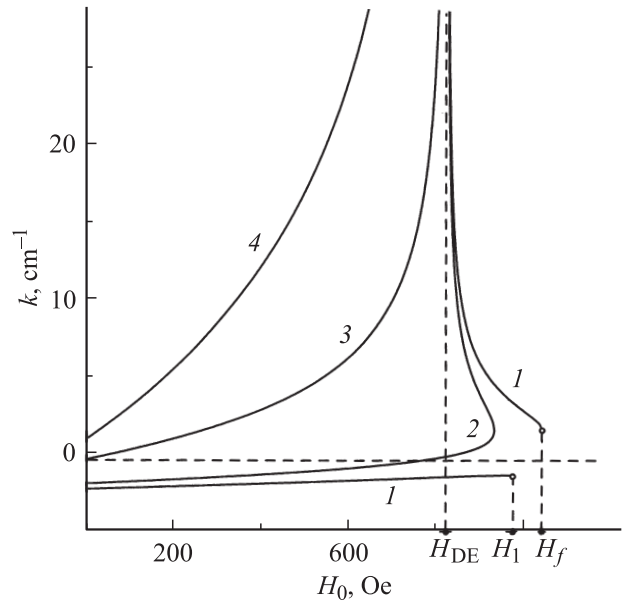


Рис. 4. Зависимости волнового числа поверхностной ТЕ-волны от внешнего магнитного поля. $\varepsilon_{0b} = 4.6$, $M_0 = 140 \text{ G}$, $\varepsilon_2 = 14.0$, $\omega = 3 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$. ω_{0b} , 10^{11} s^{-1} : 1 — 0.5, 2 — 0.8, 3 — 3, 4 — 10.

поверхностные волны. Для прямых волн вблизи поля H_{DE} наблюдается асимптотический рост волновых чисел. Волновые числа обратных волн слабо зависят от величины подмагничивающего поля. При малых значениях частоты ω_{0b} возникает состояние бистабильности, при котором в структуре могут распространяться одновременно две волны с разными фазовыми скоростями. Интересно отметить, что при определенных условиях это может быть пара прямых волн либо прямая и обратная волны (кривые 1). При малых значениях частоты ω_{0b} в интервале полей

$$H_1 < H_0 \leq H_f = -2\pi M_0 + \sqrt{4\pi M_0^2 + (\omega/\gamma)^2}$$

бистабильное состояние поверхностной волны исчезает (кривые 1). Поле H_f является решением уравнения $\omega = \omega_f(H_0)$, а поле H_1 является следствием условия $q_1 = 0$ и определяется соотношением

$$H_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2 M_0^2 \varepsilon_2^2 \omega^4}{[\omega^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_{0y}) + \omega_{0y}^2]^2} + \left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2} - \frac{2\pi M_0 \varepsilon_2 \omega^2}{\omega^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_{0y}) + \omega_{0y}^2}. \quad (19)$$

Соответствующие значения полученных чисел даются выражениями

$$k(H_1) = -k_0 \left\{ \varepsilon_2 \left[1 + \frac{4\pi M_0 H_0}{H_1^2 - (\omega/\gamma)^2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (20)$$

$$k(H_f) = k_0 |\mu_a(H_f)| \sqrt{\frac{\varepsilon_y(H_f)}{\mu_2^2(H_f) - 1}}. \quad (21)$$

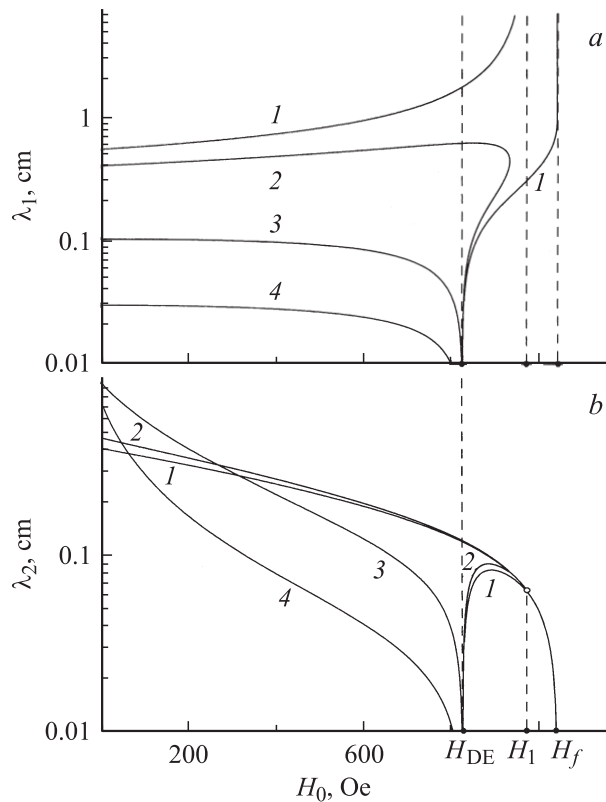


Рис. 5. Полевые зависимости глубин проникновения $\lambda_i = q_i^{-1}$ для поверхностных ТЕ-поляритонов в ВТСП ($i = 1$) (а) и в ФМ ($i = 2$) (б).

