

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТРУБЧАТОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ВОЛНОВОДОМ. II. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

Н. И. Карбушев, А. С. Шлапаковский

Построена нелинейная теория стационарной генерации электромагнитных колебаний в диэлектрическом волноводе с помощью трубчатого релятивистского электронного пучка, учитывающая пространственный заряд. Проведены расчеты для конкретных геометрий волновода и найдены зависимости КПД генерации и оптимальной длины волновода от тока и радиуса пучка. Показано, что наибольшие значения КПД достигаются в условиях существенного влияния поля пространственного заряда на взаимодействие пучка с волной. Полученные результаты непосредственно могут быть использованы при постановке и обсуждении экспериментов по созданию генераторов данного типа.

Изложенная в работе [1] линейная теория взаимодействия электронного пучка с диэлектрическим волноводом позволяет находить такие характеристики, как частота, коэффициент усиления волн и стартовый ток генерации колебаний. Для определения же мощности генерируемого излучения, оптимальной длины области взаимодействия и КПД генерации необходима нелинейная теория. Имеющихся оценок КПД, полученных на основании результатов линейной теории из условий полной модуляции пучка по плотности [2] или захвата его частиц волной [3, 4] без учета пространственного заряда пучка, явно недостаточно для оптимизации генератора. Наиболее приемлемой представляется более строгая и полная нелинейная теория, описывающая взаимодействие электронного пучка с диэлектрическим волноводом в широком диапазоне изменения параметров, построенная аналогично нелинейной теории ЛБВ в классической СВЧ электронике [5, 6].

Рассмотрим режим стационарной генерации, когда все переходные процессы уже закончились. Задача о такой генерации фактически сводится к усилительной, в которой, однако, амплитуды поля синхронной волны на входном и выходном концах волновода должны быть связаны друг с другом коэффициентами отражения. Условию фазового замыкания цепи обратной связи удовлетворяет, вообще говоря, целый набор частот из полосы усиления. Если же ток пучка не очень сильно превышает стартовое значение, определенное в [1] по максимальному усилению, то для частот, которым соответствует меньшее усиление, либо вообще не будет выполняться стартовое условие, либо инкремент абсолютной неустойчивости будет мал. Так как длина системы много больше длины волны, то в полосе усиления всегда найдется частота, для которой и усиление близко к максимальному, и фазовое условие удовлетворяется. Поэтому можно считать, что с наибольшей вероятностью генерация будет происходить на частоте, близкой к соответствующей максимальному усилению в линейной теории.

Вывод нелинейных уравнений

В предположении одномерного вдоль оси z движения электронов тонкостенного трубчатого пучка радиуса r_0 , их скорость v определяется уравнением

$$\frac{dv}{dz} = \frac{e}{mv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2} E_z(r_b), \quad (1.1)$$

в котором продольная составляющая действующего на электроны полного электрического поля может быть представлена в виде

$$E_z(r_l) = \text{Re} \left[E_s(z) e^{-i\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n(z) e^{-in\theta} \right], \quad (1.2)$$

где E_s — амплитуда поля синхронной волноводной моды, E_n — амплитуды гармоник поля пространственного заряда, $\theta = \omega t - k_0(\omega)z$ — фаза электронов относительно синхронной волны, $k_0(\omega)$ — постоянная распространения волны на частоте ω .

Амплитуды полей E_s и E_n определяются в свою очередь амплитудами гармоник наводимого в пучке переменного тока

$$I_n(z) = \frac{I}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\theta} d\theta_0, \quad (1.3)$$

где I — ток инжекции (равновесный ток), а $\theta_0 = \omega t_0$ — фаза электронов относительно волны в момент времени t_0 , соответствующий влету в волновод в сечении $z=0$.

Согласно теории возбуждения волноводов [5] и с учетом выражений (1.7), (1.8) и (2.7) работы [1] для нормы волны и коэффициента связи α^3 , а также соотношения (1.3) имеем следующее уравнение для амплитуды поля синхронной волны:

$$\frac{dE_s}{dz} = -4\alpha^3 \frac{x_0^2 I}{\pi u} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0, \quad (1.4)$$

в котором $x_0^2 = k_0^2(\omega) - (\omega^2/c^2)$, $u = \beta c$ — скорость влета электронов в волновод.

