

## КОНТАКТНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ КВАНТОВОЙ ЯМЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ГЕТЕРОСТРУКТУРЕ

Д. Н. Бычковский, Т. П. Воронцова, О. В. Константинов

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021, Санкт-Петербург, Россия

(Получена 19.06.1992. Принята к печати 26.06.1992)

Из условия равенства химических потенциалов двумерного и трехмерного газа электронов получено замкнутое уравнение для определения контактного потенциала квантовой ямы относительно окружающей толщии широкозонного полупроводника. В последней возникает истощенный слой макроскопической толщины до одной десятой микрона. Показано, что сдвиг уровней в квантовой яме относительно ее дна, обусловленный зарядом электронов, весьма невелик, и им можно пренебречь. Эффекты, к которым приводит макроскопически толстая истощенная область — это ее проявление на вольт-фарадных характеристиках барьерных структур с квантовой ямой в толще и превращение возбужденного состояния электрона в яме в квазистационарное. Последний эффект должен проявиться в явлении резонансного тунелирования через возбужденный уровень.

**Введение.** В полупроводниковой структуре с неоднородным химическим составом обычно возникают контактные поля, обусловленные перетеканием электронов в те области структуры, где их энергия ниже. Подобное же происходит и в квантовой яме, образованной слоем узкозонного полупроводника в широкозонной толще. Так, например, в полупроводнике *n*-типа электроны собираются в яму из окружающей широкозонной толщи, если только яма не легирована специально сильнее, чем окружение. В результате в толще вокруг ямы образуется область пространственного заряда (ОПЗ) положительных доноров, а яма заряжается электронным газом отрицательно. Равновесие достигается тогда, когда уровень Ферми двумерного газа в яме выравнивается с уровнем Ферми трехмерного электронного газа в окружающем полупроводнике. Из этого условия в работе получено замкнутое уравнение для контактного потенциала ямы, который определяется как подъем потенциальной энергии на краю ямы. На рис. 1, *a* изображен ход дна зоны проводимости в исходной гетероструктуре. На рис. 1, *b* показано изменение потенциального профиля, обусловленное перетеканием электронов из широкозонной толщи в узкозонную область квантовой ямы. Контактный потенциал обозначен через  $V_D$ , чтобы подчеркнуть его сходство с диффузионным потенциалом *p-n*- или *m-s*-структуры. Выравнивание уровней Ферми электронов в яме и в толще происходит в основном за счет подъема дна ямы на ту же самую величину  $V_D$ . Кроме того, происходит некоторое «вспучивание» дна квантовой ямы, в результате чего оно приобретает форму бутылочного донышка. Эта выпуклость выталкивает уровни в яме вверх.

В работе показано, что эффект, обусловленный вспучиванием дна, оказывается малосущественным для ям шириной до 100 Å в системе  $Al_xGa_{1-x}As$ . Система уровней в яме, если отсчитывать их энергии от дна ямы, оказывается практически той же, что и в исходной прямоугольной яме. Это связано с тем, что вспучивание невелико. Кроме того, замена прямоугольных вращин вокруг ямы на остроугольные также малосущественна ввиду большой толщины ОПЗ. Толщина ОПЗ достигает 0.1 мкм, так что микроскопически тонкая яма оказывается окруженной макроскопически широким истощенным слоем.

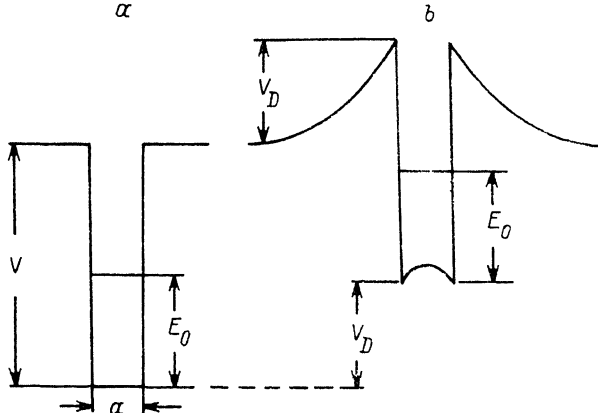


Рис. 1. *a* — прямоугольная яма, образованная идеальной резкой двойной гетероструктурой; *b* — та же яма, искаженная влиянием заряда электронов, абсорбированных ямой из окружающей широкозонной толщи.

