

ПРОВОДИМОСТЬ СВЕРХРЕШЕТОК С УЗКИМИ МИНИЗОНАМИ В КВАНТУЮЩИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Райчев О. Э.

Теоретически изучается продольный магнитотранспорт электронов в полупроводниковых сверхрешетках в квантовых магнитных полях в условиях, когда вероятность рассеяния электрона много больше вероятности туннелирования через потенциальные барьеры. В самосогласованном борновском приближении рассмотрено рассеяние электронов на примесях и вычислена проводимость. Рассмотрены различные типы рассеивающих центров и показано, что поведение проводимости в значительной мере определяется степенью дальнего действия потенциала этих центров. Анализируется поведение проводимости как функции магнитного поля и энергии Ферми (или температуры) для нескольких важных предельных случаев.

Продольный омический магнитотранспорт в полупроводниковых сверхрешетках (СР) в квантовых магнитных полях $\mathbf{H} \parallel z$ (z — ось СР) исследовался в ряде теоретических работ [1-3]. Вычисление проводимости $\sigma_{zz}(H)$ в этих работах проводилось на основе кинетического уравнения, что само собой предполагает выполнение условий $\gamma_{nN} \gg \hbar/\tau_{nN} = \Gamma_{nN}$, где γ_{nN} — полуширина n -й минизоны СР, соответствующая N -й подзоне Ландау, τ_{nN} — характерное время рассеяния электрона в n -й минизоне N -й подзоны Ландау, определяющее столкновительную ширину этой подзоны Γ_{nN} . Если принять оценку $\Gamma_{nN} \sim 2-5$ мэВ, то получается, что результаты [1-3] справедливы для достаточно короткопериодных СР с ширинами минизон порядка 50—100 мэВ.

В настоящей работе исследуется проводимость СР в обратном предельном случае, а именно при

$$\gamma_{nN} \ll \Gamma_{nN}. \quad (1)$$

Здесь величины γ_{nN} имеют смысл полуширин минизон в отсутствие рассеяния. Вообще говоря, в условиях (1) понятие сверхрешеточной минизоны теряет смысл. Величины γ_{nN} , однако, сохраняют прямой физический смысл как матричные элементы туннелирования электрона между соседними квантовыми ямами структуры. Напомним, что именно так определяются ширины зон в формализме метода сильной связи (см. также работу [4]). Поскольку величины γ_{nN} быстро уменьшаются с увеличением толщины потенциальных барьеров СР, сильное неравенство (1) легко может быть удовлетворено по крайней мере для первой минизоны ($n=1$).

Неравенство (1) означает, что электрон многократно рассеивается в одной из квантовых ям СР, прежде чем протуннелирует в соседнюю яму. Поэтому длина когерентности волновой функции электрона не превышает периода СР. Для вычисления проводимости σ_{zz} в этом случае, естественно, нельзя применять представление о блоховском транспорте и кинетическое уравнение. Однако в условиях, когда длина когерентности ограничена одним периодом, для решения этой задачи можно ограничиться одним элементарным участком СР: «яма 1—барьер—яма 2». Проводимость такого элементарного резистора и будет определять проводимость СР [4, 5]. Эту проводимость можно вычислять по теории возмущений, выбирая в качестве исходного базиса (нулевого приближения) волновые функции электронов в одиночных квантовых ямах в магнитном поле. Эти функции имеют вид

$$\Psi_{nNk_y}^{\nu}(x, y, z) = e^{ik_y y} \chi_{Nk_y}(x) F_{nN}^{\nu}(z), \quad (2)$$

где

$$\chi_{Nk_y}(x) = \frac{1}{\pi^{1/4} a_H^{1/2} \sqrt{2^N N!}} \exp\left(-\frac{(x-X)^2}{2a_H^2}\right) H_N\left(\frac{x-X}{a_H}\right), \quad (3)$$

$X = -k_y \hbar c / eH$, H_N — полиномы Эрмита, $a_H = \sqrt{\hbar c / eH}$ — магнитная длина, e — заряд электрона, c — скорость света. Здесь использована калибровка Ландау, спиновым расщеплением пренебрегается. Огибающие $F_{nN}^{\nu}(z)$ и спектры ε_{nN} находятся из уравнений

