

07; 08

© 1990 г.

ОПТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН
НА ФОТОРЕФРАКТИВНОЙ РЕШЕТКЕ
ПРИ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ОСВЕЩЕНИИ

В. Н. Деев, П. А. Пятаков

Проведен теоретический анализ возбуждения акустических волн в фоторефрактивном кристалле при действии пульсирующего освещения на фотоиндуцированную зарядовую решетку, учитывающий процесс релаксации решетки под действием засветки.

В работах [1-4] экспериментально и теоретически показано, что запись и стирание фотоиндуцированной зарядовой структуры в пьезоэлектрике сопровождается генерацией акустических волн. В работе [5] анализировалась генерация акустических волн при действии пространственно однородной пульсирующей засветки на записанную зарядовую решетку. В ней установлено, что наиболее эффективно процесс генерации акустической волны происходит, когда частота пульсирующей засветки совпадает с частотой акустической волны, определяемой отношением пространственного периода фотоиндуцированной решетки к скорости акустической волны. Однако при анализе, проведенном в [5], не учитывалась релаксация фотоиндуцированной решетки под действием засветки, хотя именно процесс релаксации (стирания), неизбежный при освещении, является основным фактором, ограничивающим рост амплитуды акустической волны.

Цель настоящей работы — дать теоретический анализ процесса генерации акустической волны при воздействии пульсирующей синусоидальной засветки на записанную зарядовую решетку с учетом ее релаксации.

Предположим, что в высокоомном пьезоэлектрике, обладающем фотопроводимостью (кристаллы типа LiNbO_3 , $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ и т. д.), сформирована решетка пространственного заряда. Решетка пространственного заряда сопровождается электрическим полем

$$E(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n e^{inkx}, \quad (1)$$

где k — пространственная частота, E_n — амплитуда пространственной гармоники.

Начиная с некоторого момента времени решетка пространственного заряда освещается. Пространственное распределение интенсивности света является однородным, а во времени интенсивность света изменяется по гармоническому закону, т. е.

$$I(t) = I_0 \Theta(t) [1 + m \cos \Omega t], \quad (2)$$

где I_0 — постоянная составляющая интенсивности, Ω — частота модуляции, m — индекс амплитудной модуляции, $\Theta(t)$ — единичная функция Хэвисайда.

Под действием света происходит генерация фотоэлектронов. В процессе диффузионно-дрейфовой перестройки фотоэлектронов в результате действия механизма токовой нелинейности в среде возникает переменная во времени

и пространстве составляющая электрического поля. Действуя через пьезоэффект, эта составляющая электрического поля возбуждает акустическую волну.

Основу для анализа процесса генерации акустических волн составляют система уравнений теории упругости с учетом пьезоэффекта, уравнение Пуассона, уравнения непрерывности для тока, соотношения, связывающие плотность тока с концентрацией фотоэлектронов и напряженностью электрического поля, и темп генерации электронов с интенсивностью света.

Анализ процесса возбуждения акустической волны распадается на решение двух независимых задач [3]: задачи о временной эволюции электрического поля фотоиндуцированной решетки и задачи о генерации акустической волны электрическим полем.

В соответствии с результатами работы [3] в установившемся режиме для амплитуд S^\mp первых гармоник волн деформаций

$$s^\mp(x, t) = S^\mp \exp\{i(kx \pm \omega t)\},$$

распространяющихся против и по направлению внешнего поля соответственно, имеем

$$S^\mp = \pm i \frac{\omega}{2} d \Delta \mathcal{E}(\pm i\omega), \quad (3)$$

где d — эффективная пьезоконстанта; ω — круговая частота акустической волны, связанная с пространственной частотой k записанной решетки и скоростью V акустической волны соотношением $\omega = kV$; $\Delta \mathcal{E}(\pm i\omega) = \Delta \mathcal{E}(p)|_{p=\pm i\omega}$ — изображение Лапласа скачка (изменения) амплитуды электрического поля решетки при освещении.