Для амплитуд же гармоник поля пространственного заряда справедливы соотношения

$$E_n = -4i \frac{x_0^2}{\omega} n \Gamma_n I_n = -4in \Gamma_n \frac{x_0^2 I}{\pi \omega} \int_0^{2\pi} e^{in\theta} d\theta_0, \quad (1.5)$$

причем коэффициент депрессии Γ_1 определяется в соответствии с формулой (2.7) работы [1], а величины Γ_n ($n \geq 2$) в условиях $1 \quad n x_0^2 I_n \gg 2k_0(\omega) dI_n/dz$ равны

$$\Gamma_{n \geq 2} = \frac{1}{2} \frac{I_0(n x_0 r_b)}{I_0(n x_0 r_0)} \frac{\Phi(r_b, n\omega, n k_0)}{D(n\omega, n k_0)} \mathcal{F}_0(n x_0 r_0, n x_0 r_b). \quad (1.6)$$

Здесь I_0 — модифицированная функция Бесселя; функции Φ , D , \mathcal{F}_0 определены соотношениями (2.1) и (1.6) работы [1]; r_0 — внутренний радиус диэлектрической втулки в волноводе радиуса R .

Фаза электронов относительно волны подчиняется уравнению

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\omega}{v} - k_0. \quad (1.7)$$

Стационарная нелинейная задача взаимодействия электронного пучка с диэлектрическим волноводом полностью описывается системой уравнений (1.1), (1.4) и (1.7), к которой должны быть добавлены еще условия в сечении инжекции пучка в волновод $z=0$. В безразмерных переменных

$$\zeta = \frac{\omega}{u} z, \quad v = 1 - \frac{v}{u}, \quad \mathcal{E} = -\frac{eE_s}{\gamma^3 m \omega u},$$

$$\delta = \frac{k_0 u}{\omega} - 1, \quad i_0 = \alpha^3 \frac{4e x_0^2 I}{\gamma^3 m \omega^2 u}, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \quad (1.8)$$

¹ Выражение (2.7) работы [1] для Γ_1 справедливо при выполнении этого же условия.

в предположении малости величины $|\nu| \ll 1$ эта система принимает вид

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \nu - \delta, \quad \frac{d\mathcal{E}}{d\xi} = \frac{i_0}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0,$$

$$\frac{d\nu}{d\xi} = (1 + 2\beta^2\gamma^2\nu)^{1/2} \operatorname{Re} \left(\mathcal{E} e^{-i\theta} + i \frac{\Gamma_1}{\alpha^3} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-in\theta} \frac{\Gamma_n}{\Gamma_1} \frac{i_0}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\theta_0} d\theta_0 \right). \quad (1.9)$$

Условия на входе в случае немодулированного моноэнергетичного пучка записываются следующим образом:

$$\mathcal{E}(0) = \mathcal{E}_0, \quad \nu(0) = 0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad (1.10)$$

причем фазы θ_0 распределены равномерно в интервале $[0, 2\pi)$.

Решение системы уравнений (1.9) с граничными условиями (1.10) позволяет получить распределение амплитуды поля синхронной волны $\mathcal{E}(z)$ по длине области взаимодействия и, в частности, определить максимальное значение амплитуды $|\mathcal{E}|_m$ и координату z_m , соответствующую этому максимуму. Оптимальный режим генерации достигается, когда на выходном конце волновода $z=L$ имеем $|\mathcal{E}(L)| = |\mathcal{E}|_m$. В стационарном случае обратная связь в генераторе осуществляется с помощью встречной волны постоянной амплитуды, вследствие чего оказывается справедливой связь $|\mathcal{E}(0)| = \rho |\mathcal{E}(L)|$, где $\rho = |\rho_1 \rho_2|$; ρ_1, ρ_2 — коэффициенты отражения волны по амплитуде на концах волновода. При $\rho \ll 1$ значение $|\mathcal{E}|_m$ не зависит от малой величины $\mathcal{E}(0)$ [6] и можно вычислять $|\mathcal{E}|_m$ и z_m для произвольно заданного достаточно малого $\mathcal{E}(0)$. Тогда оптимальная длина генератора будет определяться в соответствии с формулой

$$L_m = z_m + \frac{1}{\operatorname{Im} k} \ln \frac{|\mathcal{E}(0)|}{\rho |\mathcal{E}|_m}, \quad (1.11)$$

где $\operatorname{Im} k$ — пространственный инкремент линейной теории.

Заметим, что к малым коэффициентам отражения и необходимо стремиться в генераторах на сильноточных пучках, чтобы обеспечить хорошие условия вывода излучения и довольно высокие значения пороговых и рабочих токов.

Система уравнений (1.9) имеет интеграл

$$\frac{d}{d\xi} \left(|\mathcal{E}|^2 + \frac{2i_0}{\pi^2 \beta^2 \gamma^2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta_0}{\sqrt{1 + 2\beta^2 \gamma^2 \nu}} \right) = 0. \quad (1.12)$$

Переносимая синхронной волной мощность может быть записана в виде

$$P = -\frac{N}{4} = \frac{u |E_s|^2}{4\alpha_0^2 \alpha^3}, \quad (1.13)$$

где N — норма волны.