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\hbar e H}{m(z) c} \left(N + \frac{1}{2}\right) + V_{\nu}(z) - \varepsilon_{nN}\right) F_{nN}^{\nu}(z) = 0, \quad (4)$$

где m — эффективная масса электрона, зависящая, вообще говоря, от координаты z , индекс $\nu=1, 2$ нумерует две рассматриваемые ямы, $V_{\nu}(z)$ — потенциал одной из этих ям в пренебрежение влиянием всех других ям, т. е. потенциал одиночной квантовой ямы с номером ν . Эффекты рассеяния и туннелирования будем считать возмущением.

В дальнейшем предполагается, что электроны взаимодействуют с примесями. Это взаимодействие будет учитываться в борновском приближении. Проводимость в слабом постоянном электрическом поле может быть найдена с помощью формулы Гринвуда—Пайерлса в форме, предложенной Эдвардсом [6]. Применительно к рассматриваемой задаче она имеет вид

$$\sigma_{zz} = \frac{4e^2 \hbar}{\pi d S} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right) \sum_{nNk_y, n'N'k'_y} v_{n'N'}^{12} v_{nN}^{21} \times \\ \times \operatorname{Im} G_{nNk_y, n'N'k'_y}^{11}(\varepsilon) \operatorname{Im} G_{n'N'k'_y, nNk_y}^{22}(\varepsilon), \quad (5)$$

где d — период СР, $f(\varepsilon)$ — равновесная фермиевская функция распределения электронов, S — нормировочная площадь, $v_{nN}^{12} = i\gamma_{nN} d / 2\hbar$, $v_{nN}^{21} = (v_{nN}^{12})^*$ — недиагональные по номеру ямы, $\nu=1, 2$ — матричные элементы оператора скорости в выбранном базисе (2), $G^{\nu\nu}(\varepsilon)$ — функции Грина электронов в том же базисе. Эти функции Грина уже включают в себя эффекты взаимодействия с потенциалом примесей. Что касается эффектов туннелирования, то их учет в функциях Грина из (5) ввиду сильного неравенства (4) привел бы лишь к малым поправкам. По этой же причине в формуле (5) опущены функции Грина, недиагональные по номеру ямы.

В выражении из правой части (5) предполагается усреднение по расположению примесей, которое не сводится к усреднению каждой из функций Грина в отдельности из-за корреляции рассеяния в соседних ямах структуры. Такая корреляция имеет место при взаимодействии с дальнедействующим потенциалом примеси (радиус дальнего действия порядка d или больше), когда на одной примеси могут эффективно рассеиваться как электрон из ямы 1, так и электрон из ямы 2. При рассеянии на короткодействующем потенциале (точечные дефекты или некоррелированные флуктуации состава сплава) указанными корреляциями можно пренебречь.

Усреднение по расположению примесей в правой части (5) (как и в других задачах такого рода, см. [7]) предполагает суммирование бесконечного лестничного ряда. В дальнейшем мы будем считать магнитные поля настолько сильными, что

$$\varepsilon_{nN+1} - \varepsilon_{nN} \gg \Gamma_{nN}, \quad (6)$$

т. е. разность энергий квантования соседних подзон Ландау намного превосходит ширины этих подзон. Условие $\varepsilon_{n+1N} - \varepsilon_{nN} \gg \Gamma_{nN}$ также предполагается выполненным. При выполнении этих сильных неравенств «взаимодействием» между различными подзонами Ландау можно пренебречь, и лестничный ряд легко суммируется. Результат вычислений имеет вид

$$\sigma_{zz} = \frac{e^2 d}{2\hbar a_H^2} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) \sum_{nN} |\gamma_{nN}|^2 D_{nN}^2(\varepsilon) K_{nN}(\varepsilon), \quad (7)$$

где

$$D_{nN}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_{nNk_y}^1(\varepsilon) = \frac{2}{\pi \Gamma_{nN}} \left(1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{nN}}{\Gamma_{nN}} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (8)$$

