

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ТУННЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ  
ЧЕРЕЗ ДВУХБАРЬЕРНУЮ КВАЗИПАРАБОЛИЧЕСКУЮ КВАНТОВУЮ  
ЯМУ**

Волкова Е. А., Попов А. М., Поповичева О. Б.

На основе численного решения одномерного нестационарного уравнения Шредингера рассматривается вопрос о транспорте электронов через двухбарьерную квазипараболическую квантовую яму (КЯ) на основе GaAs/AlGaAs. Показана важность выбора вида начального волнового пакета (ширины и формы) для характеристики туннелирования. Получены времена накопления заряда в КЯ и его распада в зависимости от энергии электронов. Показано, что коэффициент пропускания данной структуры обладает системой эквидистантных пиков, соответствующих туннелированию через квазистационарные состояния осциллятора и виртуальные уровни в континууме КЯ.

Большие достижения в последние годы в технике получения полупроводниковых гетероструктур позволили создавать приборы, использующие волновые свойства носителей заряда. Одной из наиболее важных, с практической точки зрения, таких структур является двухбарьерная структура, содержащая квантовую яму (КЯ) [1], свойства которой определяются эффектом резонансного туннелирования. Большинство теоретических исследований этого эффекта основано на решении стационарного уравнения Шредингера для электронной волновой функции [2, 3]. Существенной чертой этого подхода является представление об электроне как о плоской волне с заданными значениями энергии и импульса, движущейся в направлении КЯ. Ограниченностя такого приближения очевидна в связи с тем, что в реальных условиях пространственная область локализации электрона ограничена либо длиной пробега относительно электрон-фононного рассеяния, либо размером эмиттерной области структуры, поставляющей электроны, туннелирующие через КЯ. Стационарный подход не позволяет также получить динамические характеристики транспорта электронов через полупроводниковые структуры с КЯ, такие как время накопления заряда в яме и его последующего распада, определяющие длительность процесса туннелирования и предельные (по скорости срабатывания) характеристики устройств. Описание динамики процесса требует решения нестационарной задачи, для чего привлекаются методы компьютерного моделирования [4-6].

Данная работа посвящена изучению динамических особенностей транспорта электропроводов через двухбарьерную структуру с квазипараболической квантовой ямой. Такая структура представляет интерес в связи с возможностью получения большого количества эквидистантных пиков в туннельном токе, что может быть использовано для создания элементов многоуровневой логики. В работе [7] было продемонстрировано наличие 17 пиков на ВАХ двухбарьерного диода с AlGaAs/GaAs квазипараболической КЯ, 13 из которых возникают благодаря резонансному туннелированию через квазистационарные состояния в яме, а остальные — через виртуальные состояния в континууме при надбарьерном прохождении электронов через КЯ.

Динамические характеристики туннельных структур могут быть получены на основе решения нестационарного уравнения Шредингера для электронной волновой функции:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) \psi(x, t), \quad (1)$$

где  $m^*$  — эффективная масса электрона в полупроводнике,  $V(x)$  — потенциальный рельеф гетероструктуры.

Для численного решения уравнения (1) необходимо задать волновую функцию начального состояния  $\psi_0(x)$ . В [4, 5] при анализе уравнения (1) предполагалось, что  $\psi_0(x)$  является гауссовым пакетом шириной  $a$ . Вопрос о реальном виде волновой функции  $\psi_0(x)$  в гетероструктуре неясен. Однако, поскольку прозрачность барьера при туннелировании экспоненциально сильно зависит от значения волнового вектора плоской волны, падающей на барьер, можно ожидать, что результат решения уравнения (1) будет существенно зависеть не