Тогда для КПД генерации при $|\mathcal{E}_0|^2 \ll |\mathcal{E}|_m^2$ ($\rho \ll 1$) справедливы соотношения

$$\eta_m = \frac{eP}{(\gamma - 1) mc^2 I} = \frac{\gamma + 1}{\beta^2 \gamma} \left(1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta_0}{\sqrt{1 + 2\beta^2 \gamma^2 \nu}} \right) = \frac{\gamma}{4i_0} (\gamma + 1) |\mathcal{E}|_m^2. \quad (1.14)$$

При решении системы уравнений (1.9) величину расстройки следует брать соответствующей максимальному пространственному инкременту, определяемому из характеристического уравнения (2.4) работы [1], которое в обозначениях (1.8) можно записать в виде

$$y \left[(y + \delta)^2 - i_0 \frac{\Gamma_1}{\alpha^3} \right] = -i_0, \quad (1.15)$$

где $y = (k - k_0)$ (ω/u).

Данное обстоятельство связано с тем, что при $\rho \ll 1$ максимальное усиление волны в линейной теории достигается в случае максимального пространственного инкремента.

Исследование системы нелинейных уравнений

В пределе малых КПД, когда выполняется неравенство $2\beta^2\gamma^2 |v| \ll 1$, система уравнений (1.9) приобретает более универсальный характер. Если в ней ограничиться учетом только первой гармоники поля пространственного заряда на частоте ω , то в задаче остается единственный свободный параметр пространственного заряда [5] $\sigma^2 = i_0^{1/2} \Gamma_1 / \alpha^3$. В случае $\sigma^2 < 1$ удобно ввести новые безразмерные переменные

$$\bar{\zeta} = \zeta i_0^{1/4}, \quad \bar{v} = v i_0^{-1/4}, \quad \bar{\mathcal{E}} = \mathcal{E} i_0^{-2/3}, \quad \bar{\delta} = \delta i_0^{-1/3}. \quad (2.1)$$

Тогда уравнения (1.9) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{d\bar{\zeta}} &= \bar{v} - \bar{\delta}, & \frac{d\bar{\mathcal{E}}}{d\bar{\zeta}} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0, \\ \frac{d\bar{v}}{d\bar{\zeta}} &= \text{Re} \left[\left(\bar{\mathcal{E}} + i \frac{\sigma^2}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0 \right) e^{-i\theta} \right], \end{aligned} \quad (2.2)$$

а расстройка $\bar{\delta}(\sigma^2)$ должна определяться из условия достижения максимума мнимой части решения характеристического уравнения

$$\bar{y} [(\bar{y} + \bar{\delta})^2 - \sigma^2] = -1, \quad \bar{y} = y i_0^{-1/2}. \quad (2.3)$$

В случае же большого параметра пространственного заряда $\sigma^2 > 1$ удобнее оказываются безразмерные переменные

$$\bar{\zeta} = \zeta \sigma i_0^{1/3}, \quad \bar{v} = \frac{v}{\sigma} i_0^{-1/3}, \quad \bar{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{\sigma}} i_0^{-2/3}, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{\sigma} i_0^{-1/3}. \quad (2.4)$$

При этом система уравнений (1.9) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{d\bar{\zeta}} &= \bar{v} - \bar{\delta}, & \frac{d\bar{\mathcal{E}}}{d\bar{\zeta}} &= \frac{\sigma^{-3/2}}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0, \\ \frac{d\bar{v}}{d\bar{\zeta}} &= \text{Re} \left[\left(\sigma^{-3/2} \bar{\mathcal{E}} + \frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0 \right) e^{-i\theta} \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

а характеристическое уравнение (1.15) имеет вид

$$\bar{y} [(\bar{y} + \bar{\delta})^2 - 1] = -\sigma^{-3}, \quad \bar{y} = \frac{y}{\sigma} i_0^{-1/3}. \quad (2.6)$$

Запишем также интегралы систем уравнений (2.2) и (2.5)

$$\frac{d}{d\bar{\zeta}} \left(|\bar{\mathcal{E}}|^2 - \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \bar{v} d\theta_0 \right) = 0, \quad \frac{d}{d\bar{\zeta}} \left(|\bar{\mathcal{E}}|^2 - \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \bar{v} d\theta_0 \right) = 0 \quad (2.7)$$

и выражение для КПД генерации через максимальные амплитуды

$$\eta_m = \frac{\gamma}{4} (\gamma + 1) i_0^{1/2} |\bar{\mathcal{E}}|_m^2 = \frac{\gamma}{4} (\gamma + 1) \sigma i_0^{1/3} |\bar{\mathcal{E}}|_m^2. \quad (2.8)$$