— полуэллиптическая функция плотности состояний двумерного электронного газа в магнитном поле [8, 9],

$$K_{nN}(\varepsilon) = \frac{(\Gamma_{nN})^2 + (\Gamma'_{nN})^2}{(\Gamma_{nN})^2 - (\Gamma'_{nN})^2} \left[\left(1 + \left(\frac{\Gamma'_{nN}}{\Gamma_{nN}} \right)^2 \right)^2 - 4 \left(\frac{\Gamma'_{nN}}{\Gamma_{nN}} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{nN}}{\Gamma_{nN}} \right)^2 \right]^{-1} \quad (9)$$

— функция, учитывающая корреляцию рассеяния,

$$(\Gamma_{nN})^2 = 4 \sum_{k'_y} |V_{nNk_y, nNk'_y}^{11}|^2, \quad (10)$$

$$(\Gamma'_{nN})^2 = 4 \sum_{k'_y} V_{nNk_y, nNk'_y}^{11} V_{nNk'_y, nNk_y}^{22}. \quad (10')$$

Здесь $V_{nNk_y, nNk'_y}^{\nu\nu}$ — матричные элементы потенциала примесей $V(\mathbf{r}) = \sum_i v(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$.

Рассмотрим различные типы потенциалов. Для экранированного кулоновского потенциала $(v = \frac{e^2 \exp(-q_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|)}{\varepsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|})$ имеем

$$\begin{aligned} (\Gamma_{nN})^2 &= \left(\frac{4\pi e^2}{\varepsilon_0} \right)^2 \int \frac{d^2 q_{\perp}}{(2\pi)^2} \frac{|J_{NN}(q_{\perp} a_H)|^2}{(q_{\perp}^2 + q_0^2)} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} dz'' N_i(z'') \int_{-\infty}^{\infty} \int dz dz' \exp(-\sqrt{q_{\perp}^2 + q_0^2} (|z - z''| + |z' - z''|)) \times \\ &\times |F_{nN}^1(z)|^2 |F_{nN}^1(z')|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

$$|J_{NN'}(\xi)|^2 = \frac{N'!}{N!} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \left(\frac{\xi^2}{2} \right)^{N-N'} \left(L_{N'-N}^{N-N'} \left(\frac{\xi^2}{2} \right) \right)^2, \quad (12)$$

где ε_0 — статическая диэлектрическая проницаемость, $N_i(z)$ — концентрация заряженных примесей, q_0 — обратный радиус экранирования заряда примеси, $L_{N'-N}^{N-N'}$ — полиномы Лаггера. Формула для $(\Gamma'_{nN})^2$ получается из (11) путем замены $|F_{nN}^1(z')|^2$ на $|F_{nN}^2(z')|^2 = |F_{nN}^1(z' - d)|^2$. Оценим величины Γ_{nN} и Γ'_{nN} в предельном случае большого радиуса экранирования, когда $(q_0 d)^2 \ll 1$, считая при этом примеси равномерно распределенными по структуре: $N_i(z) = \text{const} = N_i$. Для Γ_{nN} получим

$$(\Gamma_{nN})^2 \simeq \left(\frac{4\pi e^2}{\varepsilon_0} \right)^2 N_i \int_0^{\infty} \frac{q_{\perp} dq_{\perp}}{2\pi} \frac{|J_{NN}(q_{\perp} a_H)|^2}{(q_{\perp}^2 + q_0^2)^{3/2}}, \quad (13)$$