Контактные поля микроскопически тонких слоев рассматривались в литературе и ранее при изучении структур с профилированным легированием. Так, электроны в активном слое полевого транзистора с высокой подвижностью (*HEMT*) собираются там за счет перетекания в узкозонный полупроводник из широкозонного сильно легированного материала. В литературе существует точка зрения, что расчет контактных полей в подобных структурах является объектом численного моделирования. Совместное решение уравнений Шредингера и Пуассона производится при этом путем последовательных итераций. Так же решаются и задачи, связанные с контактными полями квантовых ям резонансно-туннельных структур [1]. В этой монографии считается, что число итераций должно быть не менее десяти. Нами показано, что все подобные итерации фактически нужно делать лишь при решении трансцендентного уравнения для одного единственного числа — контактного потенциала квантовой ямы. Что же касается совместного решения уравнений Пуассона и Шредингера, то число итераций здесь не будет превышать двух.

## 1. Основные результаты

В работе показано, что для расчета диффузионного потенциала квантовой ямы действительно достаточно двух итераций, причем вторая играет роль оценки точности. При первой итерации используются волновая функция и энергия электрона  $E_0$  в невозмущенной прямоугольной квантовой яме, изображенной на рис. 1, *a*. Из условия равенства химического потенциала электронов в яме и в широкозонной толще получается следующее уравнение для контактного потенциала квантовой ямы:

$$V_D + \frac{k_B T}{e} \ln [\exp (N_s / N_{sc}) - 1] = V - \frac{\mu - E_0}{e}, \quad (1)$$

где  $k_B T / e$  — тепловое напряжение.

Поверхностная плотность электронов  $N_s$ , абсорбированных квантовой ямой, связана с  $V_D$  решением уравнения Пуассона. Мы использовали для этого приближение истощенного слоя:

$$N_s = 2N_D W, \quad W = (\epsilon_1 V_D / 2\pi e N_D)^{1/2}. \quad (2)$$

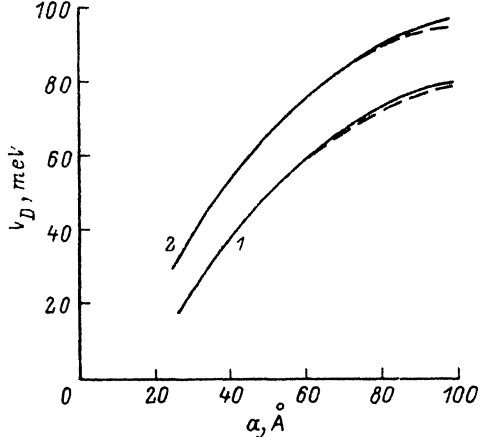


Рис. 2. Зависимость диффузионного потенциала квантовой ямы от ее ширины.  $N_D$ ,  $\text{см}^{-3}$ : 1 —  $10^{16}$ , 2 —  $10^{17}$ . Сплошные кривые получены без учета изменения положения уровней в яме, штриховые — с учетом этого изменения.

Здесь  $\epsilon_1$  и  $N_D$  — диэлектрическая проницаемость и концентрация ионизованных доноров в широкозонной толще,  $W$  — толщина ОПЗ в ней.

Потенциал  $V$  в формуле (1) для первой итерации совпадает с разрывом зоны  $\Delta E_c$  на гетеропереходе:

$$eV = \Delta E_c. \quad (3)$$

Величина  $\mu$  — химический потенциал в толще, отсчитанный от дна зоны проводимости. Для невырожденных электронов

$$\begin{aligned} \mu &= k_B T \ln(N_D/N_{c1}), \\ N_{c1} &= 2(m_1 k_B T / 2\pi \hbar^2)^{3/2}, \end{aligned} \quad (4)$$

$m_1$  и  $N_{c1}$  — эффективная масса и плотность состояний в широкозонной толще. Величина  $N_{sc}$  — двумерная плотность состояний электронов в яме:

$$N_{sc} = m k_B T / \pi \hbar^2, \quad (5)$$

где  $m$  — эффективная масса электрона в узкозонном материале ямы.