На рис. 1 приведены характерные зависимости $|\bar{\mathcal{E}}(\bar{\zeta})|$ и $|\bar{\delta}(\bar{\zeta})|$, полученные в результате решения систем уравнений (2.2) и (2.5) с амплитудами $\mathcal{E}_0 = \bar{\mathcal{E}}_0 = 10^{-2}$. Кривые являются монотонно нарастающими на начальных участ-

ках и имеют ряд максимумов и минимумов при больших значениях $\bar{\zeta}$ или $\tilde{\zeta}$. Одной из особенностей режима малого пространственного заряда является наличие резких максимумов и минимумов амплитуды поля (отношение $|\tilde{\mathcal{E}}|_{\max}^2/|\tilde{\mathcal{E}}|_{\min}^2$ может достигать величины одного порядка). Это, в частности, указывает на довольно высокую чувствительность уровня выходной мощности генератора к возможной нестабильности параметров электронного пучка. При

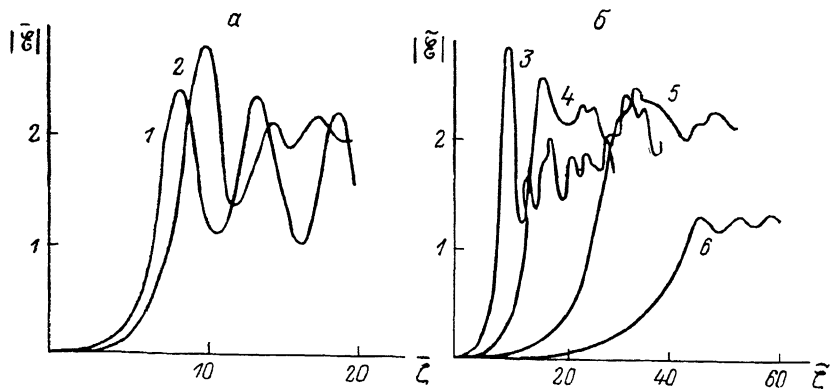


Рис. 1. Решения систем уравнений (2. 2) (а) и (2. 5) (б) для различных значений параметра пространственного заряда.

1 — $\sigma^2=0$, 2 — 0.75, 3 — 1, 4 — 2, 5 — 3, 6 — 10.

$\sigma^2 \sim 1$ пространственный заряд приводит к дроблению масштаба осцилляций амплитуды поля и уменьшению их размаха с незначительным изменением ее максимума. В случае $\sigma^2 \gg 1$ максимальное значение амплитуды поля уменьшается с ростом пространственного заряда.

Решение систем уравнений (2. 2), (2. 5) в широком диапазоне изменения параметра пространственного заряда позволяет построить универсальные кри-

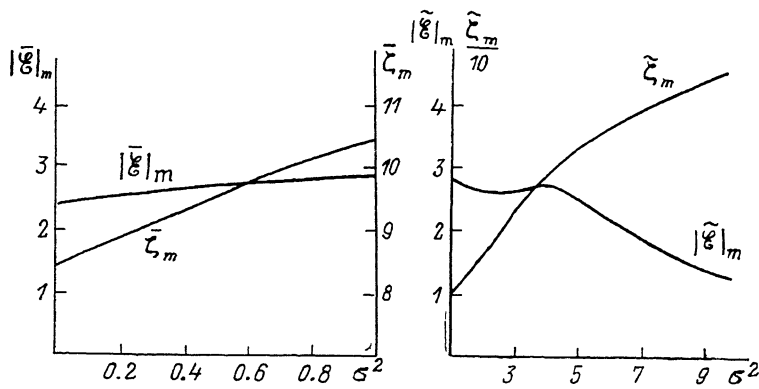


Рис. 2. Зависимости безразмерных величин максимальной амплитуды синхронной волны и оптимальной длины волновода от параметра пространственного заряда.

вые $|\tilde{\mathcal{E}}|_m(\sigma^2)$, $\tilde{\zeta}_m(\sigma^2)$, $\bar{\zeta}_m(\sigma^2)$, $\tilde{\zeta}_m(\sigma^2)$, с помощью которых могут быть определены эффективность и оптимальная длина генератора при заданных параметрах пучка и волновода на основании рассчитанных значений коэффициентов связи и депрессии [1] и формул (2. 8), (1. 8), (2. 1), (2. 4) и (1. 11). Соответствующие графики представлены на рис. 2. Анализ этих результатов позволяет, в частности, сделать вывод о том, что с ростом тока пучка оптимальная длина генератора монотонно уменьшается. Что же касается КПД, то в области малого пространственного заряда он растет с ростом тока пучка, а в области большого пространственного заряда в зависимости КПД от тока имеется максимум. Уменьшение КПД при $\sigma^2 \gg 1$ можно объяснить тем, что сильное поле пространственного заряда препятствует группировке электронов пучка.