Таким образом, анализ процесса генерации акустической волны сводится к решению задачи об эволюции электрического поля решетки пространственного заряда при действии пространственно однородной пульсирующей засветки.

Будем считать, что темновая проводимость отсутствует, рекомбинация фотоэлектронов является линейной, темп генерации электронов проводимости пропорционален интенсивности света. Система уравнений, описывающая эволюцию решетки пространственного заряда, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(n + \frac{\varepsilon}{q} \frac{\partial E}{\partial t} \right) = g(t, x) - \frac{n}{\tau_R}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{q\mu}{\varepsilon} nE + \frac{qD}{\varepsilon} \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{1}{\varepsilon} j(t), \quad (5)$$

$$E(t)|_{t=0} = E(0), \quad (6)$$

$$n(t)|_{t=0} = 0. \quad (7)$$

Здесь n — концентрация фотоэлектронов; E — напряженность электрического поля; $g(t, x)$ — темп генерации фотоэлектронов; τ_R — время жизни фотоэлектронов в зоне проводимости; $j(t)$ — плотность тока; ε — диэлектрическая постоянная; q, μ, D — заряд, подвижность и коэффициент диффузии электрона.

Темп генерации фотоэлектронов

$$g(t, x) = g_0(t) (1 + m \cos \Omega t) \quad (8)$$

пропорционален интенсивности света (2).

Рассмотрим эволюцию электрического поля решетки и процесс генерации акустических волн при малом и большом временах жизни фотоэлектронов в зоне проводимости, а именно когда τ_R много меньше характерных времен изменения интенсивности света и электрического поля и когда τ_R много больше этих характерных времен. При рассмотрении мы полагаем, что реализуется режим сквозного тока (режим короткого замыкания по внешней цепи).

При анализе эволюции электрического поля решетки в случае малого времени жизни τ_R мы воспользуемся квазистационарным приближением [6]. В этом приближении в уравнении (4) можно отбросить производную $\partial n / \partial t$,

положив ее равной нулю. Тогда система уравнений (4)–(7) приводится к уравнению для поля, которое имеет вид

$$\frac{dE}{dt} + \frac{q\nu}{\varepsilon} E \left(g\tau_R - \frac{\varepsilon}{q} \tau_R \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} E \right) + \frac{qD}{\varepsilon} \left(g\tau_R - \frac{\varepsilon}{q} \tau_R \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} E \right) = \frac{1}{\varepsilon} j(t),$$

$$E(t)|_{t=0} = E(0). \quad (9)$$

Решение уравнения (9) ищем в виде

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(t) \exp(inkx). \quad (10)$$

В режиме сквозного тока внешнее поле, приложенное к кристаллу, $E_0 = \text{const}$. Поэтому после подстановки (10) в (9) и стандартной процедуры линеаризации в предположении, что $|E_{n+1}|/|E_n| \ll 1$, приходим к следующему уравнению для амплитуды первой пространственной гармоники электрического поля:

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + \frac{1}{\tau} (1 + m \cos \Omega t) E_1 = 0,$$

$$E_1|_{t=0} = E_1(0). \quad (11)$$

Здесь

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_M} \left(1 - i \frac{\tau_R}{\tau_E} + \frac{\tau_R}{\tau_D} \right), \quad \tau_M = \left(\frac{q\nu}{\varepsilon} g\tau_R \right)^{-1}$$

— время максвелловской релаксации, $\tau_E = \mu k E_0$, $\tau_D = (k^2 D)^{-1}$ — диффузионное время.