При выводе уравнения (1) было использовано лишь свойство двумерности электронов в яме. Конкретный вид квантовой ямы сказывается лишь на энергии основного состояния  $E_0$  и на глубине потенциала  $V$ . При учете сил зеркального изображения и электрического поля заряда ямы (эффект Шоттки) происходит уменьшение глубины ямы. При первой же итерации мы приняли  $V = 0.2$  эВ, что характерно для лазерных структур в системе  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  и соответствует  $x = 0.3$  для широкозонной толщи и  $x = 0$  для ямы. При этом  $\epsilon = 13.1$ ,  $\epsilon_1 = 12.2$ ,  $m = 0.067m_0$ ,  $m_1 = 0.092m_0$ . Для концентрации доноров мы использовали два значения:  $N_D = 10^{16}$  и  $10^{17}$   $\text{см}^{-3}$  (рис. 2, кривые 1 и 2). Расчет проводился для  $T = 300$  К, так что  $N_{c1} = 0.99 \cdot 10^{18}$ ,  $N_{sc} = 7.24 \cdot 10^{11}$   $\text{см}^{-3}$ . Результаты решения уравнения (1) представлены на рис. 2. Сплошными кривыми показаны значения контактного потенциала  $V_D$ , получаемые при первой итерации. Штриховой кривой показаны значения  $V_D$ , получающиеся при учете заряда электронов, абсорбированных ямой, и связанного с ним искажения формы ямы. Влияние заряда электронов проявляется главным образом в изменении положения дна ямы. Этот факт был учтен при выводе уравнения (1) и связан с появлением контактного

потенциала. Кроме того, несколько меняется положение уровня  $E_0$ , отсчитанного от дна ямы, благодаря вспучиванию ее дна. Этот эффект можно оценить, сравнивая энергии  $E_0$  и  $E_0^p$ , которые приведены в таблице.

| $a, \text{ \AA}$ | $E_0^p,$<br>мэВ | $E_0^b,$<br>мэВ | $E_0,$<br>мэВ | $W,$<br>мкм | $10^{11} N_s,$<br>$\text{см}^{-2}$ | $\Delta V,$<br>мэВ |
|------------------|-----------------|-----------------|---------------|-------------|------------------------------------|--------------------|
| 40               | 86.1            | 85.9            | 85.9          | 0.074       | 1.5                                | 4.6                |
| 60               | 57.0            | 56.8            | 55.9          | 0.094       | 1.9                                | 5.8                |
| 80               | 41.0            | 40.8            | 39.0          | 0.105       | 2.1                                | 6.9                |
| 100              | 31.7            | 31.4            | 28.7          | 0.110       | 2.2                                | 8.0                |

Видно, что максимальный подъем уровня на 3 мэВ происходит в яме шириной 100 Å. Кроме вспучивания дна ямы, происходит также изменение глубины ямы на величину  $\Delta V$  благодаря упоминавшемуся выше эффекту Шоттки. Величина  $\Delta V$  также приведена в таблице. При этом, как видно, уровень в яме, обозначенный  $E_0^b$ , поднимается вверх несколько меньше. Учет сдвига уровня  $E_0$ , а также изменения глубины ямы  $V$  и приводят к замене сплошных кривых на рис. 2 на штриховые. Видно, что это малосущественное изменение. Наиболее интересная для нас величина, связанная с  $V_D$ , это толщина истощенного слоя  $W$ , приведенная в таблице. Эти значения получены для невозмущенной ямы (рис. 2, сплошная кривая). Если же использовать значения  $V_D$ , показанные штриховой кривой, то для  $a = 100 \text{ \AA}$  толщина ОПЗ уменьшается примерно на 13 Å. Ясно, что такое изменение несущественно, хотя бы потому что с погрешностью приближения истощенного слоя связана заметно бóльшая неточность  $V_D$ . Главный результат — это факт возникновения вполне макроскопического истощенного слоя, порядка 0.1 мкм, вокруг микроскопически тонкой квантовой ямы. Этот слой должен быть вполне наблюдаем при измерениях вольт-фарадной характеристики (ВФХ) барьерных структур. Если в  $n$ -толще барьерной структуры ( $p-n$  или  $m-s$ ) присутствует квантовая яма, то при подаче на барьерную структуру истощающего, обратного, смещения на ВФХ структуры должна появиться ступенчатая особенность. Последняя возникает при таком значении обратного смещения, когда ОПЗ квантовой ямы смыкается с ОПЗ, примыкающей к барьерному контакту. Этому вопросу мы посвятим отдельное сообщение, поскольку таким способом можно исследовать квантовые ямы лазерных структур с помощью емкостного метода.