что в случае $(q_0 a_H)^2 \ll 1$ приводит к $(\Gamma_{nN})^2 \simeq \left(\frac{4\pi e^2}{\varepsilon_0} \right)^2 \frac{N_i}{2\pi q_0}$. Оценивая q_0 по формуле $q_0 \simeq \left(\frac{4}{3} \pi N_i \right)^{1/3}$ при $N_i = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $\varepsilon_0 = 13.5$, имеем оценку $\Gamma_{nN} \simeq 4 \text{ мэВ}$. Для Γ'_{nN} находим $(\Gamma'_{nN})^2 \simeq (\Gamma_{nN})^2$, т. е. разность $(\Gamma_{nN})^2 - (\Gamma'_{nN})^2$ много меньше $(\Gamma_{nN})^2$. Величина указанной разности не зависит от радиуса экранирования и определяется только параметрами структуры и магнитным полем. На рисунке показана зависимость функции $\Phi = \frac{(\Gamma_{nN})^2 - (\Gamma'_{nN})^2}{(\Gamma_{nN})^2}$ от магнитного поля H , рассчитанная при $n=1, N=0$ для СР GaAs/Ga_{0.7}Al_{0.3}As с периодом $d=150 \text{ \AA}$ и толщиной барьеров $l_2=90 \text{ \AA}$. При $a_H^2 \gg d^2$ эта зависимость корневая, а в сильных полях ($a_H^2 \ll d^2$) —

выходит на насыщение, причем насыщенное значение $\Phi(H)$, как можно показать, всегда несколько меньше величины $q_0 d$.

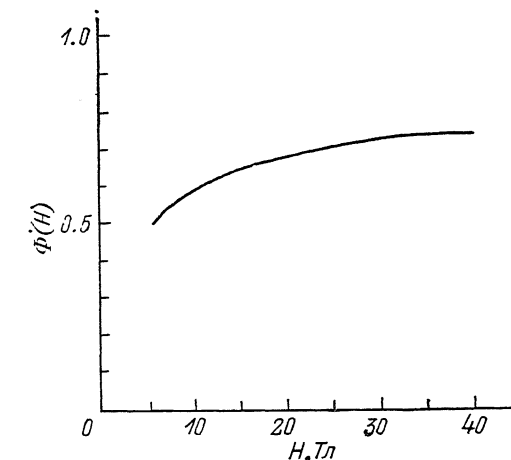
Обратный предельный случай, когда радиус экранирования мал ($q_0^2 \gg \gg a_H^{-2}$, d^{-2}) принципиально не отличается от случая рассеяния на любом другом короткодействующем потенциале. Для короткодействующего потенциала точечных дефектов [$v = v_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$]

$$(\Gamma_{n..})^2 = \frac{2|v_0|^2}{\pi a_H^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz |F_{nN}^1(z)|^4 N_c(z), \quad (14)$$

где $N_c(z)$ — концентрация точечных дефектов. Находим также $(\Gamma'_{nN})^2 \simeq 0$ (отсутствие корреляции рассеяния), так что $K_{nN}(\epsilon) \simeq 1$. Аналогичная ситуация имеет место при рассеянии на флуктуациях состава сплава (такое «сплавное» рассеяние актуально, например, для СР $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$, в которых узкозонные области являются неупорядоченным твердым раствором-сплавом). При этом для бинарных сплавов $\text{A}_x\text{B}_{1-x}\text{C}$ [$x = x(z)$]

$$(\Gamma_{n..})^2 = \frac{2U}{\pi a_H^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz |F_{nV}^1(z)|^2 x(z)(1 - x(z)), \quad (14')$$

а $(\Gamma'_{nN})^2 \simeq 0$. В формуле (14') величина U — константа взаимодействия. По порядку величины $U \sim 0.5 \cdot 10^{-22}$ эВ $^2 \cdot \text{см}^3$. Используя это значение, для СР $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ с шириной ям $l_1 = 60$ Å при $H = 10$ Тл имеем $\Gamma_{nN} \simeq 5$ мэВ.



Проведенный анализ, в частности, показывает, что из-за важности эф-фектов корреляции рассеяния электронов в соседних квантовых ямах структуры проводимость СР в квантовых магнитных полях в значительной мере зависит от степени

Зависимость функции $\Phi = ((\Gamma)^2 - (\Gamma')^2) / (\Gamma)^2$ для нижней подзоны СР $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ 60/90 Å от магнитного поля H при $q_0^2 \ll a_H^{-2}$, d^{-2} .

Функция $\Phi(H)$ выражена в единицах $q_0 d$.

дальнодействия рассеивающего потенциала. Эффекты корреляции учитываются функцией $K_{nN}(\epsilon)$, которая равна единице для короткодействующего потенциала и много больше единицы для дальнодействующего кулоновского потенциала.