Решая уравнение (11), получаем для изменения поля следующее соотношение:

$$\Delta E_1(t) = -E_1(0) \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau} + m \frac{1}{\tau \Omega} \sin \Omega t \right) \right] \right\}. \quad (12)$$

Решение (12) имеет простой физический смысл. Под действием пульсирующей засветки происходит релаксация электрического поля решетки. Процесс релаксации сопровождается затухающими осцилляциями поля, обусловленными осцилляциями интенсивности света. Представим экспоненту с осциллирующим аргументом в (12) в виде ряда по гармоникам [7], вычислим преобразование Лапласа и подставим полученный результат в (3). Для амплитуд волн деформаций получим

$$S^{\mp}(t) = -\frac{1}{2} dE \left\{ 1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} (i)^n J_n \left(\frac{m}{\tau \Omega} \right) \frac{\pm i \omega}{\tau^{-1} - i n \Omega \pm i \omega} \right\}, \quad (13)$$

где $J_n(x)$ — модифицированные функции Бесселя [7].

Остановимся более подробно на исследовании наиболее интересного для практики случая, когда $|\tau| \gg \Omega > 1$. В этом случае за время релаксации фотоиндуцированной решетки при выходе поля на стационарный уровень оно успевает совершить хотя бы несколько осцилляций заметной амплитуды. Удерживая в выражении (13) под знаком суммы только первые три члена с $n=0, \pm 1$ и ограничиваясь первыми членами разложения $I_0, I_{\pm 1}$ в степенной ряд, получаем

$$S^{\mp} = -\frac{1}{2} dE_1 \left\{ \varphi_0^{\mp} \left(\omega, \frac{1}{\tau} \right) + \frac{m}{2} \varphi_1^{\mp} \left(\omega, \Omega, \frac{1}{\tau} \right) \right\}, \quad (14)$$

где

$$\varphi_0^{\mp}(\omega, \tau^{-1}) = \frac{\tau^{-1}}{\tau^{-1} \pm i\omega}, \quad \varphi_1^{\mp}(\omega, \Omega, \tau^{-1}) = \frac{\pm i 2\omega \tau^{-1}}{(\tau^{-1} \pm i\omega)^2 + \Omega^2}.$$

Слагаемое φ_0^{\mp} в (14) описывает вклад в амплитуды волн деформаций от релаксации решетки под действием постоянной составляющей засветки, а второе слагаемое $(m/2) \varphi_1^{\mp}$ — вклад, обусловленный гармонической составляющей.

Исследуем более подробно вклад гармонической составляющей засветки в амплитуды волн деформаций. Для этого рассмотрим функцию

$$|\varphi_{11}^{\mp}| = \frac{2}{\omega} [\tau_1^{-2} + \tau_2^{-2}]^{1/2} \left\{ \left[(1 + \epsilon')^2 - \left(1 \pm \frac{1}{\tau_2 \omega} \right)^2 + \left(\frac{1}{\tau_1 \omega} \right)^2 \right]^2 + \left(1 \pm \frac{1}{\tau_2 \omega} \right)^2 \left(\frac{2}{\tau_1 \omega} \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad (15)$$

где $\epsilon' = (\Omega/\omega) - 1$ — относительная расстройка, $\tau_1^{-1} = \text{Re}(\tau^{-1})$, $\tau_2^{-1} = \text{Im}(\tau^{-1})$.

Как следует из (15), наблюдается асимметрия амплитуд волн, распространяющихся в противоположных направлениях, обусловленная выделенным направлением дрейфа фотоэлектронов. Асимметрия, в частности, проявляется в том, что максимумы $|\varphi_{11}^{\mp}|$ достигаются при различной расстройке

$$\epsilon'_0{}^{\mp} = \left\{ \left(1 \pm \frac{1}{\tau_2 \omega} \right)^2 + \left(\frac{1}{\tau_1 \omega} \right)^2 \right\}^{1/2} - 1$$

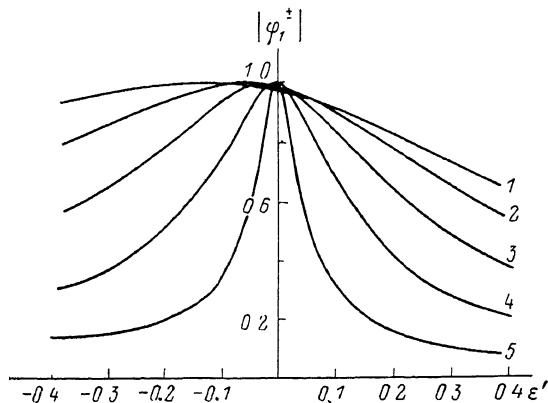


Рис. 1. Зависимость $|\varphi_{11}^{\mp}|$ от расстройки ϵ' при различных значениях произведения $\omega\tau_1$.