Другой областью применения предлагаемой здесь теории может быть двухбарьерная структура с квантовой ямой, используемая в резонансно-туннельном диоде. Обычно эта структура имеет несколько более сложный профиль потенциала, чем изображенный на рис. 1, поскольку в резонансно-туннельном диоде используются тонкие барьеры из чистого арсенида алюминия. Для описания таких структур требуется, однако, весьма несложное обобщение предлагаемой теории. Кроме того, возможно также и использование простейшей двойной гетероструктуры, изображенной на рис. 1, поскольку за счет отрицательного заряда ямы барьеры возникают и в такой структуре, как это показано на рис. 1,  $b$ . В связи с этим интересно обсудить, где будет находиться уровень первого возбужденного состояния электрона в квантовой яме. Расчет показывает, что этот уровень практически во всех случаях оказывается выше дна зоны проводимости в широкозонном материале, т. е. он оказывается квазистационарным. В этом смысле он интересен с точки зрения такой разновидности резонансно-туннельного диода, когда туннелирование происходит не через основное состояние квантовой ямы, а через возбужденное [2]. Для анализа положения первого возбужденного состояния  $E_1$  при различной толщине квантовой ямы следует

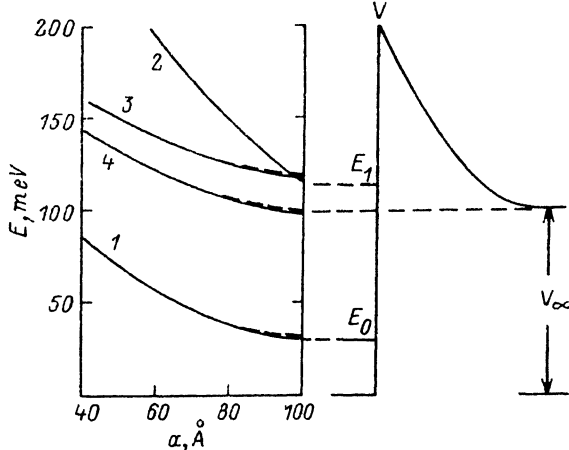


Рис. 3. Зависимость энергии основного (1) и возбужденного (2) состояний в яме от ее ширины. 3, 4 — энергетическое заглубление дна ямы относительно дна зоны проводимости в толще;  $N_D$ ,  $\text{см}^{-3}$ : 3 —  $10^{16}$ , 4 —  $10^{17}$ . Справа показана диаграмма уровней в яме толщиной 100 Å для  $N_D = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .

использовать результаты расчета диффузионного потенциала  $V_D$ , приведенные на рис. 2, а также рассчитать энергию  $E_1$ . Для построения этих зависимостей удобно отсчитывать энергию от дна квантовой ямы, тогда положение дна зоны проводимости в толще будет уже не нулем, как ранее, а величиной  $V_\infty$ :

$$V_\infty = V - V_D. \quad (6)$$

Различные энергии, характеризующие электроны в квантовой яме, приведены как функции ширины ямы на рис. 3. Здесь кривые 1 и 2 — энергии основного состояния  $E_0$  и возбужденного  $E_1$ , а кривые 3 и 4 — энергии  $V_\infty$  для концентраций  $N_D = 10^{16}$  и  $10^{17} \text{ см}^{-3}$  соответственно. Справа на рисунке изображена диаграмма энергетических уровней в яме, соответствующая правой границе графика, т. е. ширине ямы  $a = 100 \text{ Å}$ . Диаграмма относится к  $N_D = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Из нее видно, что уровень  $E_1$  является квазистационарным, так как  $E_1 > V_\infty$ . Из графика видно также, что уровень  $E_1$  вообще исчезает при ширине ямы, меньшей 60 Å.