На рис. 5 приведены полевые зависимости глубин проникновения $\lambda_i = q_i^{-1}$ для поверхностных ТЕ-поляритонов в ВТСП ($i = 1$) и в ФМ ($i = 2$), построенные для тех же значений параметров, что и на рис. 4. Видно, что увеличение подмагничивающего поля H_0 вплоть до значения поля H_{DE} не оказывает существенного влияния на глубины проникновения волн в ВТСП, причем при больших значениях частоты ω_{0b} ПП (кривые 3, 4) проникают в ВТСП на меньшую глубину, чем поверхностные волны с малыми значениями ω_{0b} (кривые 1, 2). В ФМ глубина проникновения поверхностных поляритонов на участке $(0, H_{DE})$ непрерывно уменьшается. При напряженности поля, близкой к значению H_{DE} , прямые волны практически не проникают в глубь ВТСП и ФМ, что связано (как видно из рис. 4) с неограниченным возрастанием волнового числа k . Обратные ПП при $H_0 = H_{DE}$ проникают в обе среды на значительную глубину. В диапазоне магнитных полей, отвечающем области бистабильности, глубины проникновения волн с малыми значениями ω_{0b} меняются наиболее динамично. Отметим, что в точках H_1 и H_f глубина проникновения поверхностных волн в ВТСП становится бесконечной, тогда как при H_1 глубина проникновения конечна, поскольку поперечная компонента волнового вектора q_2 отлична от нуля, а при H_f поверхностная волна вообще не проникает в ФМ.

Аналогичные результаты получаются для двух других случаев ориентации кристаллографических осей. Более того, случай $a \parallel z$, $b \parallel x$, $c \parallel y$ при распространении волн вдоль оси x (т.е. вдоль плоскостей CuO в сверхпроводнике) фактически не отличается от рассмотренного. Количественное различие возникает в случае $a \parallel y$, $b \parallel z$, $c \parallel x$, когда волна в сверхпроводнике распространяется перпендикулярно слоям CuO. Проведенный анализ указывает на возможность гибкого управления дисперсионными характеристиками ПП за счет изменения магнитного поля и может быть полезен при создании управляемых магнитным полем устройств — фильтров, генераторов с перестройкой частоты и линий задержки. С точки зрения управления представляет также интерес анализ особенностей распространения ПП в структуре в случае произвольной ориентации подмагничивающего поля, что требует отдельного рассмотрения.

Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 425 с.
- [2] Поверхностные поляритоны / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Миллса. Наука, М. (1985). С. 70.
- [3] Н.Л. Дмитрук, В.Г. Литовченко, В.Л. Стрижевский. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. Наук. думка, Киев (1989). 375 с.
- [4] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Физматлит, М. (1994). 464 с.
- [5] М.И. Каганов, Н.Б. Пустыльник, Т.И. Шалаева. УФН **167**, 191 (1997).
- [6] Ю.И. Беспятных, А.С. Бугаев, И.Е. Дикштейн. ФТТ **43**, 2043 (2001).
- [7] А.В. Вашковский, В.И. Зубков, Э.Г. Локк. ФТТ **39**, 2195 (1997).
- [8] С.Ф. Карманенко, А.А. Семенов. Письма в ЖТФ **26**, 12 (2000).
- [9] А.А. Семенов, С.Ф. Карманенко, А.А. Мелков, А.В. Бобль, Р.А. Сурис, Ю.М. Гальперин, Т.Х. Иохансен. ЖТФ **71**, 10, 13 (2001).
- [10] В.В. Штыков. РЭ **42**, 1276 (1997).
- [11] Ю.М. Гуфан, И.Г. Левченко, Е.Г. Рудашевский. ФТТ **41**, 1552 (1999).
- [12] I. Kaelin, Ch. Helm, G. Blatter. Phys. Rev. B **68**, 12 302 (2003).
- [13] Ch. Helm, L.N. Bulaevskii. Phys. Rev. B **66**, 094 514 (2002).
- [14] В.В. Шмидт. Введение в физику сверхпроводников. МЦНМО, М. (2000). 397 с.
- [15] Н.А. Грачева, Д.И. Семенов. Опт. и спектр. **97**, 658 (2004).
- [16] С.В. Жирнов, Д.И. Семенов. ФТТ **49**, 773 (2007).