1 — 2, 2 — 3, 3 — 5, 4 — 10, 5 — 30.

и имеют различную величину

$$\max |\varphi_{11}^{\mp}| = \frac{(\tau_1^{-2} + \tau_2^{-2})^{1/2} \tau_1}{\left(1 \pm \frac{1}{\tau_2 \omega} \right)^2}.$$

Влияние релаксации решетки наиболее отчетливо прослеживается, когда определяющими механизмами релаксации являются максвелловская релаксация либо максвелловская релаксация в сочетании с диффузией, т. е. когда выполняется неравенство $1 + \tau_R/\tau_D \gg \tau_R/\tau_E$. При этом асимметрия амплитуд волн исчезает. Положив в (15) $\tau_2^{-1} = 0$, получим, что $\epsilon'_0{}^{\mp} = [1 + (1/\tau_1 \omega)^2]^{1/2} - 1$, $\max |\varphi_{11}^{\mp}| = 1$, ширина резонансной кривой

$$2\Delta\epsilon' \approx \frac{1}{\tau_1 \omega} \left[1 - \left(\frac{1}{\tau_1 \omega} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

На рис. 1 приведено семейство кривых, показывающих зависимость $|\varphi_{11}^{\mp}|$ от расстройки при различных значениях произведения $\bar{\omega} = \omega\tau_1$, рассматриваемого как параметр.

Из приведенного анализа можно сделать следующие выводы. Релаксация решетки приводит к рассогласованию между частотой акустической волны и резонансной частотой пульсирующей засветки, которая всегда смещена вниз по отношению к частоте акустической волны. Ширина резонансной кривой зависит от интенсивности. С ростом интенсивности ширина резонансной кривой увеличивается.

Наиболее существенным проявлением процесса релаксации решетки является ограничение амплитуды и ее независимость в резонансе от интенсивности света. Физически это связано с тем, что, хотя с увеличением интенсивности света вклад от гармонической составляющей засветки возрастает, скорость релаксации решетки увеличивается и эффективная пространственная область, дающая вклад в суммарную амплитуду деформаций, уменьшается. Оба эти процесса компенсируют друг друга.

Заметим, что при низких значениях интенсивности света возможна экспериментальная ситуация, когда величина времени релаксации будет столь велика, что фактором, ограничивающим амплитуду акустической волны, окажутся

не учитываемые нами ограниченность области засветки или конечная длина затухания акустической волны. Оценка амплитуды возбуждаемой волны в этом случае не представляет трудностей.

Дадим численную оценку амплитуды волны сдвиговых деформаций и требуемой интенсивности света в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$. В этом материале время жизни фотоэлектронов может изменяться в широких пределах — от значений $\tau_R = 10^{-7} - 10^{-8}$ с [8] до $\tau_R = 10^{-4}$ с [9]. Принимая $d_{14} = 4 \cdot 10^{-11}$ м/В, $E_0 = 10^6$ В/м, $\omega = 10^8$ с $^{-1}$, $m = 1$, $\mu = 3$ см 2 /В·с, $\epsilon = 35 \cdot 10^{-11}$ Ф/м, $V = 1.8 \cdot 10^3$ м/с, квантовую эффективность $\beta = 1$, коэффициент поглощения света $\alpha = 2$ см $^{-1}$, энергию светового кванта $h\nu = 2.5$ эВ, $\tau_R = 10^{-8}$ с, $\bar{\omega} = 100$, получаем $S = 10^{-5}$, $I_0 = 1.5 \times 10^2$ Вт/см 2 .