## 2. Термодинамическое равновесие между подсистемами двумерного и трехмерного газа электронов

Уже упоминалось, что все электроны, захваченные квантовой ямой, находятся на ее основном уровне  $E_0$ . Возбужденный уровень не существует как стационарное состояние, по крайней мере, для ям с шириной до 100 Å. Ансамбль частиц, захваченных в основное состояние ямы, можно рассматривать как подсистему со сплошным спектром энергии

$$\varepsilon_k = E_0 + \hbar^2 k_1^2 / 2m, \quad (7)$$

где  $k_1$  — двумерный волновой вектор, параллельный плоскостям гетеропереходов. Введем химический потенциал  $\zeta_w$  этой подсистемы, отсчитываемый от дна ямы, так же как и энергии (7). Полное число  $N_s$  электронов на единицу площади ямы выразится тогда обычным соотношением

$$N_s = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^2k [\exp((\varepsilon_k - \zeta_w)/k_B T) + 1]^{-1}. \quad (8)$$

Этот интеграл без труда сводится к интегралу Ферми—Дирака  $\mathcal{F}_0$  [3]:

$$N_s = N_{sc} \mathcal{F}_0 [(\xi_w - E_0)/k_B T];$$

$$\mathcal{F}_0(\eta) = \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\exp(\varepsilon - \eta) + 1}, \quad (9)$$

где плотность состояний  $N_{sc}$  дается формулой (5). Подсистема двумерного газа находится в термодинамическом равновесии с подсистемой трехмерного газа в толще. Для последней уровень Ферми  $\xi$  также следует отсчитывать от дна ямы:

$$\xi = V_{\infty} + \mu, \quad (10)$$

где  $V_{\infty}$  и  $\mu$  определяются согласно (6) и (4).

Тогда условие термодинамического равновесия будет иметь вид

$$\xi_w = \xi. \quad (11)$$

В формуле (11) правая часть непосредственно выражается через искомый диффузионный потенциал  $V_D$  с помощью (10) и (6). Левая часть является, однако, неявной функцией  $V_D$ , поскольку  $V_D$  входит в  $N_s$  посредством условия нейтральности (2), а  $N_s$  связано с  $\xi_w$  соотношением (9). Последнее уравнение, однако, непригодно для аналитического представления. Это затруднение можно преодолеть, если использовать очень точную аппроксимацию для интеграла  $\mathcal{F}_0$ , приведенную в [3]:

$$\mathcal{F}_0(\eta) = \ln(\exp \eta + 1). \quad (12)$$

Такая аппроксимация пригодна как для невырожденного двумерного газа ( $\exp \eta \ll 1$ ), так и для вырожденного ( $\exp \eta \gg 1$ ). Из формулы (12) можно легко получить выражение для обратной функции, т. е. выразить химический потенциал  $\xi_w$  через поверхностную концентрацию  $N_s$ :

$$\xi_w - E_0 = k_B T \ln[\exp(N_s/N_{sc}) - 1]. \quad (13)$$

Теперь уже нетрудно записать как правую, так и левую части условия равновесия (11) через  $V_D$  и  $N_s$  и с помощью (10), (6) и (13) прийти к основному уравнению (1) для контактного потенциала квантовой ямы.

### 3. Уровни электрона в квантовой яме

1) *Первая итерация.* На первом этапе итерационного процесса волновые функции и энергии электрона считаются такими же, как в прямоугольной яме.

Удобно рассматривать отдельно состояния, симметричные и антисимметричные относительно центра ямы.

Волновые функции симметричного типа будут вида

$$\psi(x) = \begin{cases} \cos kx & \text{при } x < a/2, \\ A \exp[-q(x - a/2)] & \text{при } x > a/2, \end{cases} \quad (14)$$

где волновой вектор  $k$  и постоянная спада  $q$  имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} &= E, \\ \frac{\hbar^2 q^2}{2m_1} &= eV - E. \end{aligned} \quad (15)$$

Постоянные  $E$  и  $A$  находятся из двух граничных условий при  $x = a/2$ :

$$\psi(a/2) = \psi_1(a/2),$$

$$\frac{1}{m} \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x=a/2} = \frac{1}{m_1} \frac{d\psi_1}{dx} \Big|_{x=a/2}, \quad (16)$$