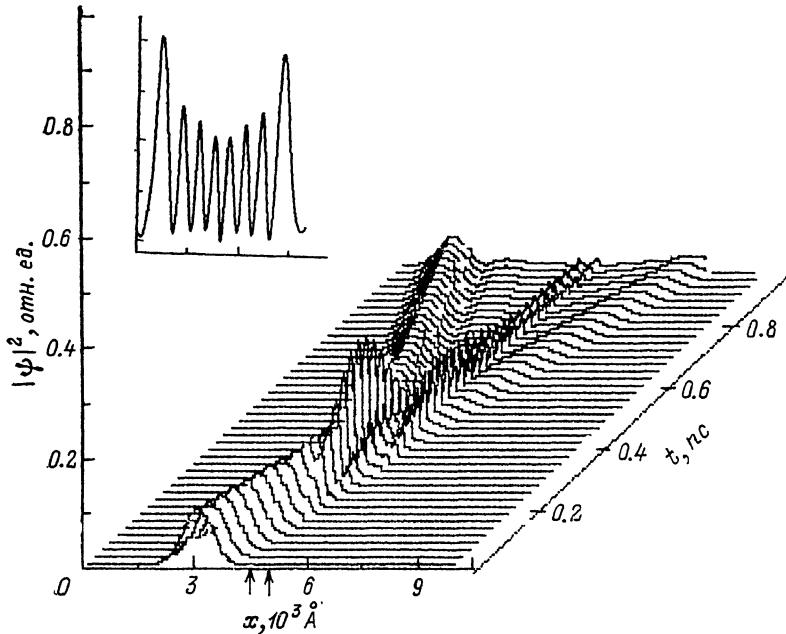


Рис. 1. Пространственно временное распределение вероятности  $|\psi|^2$  при прохождении частицы через квазипараболическую КЯ.

Начальное состояние — гауссов волновой пакет с шириной  $a=550 \text{ \AA}$  и энергией  $E_0=0.21 \text{ эВ}$ . На вставке — вид квазистационарного состояния в КЯ. Стрелками отмечена область действия потенциала.

только от ширины, но и от формы начального волнового пакета. Поэтому мы выбрали следующее выражение для волновой функции  $\psi_0(x)$ :

$$\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{q} \Gamma(1/2q)}} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} p_0 x - \frac{1}{2} (x/a)^{2q} \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $p_0$  — среднее значение импульса электрона в состоянии  $\psi_0(x)$ ,  $\Gamma(\xi)$  — гамма-функция Эйлера,  $q$  — параметр, характеризующий отличие волновой функции от гауссовой формы. Так,  $q=1$  соответствует гауссову волновому пакету, а  $q \gg 1$  — пакету прямоугольной формы. Волновая функция (2) нормирована на единицу, т. е.  $\int |\psi_0(x)|^2 dx = 1$ .

В данной работе численно решалось нестационарное уравнение Шредингера (1) с начальным условием (2) методом быстрого преобразования Фурье. Рассматривалась структура, состоящая из квазипараболической КЯ, созданной на основе сверхрешетки GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As, имеющей ширину 510 Å [8] и заключенной между двумя барьерами шириной 5 Å и высотой 0.23 эВ. Эффективная масса электрона бралась равной  $m^*=0.067 m_0$  для GaAs ( $m_0$  — масса свободного

электрона). Энергетический спектр такой КЯ близок к энергетическому спектру осциллятора

$$E_n = \hbar\omega(n + 1/2) \quad (3)$$

( $n=1, 2, 3, \dots$ ) с величиной кванта  $\hbar\omega=0.028$  эВ [8] и обладает большим количеством близкорасположенных эквидистантных уровней.

В [5] было проведено решение уравнения Шредингера (1) для такой структуры в случае, когда энергия падающей частицы находится строго в резонансе с энергетическим уровнем в яме. Это не дало возможности изучить перезонансные особенности туннелирования в случае, когда электрон способен возбудить два и более близлежащих состояния в КЯ и получить зависимость коэффициента прохождения электроном структуры во всем диапазоне энергий, в том числе в случае надбарьерного прохождения через структуру.