Рассмотрим теперь случай большого времени жизни фотоэлектронов τ_R . В этом случае мы можем пренебречь процессом релаксации фотоэлектронов и отбросить в системе уравнений (4)–(7) релаксационный член. Кроме того, мы рассмотрим случай, когда определяющим процессом релаксации решетки является максвелловская релаксация, т. е. $\tau_M \ll \tau_D, \tau_E$. С учетом сделанных замечаний процесс релаксации первой пространственной гармоники электрического поля решетки описывается уравнением

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + \frac{1}{\tau_3} \left(t + \frac{m}{\Omega} \sin \Omega t \right) E_1 = 0, \quad E_1|_{t=0} = E_1, \quad (16)$$

где $\tau_3 = ((q\mu/\epsilon) g_0)^{-1}$ — эффективное время релаксации.

Решая уравнение (16), получаем для изменения поля решетки следующее соотношение:

$$\Delta E_1(t) = -E_1 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{t^2}{2\tau_3^2} + \frac{m}{\tau_3^2 \Omega^2} (1 - \cos \Omega t) \right) \right] \right\}. \quad (17)$$

Раскладывая в (13) экспоненту с осциллирующим аргументом в ряд по гармоникам [6], вычисляя преобразование Лапласа и подставляя полученный результат в (3), получаем

$$S^\mp = -\frac{1}{2} dE_1 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{m}{2\Omega^2} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \left(\frac{m}{2\Omega^2} \right) [2\bar{\omega} F(\bar{\omega} - n\bar{\Omega}) \pm \right. \\ \left. \pm i\bar{\omega} \sqrt{\pi} \exp[-(\bar{\omega} - n\bar{\Omega})^2]] \right\}, \quad (18)$$

где $I_n(x)$ — модифицированная функция Бесселя, $F(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{\xi^2} d\xi^2$ — интеграл Дюсона [7], $\bar{\omega} = (\omega\tau_3)/\sqrt{2}$, $\bar{\Omega} = (\tau_3\Omega)/\sqrt{2}$ — нормированные частоты.

Остановимся более подробно на исследовании случая $\bar{\Omega} > 1$, когда за время релаксации успевает произойти хотя бы несколько осцилляций поля заметной амплитуды.

Удерживая в выражении (18) под знаком суммы только первые три члена с $n=0, \pm 1$, ограничиваясь первыми членами разложения в степенной ряд по $(m/2\Omega^2)$ и вводя относительную расстройку $\epsilon' = \Omega/\omega - 1$, получаем

$$S^\mp = -\frac{1}{2} dE_1 \left\{ \Psi_0^\mp(\bar{\omega}) + \frac{m}{2\bar{\omega}} \Psi_1^\mp(\bar{\omega}, \epsilon') \right\}, \quad (19)$$

где

$$\Psi_0^\mp(\bar{\omega}) = 1 - 2\bar{\omega} \left[F(\bar{\omega}) \pm i \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\bar{\omega}^2} \right],$$

$$\Psi_1^\mp(\bar{\omega}, \epsilon') = -\frac{1}{(1+\epsilon')^2} \left\{ F(-\epsilon'\bar{\omega}) \pm i \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-(\epsilon'\bar{\omega})^2} + F[(2+\epsilon')\bar{\omega}] \pm i \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-(2+\epsilon')\bar{\omega}^2} \right\}.$$

Первое слагаемое Ψ_0^\mp в (19) описывает вклад амплитуды волн деформаций от релаксации решетки под действием постоянной составляющей засветки (механизм, рассмотренный в [3]). Второе слагаемое $-(m/2\bar{\omega}) \Psi_1^\mp(\epsilon', \bar{\omega})$ описы-

вает вклад в амплитуды волн деформаций гармонической составляющей засветки. На рис. 2 приведено семейство кривых, показывающих зависимость $|\Psi_1^{\pm}|$ от расстройки ϵ' при различных значениях $\bar{\omega}$, рассматриваемой как параметр.