где  $\psi$  и  $\psi_1$  — волновые функции внутри и вне ямы, даваемые соответственно верхней и нижней строками (14). Волновая функция симметричного состояния (13) нормирована нами так, чтобы ее значение в центре ямы было равно единице. Граничные условия (16) приводят к трансцендентному уравнению для энергии

$$k \operatorname{tg}(ka/2) = qm/m_1. \quad (17)$$

Нечетные волновые функции (например, первое возбужденное состояние) будут содержать в верхней строке соотношения (14): функцию  $\sin kx$  вместо функции  $\cos kx$ . Для них дисперсионное уравнение будет следующее:

$$k \operatorname{ctg}(ka/2) = -qm/m_1. \quad (18)$$

Энергия  $E_0$  основного состояния, найденная в первой итерации из уравнения (17), должна быть подставлена в основное уравнение (1) для определения  $V_D$  и  $N_s$  в первом приближении. Функции (14) первого приближения следует использовать для нахождения концентрации электронов  $n(x)$ , которая далее используется при построении второго приближения:

$$n_x = n_0 \times \begin{cases} \cos^2(kx), & x < a/2; \\ \cos^2(ka/2) \exp[-2q(x - a/2)], & x > a/2. \end{cases} \quad (19)$$

По причине простоты численного решения уравнения Шредингера мы заменим распределение (19) на мало отличающееся от него степенное распределение:

$$n(x) = n_0 \times \begin{cases} 1 - s(2x/a)^2, & x < a/2; \\ (1 - s) \exp[-2q(x - a/2)], & x > a/2; \end{cases} \quad (20)$$

где  $s$  — параметр, определяемый в ходе итерационного процесса ( $s < 1$ ). На первой итерации

$$s = \sin^2(ka/2), \quad n(a/2) = n_0 \cos^2(ka/2). \quad (21)$$

Концентрация  $n_0$  в центре ямы находится из условия, чтобы интеграл по  $x$  от распределения (20) давал найденное выше значение поверхностной концентрации  $N_s$ :

$$n_0 = \frac{N_s}{a \left[ \left(1 - \frac{s}{3}\right) + (1 - s)/qa \right]}. \quad (22)$$

При использовании распределения (20) удобно ввести новую переменную  $y = 2x/a$ , тогда

$$n(y) = n_0 (1 - sy^2). \quad (23)$$

В (23) мы привели распределение концентрации лишь внутри ямы, которое и представляет для нас главный интерес. Уравнение Пуассона для переменной  $y$  будет следующее:

Рис. 4. Зависимости ширины ямы безразмерной энергии основного состояния  $\lambda$  (1), энергетического сдвига за счет заряда ямы  $\Delta\lambda$  (2, 2') и безразмерного параметра  $\gamma$  (3). 2 — расчет по теории возмущений, 2' — точное решение. Все результаты относятся к концентрации  $N_D = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

$$\frac{d^2 v}{dy^2} = -\frac{\pi n_0 e^2 a^2}{\epsilon} (1 - sy^2). \quad (24)$$

Решение уравнения (24) требует задания двух граничных условий. Одно из них состоит в том, что потенциал  $v$  выбран равным нулю на краю ямы ( $x = \pm a/2$ ), там, где он достигает наименьшего значения. Второе состоит в равенстве нулю производной в центре ямы, где потенциал максимален. Тогда это решение приобретает форму

$$v(y) = \frac{\pi n_0 e^2 a^2}{2\epsilon} \left[ (1 - y^2) - \frac{s}{6} (1 - y^4) \right]. \quad (25)$$

В уравнении Шредингера для волновой функции электрона внутри ямы также удобно использовать переменную  $y = 2x/a$ . Тогда естественной единицей энергии электрона будет величина

$$E_a = 2k^2/ma^2. \quad (26)$$

Безразмерная энергия  $\lambda$  и безразмерная высота барьера  $\beta$  приобретают вид

$$\lambda = E/E_a, \quad \beta = eV/E_a. \quad (27)$$

2) *Вторая итерация.* Потенциал заряда электронов  $v$ , даваемый (25), в безразмерной форме будет вида