Предположение о малости величины $2\beta^2\gamma^2 |v| \ll 1$, сделанное при выводе систем уравнений (2. 2), (2. 5), фактически равносильно пренебрежению изменением массы электронов пучка в процессе взаимодействия с волной. Такое пренебрежение должно приводить к некоторому завышению КПД, поскольку на самом деле электроны, отдающие энергию волне и уменьшающие свою массу, быстрее уходят из тормозящей фазы.

В случае ультрарелятивистского электронного пучка ($2\gamma^2 \gg 1$) неравенство $2\beta^2\gamma^2 |v| \ll 1$ может нарушаться и для значений $|v| \ll 1$. Если тогда полностью пренебречь пространственным зарядом, то система уравнений (1. 9)

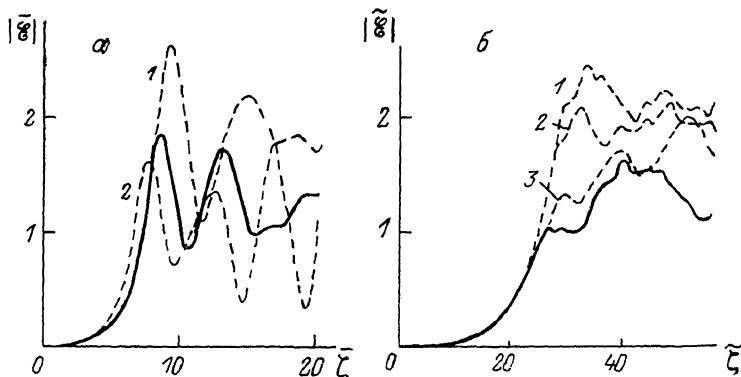


Рис. 3. Сравнение решений полной и упрощенных систем уравнений.

a — малый пространственный заряд, $\epsilon=2.25$, $r_0/R=0.8$, $r_b/r_0=0.65$, $\gamma=2.5$, $I=0.68$ кА; сплошная кривая — решение системы (1. 9), 1 — системы (2. 2), 2 — системы (2. 8); *b* — большой пространственный заряд, $\epsilon=2$, $r_0/R=0.84$, $r_b/r_0=0.7$, $\gamma=1.8$, $I=3$ кА; сплошная кривая — решение системы (1. 9) (учтены 4 гармоники поля пространственного заряда), 1 — системы (2. 5), 2 — системы (1. 9) (учтена одна гармоника), 3 — системы (2. 5) с учетом четырех гармоник.

также может быть приведена к виду, зависящему лишь от одного параметра [7-9]. Вводя новые безразмерные переменные

$$\zeta' = \frac{\zeta}{2\gamma^2}, \quad v' = 2\gamma^2 v, \quad \mathcal{E}' = 4\gamma^4 \mathcal{E}, \quad \delta' = 2\gamma^2 \delta, \quad i'_0 = 8\gamma^6 i_0, \quad (2. 9)$$

имеем

$$\frac{d\theta}{d\zeta'} = v' - \delta', \quad \frac{d\mathcal{E}'}{d\zeta'} = \frac{i'_0}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0, \\ \frac{dv'}{d\zeta'} = (1 + v')^{3/2} \text{Re}(\mathcal{E}' e^{-i\theta}). \quad (2. 10)$$

Единственный свободный параметр системы (2. 10) — величина i'_0 . Максимальный КПД генератора при этом равен $\eta_m = |\mathcal{E}'|_m^2 / 8i'_0$. Расчет аналогичной (2. 10) системы уравнений был произведен в работах [8, 9], в которых были получены зависимости $\eta_m(i'_0)$ и оптимальной длины $\zeta'_m(i'_0)$ для значений расстройки δ' , соответствующих границе области усиления, где достигается максимум КПД. Полученное в них абсолютное максимальное значение η_m составляет 31 %. При расстройке же $\delta'=0$, соответствующей максимальному усилению в отсутствие пространственного заряда, абсолютный максимум КПД, как показывают расчеты системы (2. 10), составляет 18 % и достигается в случае $i'_0 \approx 1$. Наличие поля пространственного заряда приводит к увеличению максимального КПД. Последнее обусловлено как некоторым улучшением условий группировки электронов пучка, так и смещением частоты с максимальным усилением волны в сторону больших значений расстройки.