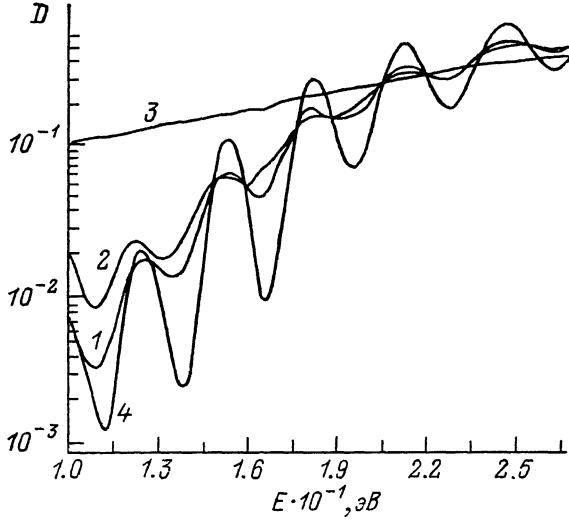


Рис. 2. Зависимость прозрачности структуры от энергии для различных начальных состояний частицы.

1, 3, 4 — гауссов пакет, 2 — пакет прямоугольной формы. Ширина пакета, Å: 1, 2 — 550, 3 — 55, 4 — 1000.

На рис. 1 приведено пространственно временно распределение плотности вероятности обнаружения электрона в различных точках пространства, полученное из решения уравнения (1) для гауссова пакета шириной  $a=550$  Å и энергией  $E=p_0^2/2m^*=0.21$  эВ. Поскольку это значение энергии находится в резонансе с одним из энергетических уровней, в КЯ возникает стоячая волна, соответствующая возбуждению стационарного состояния осциллятора. В случае, если энергия налетающего электрона не совпадает ни с одним из энергетических уровней, колебания в КЯ представляют собой суперпозицию нескольких близлежащих собственных состояний осциллятора.

На рис. 2 представлены результаты расчетов коэффициента прохождения  $D$  в зависимости от энергии для различных значений ширины и формы волнового пакета. Как видно, при  $a=55$  Å кривая  $D(E)$  носит монотонный характер. Так получилось потому, что ширина энергетического спектра начального волнового пакета

$$\Delta E_\psi \simeq \frac{\hbar}{2a} \sqrt{2E/m^*}$$

при  $a=55$  Å превышает расстояние между соседними уровнями энергии  $\hbar\omega$ , в результате чего при любом значении энергии происходит возбуждение сразу нескольких состояний осциллятора. В случае более широких пакетов ( $a=550, 1000$  Å) на зависимости  $D(E)$  наблюдаются резонансы, соответствующие возбуждению стационарных состояний квантового осциллятора, причем более

сильные резонансы присущи более узкому по  $\Delta E_\phi$  пакету. Существенно, что на прозрачность барьера оказывают заметное влияние (особенно в области малых энергий) не только ширина, но и форма падающего пакета. Так, для пакета, характеризующегося параметром  $q=10$  (такой пакет имеет форму, близкую к прямоугольной), для энергии  $E \approx 0.11$  эВ величина  $D$  оказывается примерно в 3 раза меньше, чем для такого же пакета гауссовой формы. В целом для пакета прямоугольной формы наблюдается заметное сглаживание резонанс-