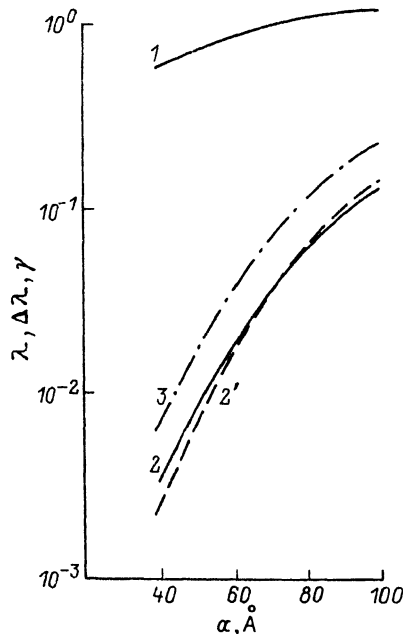
$$\eta(y) = \gamma \left[ (1 - y^2) - \frac{s}{6} (1 - y^4) \right]; \quad (28)$$

$$\gamma = \frac{\pi n_0 m e^2 a^4}{4\epsilon \hbar^2}.$$

Этот потенциал входит в безразмерное уравнение Шредингера для области внутри ямы

$$\frac{d^2 \psi}{dy^2} + \eta(y) \psi = \lambda \psi. \quad (29)$$

Потенциал  $\eta$  пропорционален безразмерному параметру  $\gamma$ , который мал по сравнению с единицей, тогда как параметр  $\lambda$  — порядка единицы. На рис. 4 эти величины отложены для удобства сравнения в логарифмическом масштабе (кривые 1 и 3 для  $\lambda$  и  $\gamma$  соответственно). Кривые построены для концентрации  $N_D = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Как видно из рисунка,  $\gamma \ll \lambda$ , поэтому потенциал  $\eta$  можно учитывать по теории возмущений. Величину  $\Delta\lambda$ , представляющую собой сдвиг уровня  $\lambda$ , изображают кривые 2 и 2'. Штриховая кривая 2' — результат точного





численного решения уравнения (29). Мы опишем процедуру его построения несколько позже.

Сплошная кривая 2 — это результат расчета сдвига  $\Delta\lambda$  по теории возмущений, согласно которой

$$\Delta\lambda_{pt} = \frac{2}{3} \gamma \frac{1 - \frac{2}{5}s + \frac{s^2}{21}}{1 - \frac{s}{3} + \frac{1-s}{qa}}. \quad (30)$$

Формула (29) получена путем усреднения потенциала  $\eta$ , даваемого (28), по обычному правилу:

$$\Delta\lambda_{pt} = \int_0^1 \eta(y) p(y) dy, \quad (31)$$

где  $p_y$  — вероятность реализации, согласно распределению (23) для концентрации  $n(y)$ :

$$p(y) = an(y)/N_s. \quad (32)$$

Опишем теперь процедуру численного решения уравнения (29). Волновую функцию  $\psi(y)$  симметричного типа внутри ямы представим в виде степенного ряда

$$\psi(y) = 1 - a_2 y^2 + a_4 y^4 - a_6 y^6 + \dots \quad (33)$$

Для нахождения коэффициентов  $a_2, a_4$  и т. д. можно получить из уравнения (29) следующую рекуррентную формулу:

$$a_n = \frac{(\lambda - b_0) a_{n-2} - b_2 a_{n-4} - b_4 a_{n-6}}{n(n-1)}, \quad (34)$$

где  $b_0, b_2$  и  $b_4$  — коэффициенты разложения потенциала  $\eta(y)$  в степенной ряд согласно формуле (28). Соотношение (34) следует использовать лишь при  $n \geq 2$ . При этом следует положить

$$a_0 = 1, a_{-2} = 0, a_{-4} = 0. \quad (35)$$

Вычислив с помощью (34) пять-шесть первых коэффициентов ряда, можно найти логарифмическую производную  $\mathcal{L}(1)$  при  $y = 1$ :

$$\mathcal{L}(1) = -\psi'(1)/\psi(1). \quad (36)$$

Нетрудно видеть, что

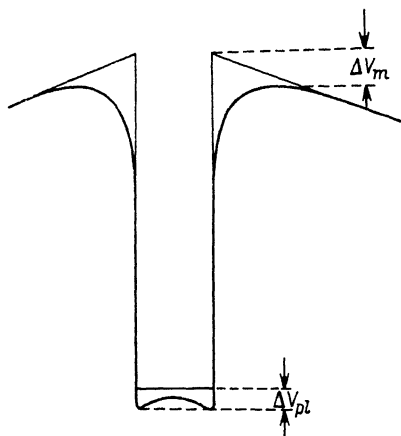
$$\mathcal{L}(1) = \frac{2a_2 - 4a_4 + 6a_6 - 8a_8 + \dots}{1 - a_2 + a_4 - a_6 + a_8 - \dots}. \quad (37)$$