Влияние высших гармоник поля пространственного заряда на взаимодействие оказывается существенным преимущественно лишь в области больших значений параметра σ^2 . На рис. 3, *a* представлены результаты сравнения решений систем уравнений (2. 2), (2. 10) и (1. 9) в режиме малого простран-

ственного заряда ($\sigma^2=0.5$). Видно, что пренебрежение пространственным зарядом дает небольшую ошибку в определении максимума амплитуды поля волны и положения первого максимума. В то же время предположение о неизменности массы электронов пучка в процессе взаимодействия приводит к существенной ошибке в определении КПД (почти в 2 раза). Учет высших гармоник пространственного заряда в системе (1.9) практически не влияет на ход кривых $|\mathcal{E}|(\tilde{z})$.

Иначе обстоит дело в режиме большого пространственного заряда, что иллюстрирует рис. 3, б. Здесь параметры таковы, что $\sigma^2 \approx 5$. При этом вид кривой I , полученной из решения упрощенной системы уравнений (2.5), качественно отличается от вида сплошной кривой, являющейся следствием решения наиболее полной системы (1.9). Учет же только изменения массы электронов пучка в процессе взаимодействия (кривая 2) или

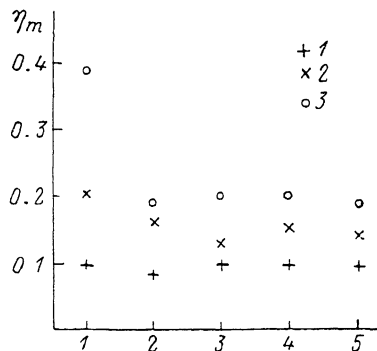


Рис. 4. Зависимость максимальных значений КПД от количества учитываемых гармоник поля пространственного заряда.

Параметры те же, что на рис. 3, б; 1 — $I=0.1$, 2 — 0.5, 3 — 2.8 кА.

только влияния высших гармоник поля пространственного заряда (кривая 3) не дает достаточно хорошего приближения к реальной зависимости, необходим учет обоих этих факторов.

Степень и характер влияния высших гармоник поля пространственного заряда существенно определяются величиной тока пучка. Характерная картина представлена на рис. 4, здесь же приведены максимальные значения КПД, найденные из решения системы уравнений (1.9) в зависимости от коли-

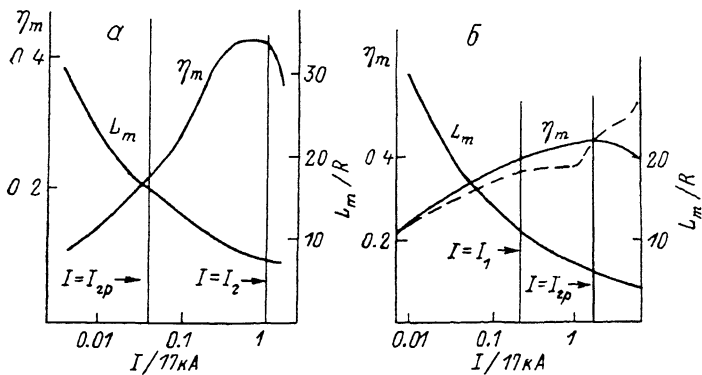


Рис. 5. Зависимость КПД и оптимальной длины от тока пучка ($\rho=0.1$).

а/б/г: а — 0.85, б — 0.8. Пунктир — решение системы (1.9) без учета высших гармоник поля пространственного заряда. Параметры те же, что и на рис. 3, а, б соответственно.

чества учитываемых гармоник n . Из этих результатов можно сделать вывод, что с ростом тока пучка (и параметра σ^2) влияние высших гармоник оказывается более существенным, причем наибольшее влияние имеет вторая гармоника. В некоторых случаях для обеспечения достаточной точности расчетов необходимо учитывать 4—5 гармоник. Величина параметра σ^2 , начиная с которой влияние высших гармоник поля пространственного заряда становится существенным, зависит от коэффициента связи (и соответственно от радиуса пучка); при более сильной связи влияние гармоник проявляется в случае меньших значений σ^2 , возможно даже $\sigma^2 \leq 1$. С практической точки зрения важно, что количество гармоник, которое необходимо учитывать для обеспечения достаточной точности расчета, заранее неизвестно. Поэтому в режиме большого

пространственного заряда приходится решать систему (1. 9), последовательно увеличивая число гармоник, вплоть до достижения желаемой «сходимости». Приведенные ниже кривые (рис. 5, 6) получены именно по такой схеме.