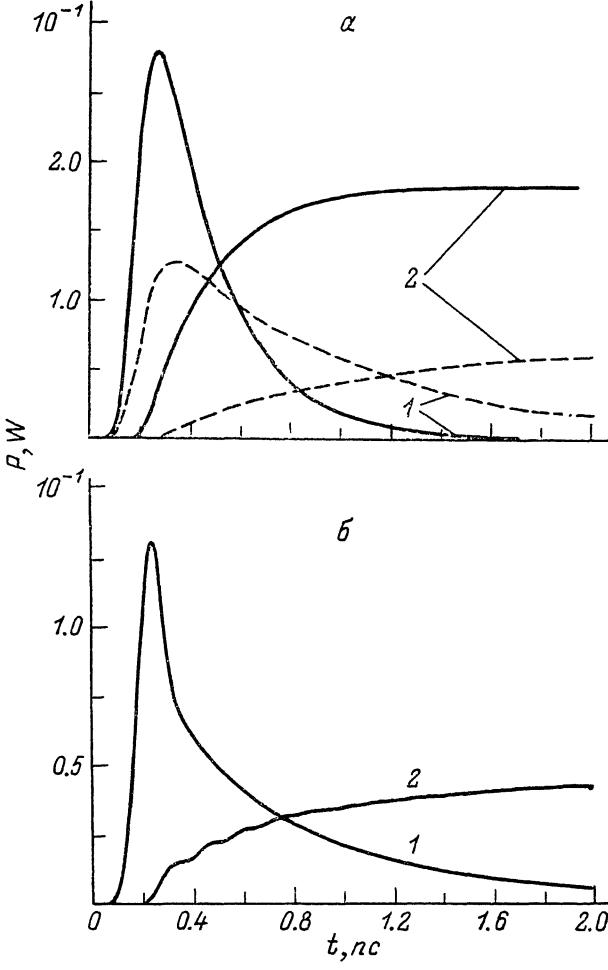


Рис. 3. Зависимости вероятностей туннелирования (1) и возбуждения состояния в КЯ (2) от времени для гауссова пакета с шириной  $a=550$  Å.  
а — энергия частицы — 0.182 эВ (сплошная кривая), 0.154 эВ (штриховая), б — энергия частицы — 0.165 эВ.

ных максимумов прозрачности, что связано с уширением его энергетического спектра по сравнению с гауссовым пакетом. При энергиях электронов, больших высоты потенциального барьера  $V_0=0.23$  эВ, также видны резонансы, наличие которых объясняется взаимодействием волнового пакета с виртуальными уровнями в континууме КЯ. Этот эффект и наблюдался в эксперименте [7].

Отметим также, что по положению максимумов прозрачности можно определять положение энергетических уровней в КЯ. В частности, данные, приведенные на рис. 2, показывают, что положение высоких уровней в КЯ (особенно виртуальных уровней) уже не описывается выражением (3), что связано с взаимодействием дискретного спектра и континуума.

Нестационарный подход позволяет исследовать также длительность процесса туннелирования в зависимости от параметров начального волнового пакета. На рис. 3 приведены результаты расчета вероятности обнаружения ча-

стицы внутри КЯ и в области классического инфинитного движения справа от структуры  $W$  в зависимости от времени для различных значений начальной средней энергии частицы. При этом коэффициент прохождения барьера может быть вычислен как

$$D = W(t \rightarrow \infty).$$

Анализ зависимостей  $W(t)$  показывает, что если средняя энергия начального состояния совпадает с энергией уровня в КЯ, распад возбужденных в яме состояний происходит по экспоненциальному закону (рис. 3, а):

$$P(t) \simeq \exp(-t/\tau), \quad (4)$$

где  $\tau$  — время жизни, которое мы определяли из графиков зависимостей  $P(t)$ . В отсутствие резонанса возбуждаемое в КЯ состояние является нестационарным и следствием этого являются, в частности, осцилляции по кривой  $W(t)$ , изображенной на рис. 3, б, что приводит к нарушению закона экспоненциального рас-

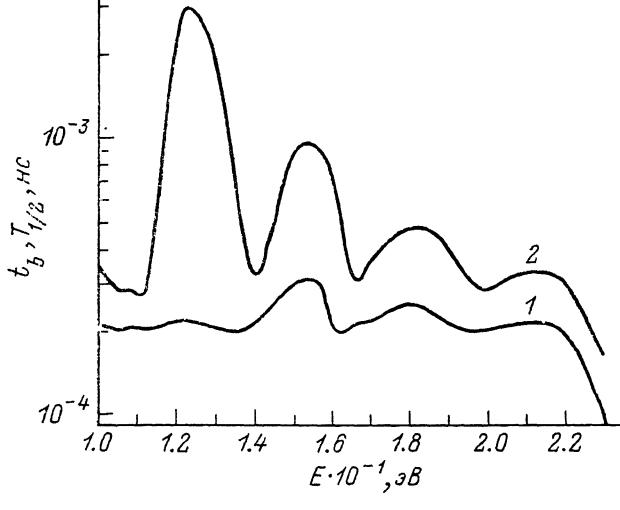


Рис. 4. Зависимости времени заполнения состояния в яме (1) и длительность полураспада этого состояния (2) от энергии частицы для гауссова пакета с шириной  $a=550 \text{ \AA}$ .