Как и в предыдущем случае, релаксация решетки приводит к смещению резонансной частоты пульсирующей засветки вниз по отношению к частоте акустической волны, задаваемой периодом решетки, и ограничивает амплитуду акустической волны. При фиксированном периоде решетки с ростом интенсивности происходит уширение резонансной кривой.

В отличие от предыдущего случая вклад пульсирующей засветки в амплитуды волн деформаций зависит от пространственной частоты решетки и интенсивности света. С ростом пространственной частоты он уменьшается как $\bar{\omega}^{-1}$, а с увеличением интенсивности возрастает как $I_0^{1/2}$. Такое поведение от частоты объясняется тем, что при большом времени

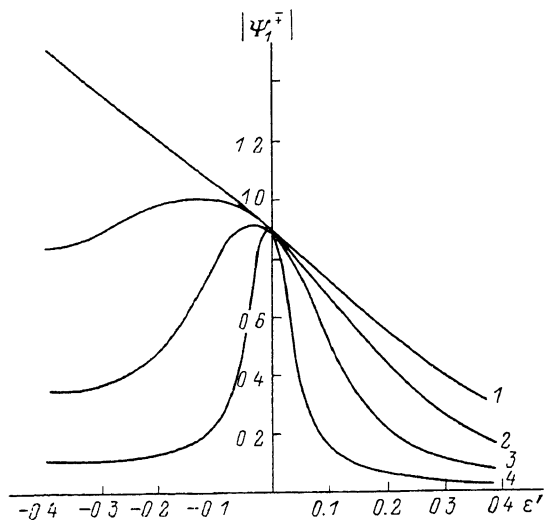


Рис. 2. Зависимость $|\psi_1^{\pm}|$ от расстройки ϵ' при различных значениях нормированной частоты $\bar{\omega}$.

1 — 3, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 30.

рекомбинации ($\tau_R \gg \omega^{-1}$) концентрация фотовозбужденных электронов не успевает следить за переменной составляющей засветки. Следствием этого является факт существенного уменьшения амплитуды возбуждаемой акустической волны (в $\bar{\omega}$ раз) при большом времени жизни фотоэлектронов по сравнению со случаем их малого времени жизни.

Проведем оценку амплитуды акустической волны в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, считая $\tau_R = 10^{-4}$ с, а все остальные параметры такими же, как и в предыдущем случае. При оценке примем $I_0 = 1.5 \cdot 10^2$ Вт/см², при этом $\bar{\omega} = 20$. В результате для амплитуды деформаций имеем $S = 0.45 \cdot 10^{-6}$, что существенно меньше, чем в случае $\tau_R = 10^{-8}$ с (см. выше).

В заключение отметим, что оптическая генерация акустических волн на фоторефрактивной решетке под действием пульсирующей засветки может быть использована для акустического считывания оптических голограмм в фоторефрактивных кристаллах.

Список литературы

- [1] Деев В. Н., Пятаков П. А. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 2. С. 76—80.
- [2] Деев В. Н., Пятаков П. А. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 15. С. 928—932.
- [3] Деев В. Н., Пятаков П. А. // ЖТФ. Т. 56. Вып. 10. С. 1909—1915.
- [4] Деев В. Н., Пятаков П. А. // Акуст. журн. 1988. Т. 34. Вып. 4. С. 621—627.
- [5] Зеленская Т. Е., Шандаров С. М. // ДАН СССР. 1986. Т. 289. № 3. С. 600—603.
- [6] Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. В. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983. 270 с.
- [7] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стипан. М.: Наука, 1979. 832 с.
- [8] Lesiak G., Lianju J. C., Brun A. // Opt. Commun. 1986. Vol. 57. N 3. P. 166—170.
- [9] Aldrich R. E., Hou S. L., Harwill M. L. // J. Appl. Phys. 1971. Vol. 42. N 1. P. 493—494.

Акустический институт
им. акад. Н. Н. Андреева
Москва

Поступило в Редакцию
18 ноября 1988 г.