Расчет эффективности и оптимальной длины

Прежде чем перейти к изложению некоторых конкретных результатов расчетов, подчеркнем одно важное обстоятельство. Нетрудно убедиться, что нарушение неравенства $2\beta^2\gamma^2 |\nu| \ll 1$ неизменно влечет за собой и нарушение условия $n\kappa_0^2 I_n \gg 2k_0 (dI_n/dz)$. При этом выражения (1. 6) для коэффициентов Γ_n становятся несправедливыми, невозможно также производить разложение по степеням $k-k_0$ в выражении (2. 7) работы [1] для Γ_1 . В то же время нельзя считать, что электрическое поле E_z представлено лишь полем синхронной волны. Поэтому, строго говоря, система нелинейных уравнений (1. 9) адекватно описы-

вает взаимодействие пучка с волноводом лишь в условиях $2\beta^2\gamma^2 |\nu| \ll 1$. Однако при нарушении этого условия и изменении массы электронов в процессе взаимодействия невозможна сильная модуляция пучка по плотности. По этой причине неточное определение поля пространственного заряда не приведет к заметной ошибке. Данное обстоятельство дает нам осно-

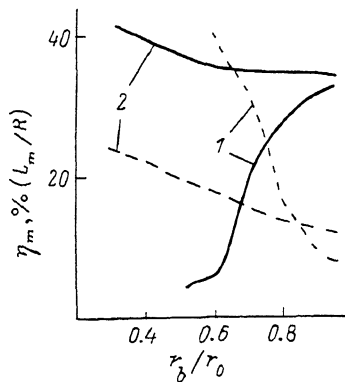


Рис. 6. Зависимости оптимальной длины (пунктир) и соответствующего ей КПД (сплошные кривые) от радиуса пучка.

1, 2 — параметры те же, что на рис. 3. б, а соответственно; $\rho = 0.1$, $I = 1.7$ кА

вание для использования системы (1. 9) и в случае токов пучка $I \sim \min(I_1, I_2)$ (см. соотношения (4. 1) работы [1] для токов I_1, I_2). При этом необходимо сознавать, что результаты расчетов будут носить в некоторой степени качественный характер.

На рис. 5, а приведены зависимости КПД и оптимальной длины генератора от тока пучка при прочих фиксированных параметрах. Для выбранной геометрии значение граничного между режимами малого и большого пространственных зарядов тока удовлетворяет условию $I_{rp} \approx 0.7$ кА $< I_2 \approx 18.7$ кА $< I_1 \approx 97$ кА. Видно, что максимум в зависимости КПД от тока достигается в области большого пространственного заряда, а оптимальная длина с ростом тока монотонно уменьшается. Примечательно, что значения стартовых токов генератора [1], соответствующие найденным оптимальным длинам, указывают на не очень сильное превышение над ними значений заданных рабочих токов. Тем самым подтверждается правомерность рассмотрения стационарного режима генерации на частоте максимального усиления волны в линейной теории.

Представляет интерес зависимость КПД от тока пучка в случае, когда $I_1 < I_{rp}$. Соответствующая кривая представлена на рис. 5, б при таких выбранных параметрах, что выполнены условия $I_1 \approx 3.9$ кА $< I_2 \approx 7.6$ кА $< I_{rp} \approx 29$ кА. Максимум КПД в этом случае достигается в области токов $I \sim I_{rp} > I_1$, где результаты носят в некоторой степени уже качественный характер по вышеназванным причинам. Вместе с тем максимальное значение КПД мало отличается от значения КПД при $I \sim I_1$, где полученным результатам вполне можно доверять. Следует отметить, что спад в зависимости КПД от тока проявляется лишь в случае учета высших гармоник поля пространственного заряда в системе уравнений (1. 9).

С точки зрения достижения максимального КПД генерации весьма важной являются его зависимость, а также зависимость оптимальной длины от радиуса пучка при заданном токе. Соответствующие графики приведены на рис. 6 для двух исследуемых геометрий. Для геометрии 1 эффективность генерации заметно падает с удалением пучка от поверхности диэлектрика, тогда как для

совокупности выбранных параметров 2 с более слабо выраженной поверхностной структурой поля синхронной волны волновода и большими значениями энергии электронов и коэффициента связи КПД при уменьшении радиуса пучка, наоборот, возрастает. Оптимальная же длина генератора всегда уменьшается с приближением пучка к диэлектрику.

Наблюдаемые особенности в поведении КПД в зависимости от радиуса пучка можно объяснить следующим образом. Изменение радиуса пучка влечет за собой изменение коэффициента его связи с синхронной волной, коэффициента депрессии и соответственно изменение параметра пространственного заряда σ^2 . Эти изменения тем значительнее, чем сильнее выражен поверхностный характер генерируемой волны. Из нелинейной теории ЛБВ [5, 6] хорошо известно, что с ростом связи пучка с синхронной волной при ее малой величине происходит увеличение КПД. Однако если связь становится слишком большой, то нарушаются условия компактной группировки пучка и КПД начинает уменьшаться. Особенно явно это выражено для ультрарелятивистских приборов СВЧ, для которых из соотношений подобия [7, 8] следует, что при максимальном КПД связь пучка с волной должна быть слабой и убывать обратно пропорционально кинетической энергии электронов. Кроме того, слабое поле пространственного заряда может способствовать в определенных условиях лучшей группировке пучка и некоторому повышению КПД [6]. При больших же значениях параметра σ^2 поле пространственного заряда препятствует группировке.