Используя граничное условие (16), получим дисперсионное уравнение для определения собственного значения

$$\mathcal{L}(1) = \sqrt{\beta - \lambda} \sqrt{m/m_1}. \quad (38)$$

Параметр  $\lambda$  входит в левую часть (38) согласно рекуррентной формуле (34). Уравнение (38) можно решить даже с помощью прог-

раммируемого калькулятора. Энергетический параметр  $\lambda$  входит в уравнение (38), как в правую часть, так и в левую. Параметр глубины ямы  $\beta$  входит только в правую часть (38). Его мы выбирали двояким способом: либо считая глубину ямы невозмущенной и равной 0.2 эВ (соответствующая энергия обозначена в таблице как  $E^{np}$ ), либо же учитывая уменьшение глубины ямы на величину  $\Delta V$  (она также приведена в таблице, и соответствующая энергия обозначена как  $E^p$ ). Все данные в таблице получены для  $N_D = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .



#### 4. Изменение высоты потенциального барьера

Потенциальная энергия электрона  $U(x)$ , находящегося в ОПЗ на расстоянии нескольких десятков ангстрем от квантовой ямы, определяется суммой энергии электрона в однородном поле  $-eEx$  и энергии электрона в поле сил зеркального изображения:

$$U(x) = -eEx - e^2/4\epsilon_1 x. \quad (39)$$

Поле  $E$  определяется поверхностной плотностью электронов в яме:

$$\epsilon_1 E = 2\pi e N_s. \quad (40)$$

Максимум энергии (38) располагается в точке  $x_m$ :

$$x_m = (8\pi N_s)^{-1/2}. \quad (41)$$

Понижение барьера в точке  $x_m$  будет равно

$$\Delta V_m = e^2/2\epsilon_1 x_m. \quad (42)$$

Это понижение показано на рис. 5. Силы изображения, однако, действуют не только на больших расстояниях от ямы. Они оказывают влияние и внутри слоя плазмы электронов в яме, где также происходит понижение потенциальной энергии. В работе [4] показано, что для безграничной плазмы это понижение дается формулой Дебая—Хюнкеля:

$$\Delta V_{pl} = e^2/2\epsilon L_D, \quad (43)$$

где  $L_D$  — дебаевский радиус в плазме.

Полное уменьшение глубины потенциальной ямы  $\Delta V$  будет, очевидно, равно разности этих членов:

$$e\Delta V = \Delta V_m - \Delta V_{pl} = \frac{e^2}{2} \left( \frac{1}{\epsilon_1 x_m} - \frac{1}{\epsilon L_D} \right). \quad (44)$$

Формула (43), а значит и (44), справедлива, как показано в работе [5], лишь для того случая, когда толщина слоя плазмы превосходит дебаевский радиус  $L_D$ , т. е. при  $a > L_D$ . В реальных условиях эти величины одного порядка,

поэтому в соотношении (44) содержится некоторая некорректность, о которой мы уже выше упоминали. Тем не менее для оценки влияния указанных эффектов мы использовали формулу (44), и результаты вычислений по этой формуле и приведены в последней колонке таблицы. Кроме того, мы пренебрегли тем фактом, что прямоугольные контуры ямы сглаживаются за счет сил зеркального изображения, поскольку все упомянутые кулоновские эффекты дают малое изменение положения уровня в яме относительно ее дна.

В заключение авторы выражают благодарность М. И. Дьяконову за полезное обсуждение.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Physics of Quantum Electronic Devices (ed. by F. Capasso), Springer Ser. in Electronics and Photonics, 28, 299 (1989).
- [2] G. Haddad, U. Reddy, J. Sun, R. Mains. Superlatt. Microstr. 7, 369 (1990); I. Mehdi, G. Haddad. J. Appl. Phys., 67, 2643 (1990).
- [3] Дж. Блэкмор. Статистика электронов в полупроводниках, 392. М. (1964).
- [4] Д. Н. Бычковский, О. В. Константинов, Б. В. Царенков. ФТП, 24, 1848 (1990).
- [5] Н. С. Аверкиев, Г. Е. Пикус, М. Л. Шматов. ФТТ, 30, 3276 (1988).

Редактор Л. В. Шаронова

---