Рассмотрим поведение проводимости (7) в различных предельных случаях.

а) *Низкие температуры* $T \ll \Gamma_{nN}$, *электронный газ вырожден*. При этом в формуле (7) $\frac{\partial f(\epsilon)}{\partial \epsilon} = -\delta(\epsilon - \epsilon_F)$, так что проводимость $\sigma_{zz}(H)$ пропорциональна квадрату плотности состояний на уровне Ферми ϵ_F . С увеличением поля H уровень Ферми ϵ_F , связанный с концентрацией электронов на единицу площади n_S формулой

$$n_S = \frac{1}{\pi a_H^2} \sum_{nN} \int d\epsilon f(\epsilon) D_{nN}(\epsilon), \quad (15)$$

последовательно оказывается в M -й, $M-1$ -й, ..., первой, нулевой подзонах Ландау, и проводимость $\sigma_{zz}(H)$ осциллирует. Подобные осцилляции предсказываются и в работах [2, 3], где проводимость вычислялась с помощью кинетического уравнения. Об экспериментальном наблюдении осцилляций $\sigma_{zz}(H)$ сообщалось в работе [10].

Проводимость является максимальной при половинном заполнении нижней подзоны Ландау ($n=1, N=0$) и равна

$$\sigma_{zz}^m = \frac{4de^2 |\gamma|^2 n_S}{\pi \hbar ((\Gamma)^2 - (\Gamma')^2)} \left(1 + \left(\frac{\Gamma'}{\Gamma}\right)^2\right)^{-1}. \quad (16)$$

Величины γ, Γ, Γ' без индексов здесь и далее соответствуют $n=1, N=0$.

Форма осцилляционных пиков определяется степенью дальнего действия рассеивающего потенциала. В этом можно убедиться, рассматривая зависимость $\sigma_{zz}(\epsilon_F) \sim D^2(\epsilon_F) K(\epsilon_F)$. Для короткодействующего потенциала $K(\epsilon_F)=1$ и $\sigma_{zz}(\epsilon_F)$ ведет себя как $1 - \left(\frac{\epsilon_F - \epsilon_{nN}}{\Gamma_{nN}}\right)^2$. Для дальнего действующего потенциала при $q_0^2 \ll a_H^{-2}$, d^{-2} имеем $\sigma_{zz}(\epsilon_F) \simeq \text{const}$, т. е. форма пика почти прямоугольная.

б) *низкие температуры* $T \ll \Gamma_{nN}$, *электронный газ сосредоточен в нижней подзоне Ландау и невырожден*. Такой случай может реализоваться в сильных магнитных полях и при малых концентрациях электронов. Проводимость выражается формулой

$$\sigma_{zz} = \frac{2\sqrt{2} de^2 n_S |\gamma|^2}{\sqrt{\pi} \hbar T^{1/2} \Gamma^{3/2}} \frac{1 + (\Gamma'/\Gamma)^2}{(1 - (\Gamma'/\Gamma)^2)^3}. \quad (17)$$

Если электроны рассеиваются на короткодействующем потенциале, то $(\Gamma')^2=0$, а $(\Gamma)^2 \sim H$ [см. (14)], так что $\sigma_{zz} \sim T^{-1/2} H^{-3/4}$ [здесь и далее в подобных оценках пренебрегаем слабой зависимостью γ_{nN} и $F_{nN}(z)$ от H , которая имеет место из-за наличия зависимости $m(z)$, см. уравнение (4)]. При рассеянии на кулоновских примесях аналогичную простую зависимость σ_{zz} от H можно написать лишь для некоторых предельных случаев. Так, при $N_i(z) = \text{const}$ и $q_0^2 \ll a_H^{-2} \ll d^{-2}$ Γ_{nN} не зависит от H , а разность $(\Gamma_{nN})^2 - (\Gamma'_{nN})^2$ много меньше $(\Gamma_{nN})^2$ и пропорциональна $H^{1/2}$ (см. выше), так что $\sigma_{zz} \sim T^{-1/2} H^{-3/2}$. При $q_0^2 \ll d^{-2} \ll a_H^{-2}$ эта разность не зависит от H и $\sigma_{zz} \sim T^{-1/2} H^0$.