Из всего сказанного можно сделать вывод, что для геометрии 1 связь пучка с волной меньше оптимальной, и поэтому КПД возрастает с приближением пучка к диэлектрику, а для геометрии 2 связь слишком сильная, так что КПД будет увеличиваться при удалении пучка от диэлектрика. Увеличение параметра пространственного заряда σ^2 с удалением пучка от диэлектрика для геометрии 1 происходит очень резко, а для геометрии 2 — довольно медленно. Это также влияет на зависимость КПД генерации от радиуса пучка.

Очевидно, что существуют такие геометрии волновода, для которых зависимость КПД от радиуса пучка при постоянном его токе имеет максимум. Определение соответствующего этому максимуму радиуса имеет немаловажное практическое значение.

Заключение

Построенная в настоящей работе нелинейная теория черенковского взаимодействия сильноточного трубчатого релятивистского электронного пучка с диэлектрическим волноводом позволяет рассчитать КПД и оптимальную длину генератора на основе такой системы. Показано, что в режиме большого пространственного заряда генератор является более устойчивым к возможной неустойчивости параметров пучка, а для проведения расчетов в этом режиме необходим учет высших гармоник поля пространственного заряда. Наибольшие значения КПД генерации достигаются в условиях, когда влияние пространственного заряда существенно. Исследованы зависимости КПД и оптимальной длины от тока и радиуса пучка для некоторых конкретных геометрий диэлектрического волновода. Суммируя результаты проведенных расчетов, можно сделать вывод о реальной достижимости КПД на уровне 25—40 % для черенковских генераторов данного типа.

В заключение сделаем несколько замечаний. Как указывалось в работе [1], использование значений коэффициентов связи и депрессии, определенных на частоте синхронизма, может привести к ошибкам в режиме большого пространственного заряда. Результаты будут точнее, если вычислять эти коэффициенты на частоте, соответствующей максимальному пространственному инкременту, решая точное дисперсионное уравнение [1, 4]. В настоящей работе были проведены такие расчеты для тех же параметров, что и на рис. 5, а, при токе пучка $I=3.4$ кА. Сравнение полученных результатов показывает, что уточненное значение КПД составляет 33.5 % вместо 36.4 %, а оптимальной длины L_{opt}/R — 13.9 вместо 10.9. Видно, что здесь отличие менее существенно, чем отличие пространственных инкрементов при тех же параметрах [1].

Если неравенство $\rho \ll 1$ не выполняется, то максимальное усиление синхронной волны будет достигаться при расстройке δ , отличной от соответствующей максимальному пространственному инкременту. В таком случае необходимо внести определенные поправки к расстройке δ . Если же $1 - \rho \ll 1$, то более приемлемыми оказываются известные методы теории возбуждения резонаторов [5].

Наконец, отметим, что изложенная теория позволяет учесть энергетический разброс электронов пучка. Для этого достаточно внести некоторое распределение по ν в граничные условия (1.10).

Авторы выражают благодарность Г. П. Фоменко за постоянное внимание к работе и полезные обсуждения результатов.

Список литературы

- [1] Карбушев Н. П., Шлапаковский А. С. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 3. С. 161—168.
- [2] Garate E. P., Walsh J. E. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1985. Vol. 13. N 6. P. 524—530.
- [3] Иванов С. Т., Николов Н. А. // Болг. физ. журн. 1979. Т. 6. № 4. С. 491—497.
- [4] Letons D. S., Thode L. E. // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56. N 25. P. 2684—2687.
- [5] Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.
- [6] Филимонов Г. Ф., Бадлевский Ю. Н. Нелинейное взаимодействие электронных потоков и радиоволн в ЛБВ. М.: Сов. радио, 1971. 184 с.
- [7] Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 10. С. 1586—1589.
- [8] Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д., Сморгонский А. В. // Релятивистская высокочастотная электроника / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. Горький, 1979. С. 76—113.
- [9] Ковалев Н. Ф., Сморгонский А. В. // ПриЭ. 1975. Т. 20. № 6. С. 1305—1309.

Научно-исследовательский
институт ядерной физики
при Томском политехническом
институте им. С. М. Кирова

Поступило в Редакцию
13 января 1988 г.
В окончательной редакции
21 ноября 1988 г.