пада (рис. 3, б). Поскольку в рассматриваемых нами условиях ширина энергетического спектра пакета меньше расстояния между соседними уровнями энергии, в КЯ происходит возбуждение двух состояний с энергиями, наиболее близкими к энергии налетающей частицы. Поэтому представленный на рис. 3, б закон распада может быть приближенно представлен в виде суперпозиции двух зависимостей вида (4) с различными временами жизни  $\tau$ .

Отметим, что вычисленные нами для различных состояний значения  $\tau$  позволяют с помощью соотношения  $\Delta E_\nu \simeq \hbar/\tau$  определить энергетическую ширину квазистационарных состояний КЯ.

Соотношение величин  $\Delta E_\nu$  и  $\Delta E_\phi$  оказывает существенное влияние на величину коэффициента прозрачности: так, ярко выраженные резонансы на кривой  $D(E)$  появляются только при выполнении условия

$$\Delta E_\nu \gg \Delta E_\phi.$$

Как уже отмечалось, важной характеристикой туннельных структур, определяющей предельные характеристики приборов на КЯ, является длительность процесса туннелирования. Определим эту величину как

$$\tau_t = t_b + T_{1/2},$$

где  $t_b$  — время заполнения состояния внутри КЯ, а  $T_{1/2}$  — промежуток времени, в течение которого вероятность обнаружить частицу внутри ямы убывает

вдвое по сравнению с максимальной. В случае резонансного возбуждения какого-либо состояния в яме величина  $T_{1/2}$  (период полураспада) связана с введенным нами временем жизни соотношением  $T_{1/2} = \tau \ln 2$ .

Графики зависимостей  $t_b$  и  $T_{1/2}$  от энергии частицы для гауссова пакета с шириной 550 Å представлены на рис. 4. Как видно,  $t_b$  практически не зависит от энергии частицы и составляет величину  $\sim 0.2 \pm 0.3$  пс. Отметим, что это время может быть оценено как

$$t_b \simeq \sqrt{m^* a^2 / 2E}.$$

В то же время зависимость  $T_{1/2}(E)$  носит немонотонный резонансный характер. В области энергий  $E \geq 0.16$  эВ оба времени  $t_b$  и  $T_{1/2}$  имеют одинаковый порядок величины. При возбуждении никелевых квазистационарных состояний  $T_{1/2}$  резко возрастает, в результате чего длительность процесса туннелирования определяется преимущественно периодом полураспада  $T_{1/2}$ .

Таким образом, на основе численного решения нестационарного уравнения Шредингера получены динамические характеристики туннелирования электронов через двухбарьерную квазипарabolическую КЯ. Показано, что вид волновой функции начального состояния оказывает существенное влияние на результаты численного моделирования. Получен коэффициент пропускания такой структуры в широком диапазоне энергий, включающем и надбарьерное туннелирование.

#### Список литературы

- [1] Tagep A. C. // Электрон. техн. Сер. Электронника СВЧ. 1988. № 2 (403). С. 17—33.
- [2] Khondker A. N., Khan M. R., Anwer A. F. M. // J. Appl. Phys. 1988. V. 63. P. 5191—5193.
- [3] Bahder T. B., Morrison C. A., Bruno J. D. // Appl. Phys. Lett. 1987. V. 51. P. 1089—1090.
- [4] Collins S., Lowe D., Barker J. R. // J. Phys. C. 1987. V. 20. P. 6233—6243.
- [5] Neofotistos G., Guo H., Diff K., Junter J. D. // IEEE Trans. Electron. Dev. 1989. V. 36. N 4. P. 745—748.
- [6] Guo H., Diff K., Neototistos G., Gunton J. D. // Appl. Phys. Lett. 1988. V. 53. P. 131—133.
- [7] Chou S. Y., Harris J. S. // Appl. Phys. Lett. 1988. V. 52. P. 1422—1424.
- [8] Miller R. C., Gosard A. C., Kleinman D. A., Munteanu O. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. P. 3740—3743.

Научно-исследовательский институт  
ядерной физики  
при МГУ им. М. В. Ломоносова  
Москва

Получена 18.03.1991  
Принята к печати 14.05.1991