Следует отметить, что формула (17) становится непригодной, если большинство электронов занимает хвост плотности состояний. Хвосты плотности состояний [9] не описываются в рамках самосогласованного борновского приближения, применяемого в настоящей работе.

в) *Высокие температуры* $T \gg \Gamma_{nN}$, *электронный газ невырожден*.

$$\sigma_{zz} = \frac{de^2 n_S}{\pi \hbar T A} \sum_{nN} e^{-\frac{\epsilon_{nN}}{T}} |\gamma_{nN}|^2 \frac{\Gamma_{nN}}{(\Gamma'_{nN})^2} \times \left[\frac{(\Gamma_{nN})^2 + (\Gamma'_{nN})^2}{(\Gamma_{nN})^2 - (\Gamma'_{nN})^2} - \frac{(\Gamma_{nN})^2 - (\Gamma'_{nN})^2}{2\Gamma_{nN}\Gamma'_{nN}} \ln \left(\frac{\Gamma_{nN} + \Gamma'_{nN}}{\Gamma_{nN} - \Gamma'_{nN}} \right) \right], \quad (18)$$

где $A = \sum_{nN} e^{-\epsilon_{nN}/T}$. В сильных полях, когда $\epsilon_{nN+1} - \epsilon_{nN} \gg T$, фактически заполнена только нижайшая подзона. При этом для рассеяния на короткодействующем потенциале имеем $\sigma_{zz} \sim T^{-1} H^{-1/2}$. Для рассеяния на кулоновских примесях при $N_i(z) = \text{const}$ и $q_0^2 \ll a_H^{-2} \ll d^{-2}$ получим $\sigma_{zz} \sim T^{-1} H^{-1/2}$, а при $q_0^2 \ll d^{-2} \ll a_H^{-2}$ $\sigma_{zz} \sim T^{-1} H^0$.

При решении задачи о проводимости СР в квантующих магнитных полях мы ограничились рассмотрением взаимодействия электронов с примесями. Взаимодействие электронов с оптическими фононами может существенно влиять на проводимость в условиях магнитофононного резонанса, т. е. при $\epsilon_{n'N'} - \epsilon_{nN} \simeq \hbar \omega_0$, где ω_0 — частота оптического фонона. При этом магнитопроводимость σ_{zz} должна иметь особенности, как и σ_{xx} [11]. Рассмотрение этих особенностей, однако, выходит за рамки настоящей работы.

Список литературы

- [1] Поляновский В. М. // ФТП. 1983. Т. 17. В. 10. С. 1801—1806.
- [2] Луцкий В. Н., Каганов М. И., Шик А. Я. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. В. 2. С. 721—729.
- [3] Поляновский В. М. // ФТП. 1989. Т. 23. В. 9. С. 1680—1685.
- [4] Казаринов Р. Ф., Сурис Р. А. // ФТП. 1972. Т. 6. В. 1. С. 148—162.
- [5] Movaghgar B., Leo J., MacKinnon A. // *Semicond. Sci. Techn.* 1988. V. 3. N 6. P. 397—410.
- [6] Edwards S. F. // *Phil. Mag.* 1958. V. 3. N 33. P. 1020—1031.
- [7] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962. 444 с.
- [8] Ando T., Uemura Y. // *J. Phys. Soc. Japan.* 1974. V. 36. N 4. P. 959—957.
- [9] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 416 с.
- [10] Störmer H. L., Eisenstein L. P., Gossard A. C., Weigmann N., Baldwin K. // *Phys. Rev. Lett.* 1986. V. 56. N 1. P. 85—88.
- [11] Nicholas R. J., Ben Amor S., Portal J. C., Sivco D. L., Cho A. Y. // *Semicond. Sci. Techn.* 1989. V. 4. N 2. P. 116—118.

Институт полупроводников АН УССР
Киев

Получена 25.01.1991
Принята к печати 23.04.1991