1991 ФИЗИКА И ТЕХНИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ том 25, вып. 5
1991 PHYSICS AND TECHNICS OF SEMICONDUCTORS vol. 25, N 5

НЕЛИНЕЙНЫЙ ТОКОПЕРЕНОС В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СУБМИКРОННЫХ ОБРАЗЦАХ С ОБЕДНЕННЫМИ ПОВЕРХНОСТНЫМИ СЛОЯМИ

Гуревич Ю. Г., Логвинов Г. Н.

В предположении доминирующего электрон-электронного рассеяния предложен новый поверхностный канал релаксации энергии в полупроводниковых субмикронных образцах со слоями обеднения у поверхности в греющих электрических полях. Он представляет собой перекачку энергии через хвост электронной функции распределения Максвелла, где поверхностный потенциал пренебрежимо мал, а скорость поверхностной релаксации энергии максимальна. Получены условия, при которых данный канал эффективен, рассчитаны ВАХ.

В ряде экспериментальных [1-3] и теоретических [4-7] работ показано, что в полупроводниковых образцах конечных размеров эффективным каналом релаксации энергии, полученной от внешнего поля E_0, может являться поверхность, контактирующая с внешним термостатом с температурой T. В случае пластин с обедненным слоем в [4] была рассмотрена следующая схема этого процесса: большинство носителей с энергией $\varepsilon < e\varphi_s$ (e — заряд электрона, φ_s — поверхностный потенциал) из-за наличия потенциального барьера не могут подойти к поверхности, в силу чего для них скорость поверхностной релаксации s близка к нулю. Небольшая же часть носителей, пропорциональная $\exp(-e\varphi_s/T)$, легко преодолевает барьер и может эффективно релаксировать на реальной поверхности (рис. 1). В работах [6, 8] авторами предложен вид скорости поверхностной релаксации энергии — $s \sim \exp\left(-\left|\frac{e\varphi_s}{T_e^\pm}\right|\right)$ ($T_e^\pm$ — температура электронов на поверхности пластин $z=\pm d/2$) и показано, что при разогреве она может превысить скорость релаксации энергии в объеме. При специальном же выборе механизмов рассеяния импульса и энергии в объеме это имеет место даже в сравнительно небольших полях.

В настоящей работе показано, что в тонких субмикронных слоях со слоями обеднения у поверхности поверхностная релаксация может быть доминирующей при самых общих предположениях, не сводящихся ни к частным выборам вида скорости поверхностной релаксации, ни к механизмам рассеяния импульса и энергии в объеме.

Реальный потенциал φ_s приближенно можно описать введением прямоугольного потенциального барьера высотой ε_0 (рис. 1) и считать, что электроны с энергией $\varepsilon < \varepsilon_0$ обладают нулевой скоростью поверхностной релаксации энергии, а электроны с $\varepsilon \geqslant \varepsilon_0$ — конечной скоростью s.

Мы предполагаем для определенности, что в объеме все процессы взаимодействия невырожденных электронов с решеткой квазиупругие, рассеяние импульса и энергии носителей происходит на деформационных акустических фононах (АФ) с соответствующими частотами релаксации импульса и энергии $\nu(\varepsilon)=\nu_0(\varepsilon/T)^{1/2}$, $\tilde\nu(\varepsilon)=\tilde\nu_0(\varepsilon/T)^{1/2}$ [9]. Пусть далее $\tilde\nu_s$ — эффективная частота релаксации энергии носителей на границе, $\nu_{ee}(\varepsilon)$ — частота межэлектронного взаимодействия. Полупроводниковый образец выберем в виде пластины, имеющей в направлении oz толщину $d \ll \bar l(\varepsilon)$ [$\bar l(\varepsilon)$ — объемная длина остывания [4]] и бесконечной в плоскости xy (субмикронный слой). Между введенными частотами мы допускаем следующие соотношения:

$$\nu \gg \nu_{ee} \gg \tilde{\nu}, \ \tilde{\nu}_s. \tag{1}$$

Это предположение, являющееся условием энергетического контроля в субмикронных слоях [10],[1] позволяет воспользоваться приближением электронной температуры и записать симметричную часть функции распределения (ФР) в виде [9]

$$f_0(u, z) = N\eta^{3/2}(z)\exp[-\eta(z)u], \tag{2}$$

где N — нормировочная постоянная для равновесной ФР Максвелла, $\eta(z) = \frac{T_e(z)}{T}$, $T_e(z)$ — электронная температура, $u = \varepsilon/T$.

Поскольку соотношения между $\tilde{\nu}$ и $\tilde{\nu}_s$ могут быть произвольными, мы считаем, что в области энергий с $\varepsilon < \varepsilon_0$ (ОI) $\tilde{\nu} \gg \tilde{\nu}_s$, т. е. энергия релаксирует в объем.[2] В области же $\varepsilon \geqslant \varepsilon_0$ (ОII) $\tilde{\nu}_s \gg \tilde{\nu}$. Здесь ситуация противоположная:

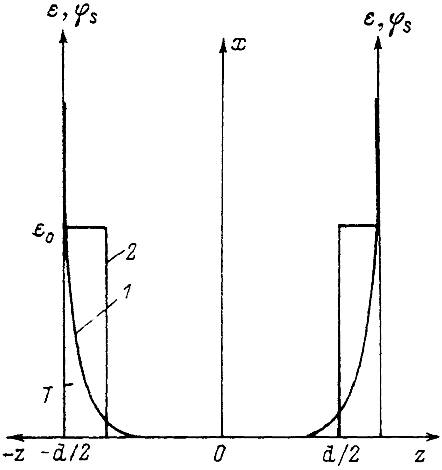

Рис. 1. *1* — реальный потенциал слоя обеднения, *2* — модель приповерхностного потенциала.

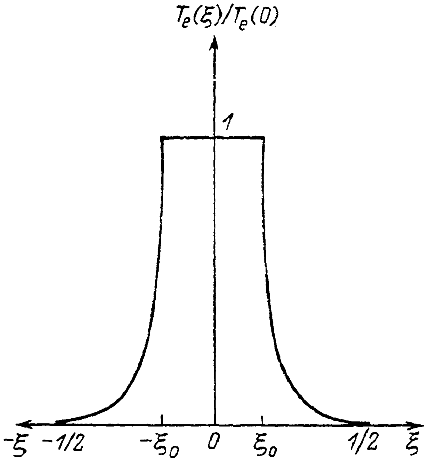

Рис. 2. Электронная температура $\frac{T_e(\xi)}{T_e(0)}$ в сильных полях при $\frac{d_0^2}{d^2} \ll 1$.

носители интенсивней отдают энергию поверхностям. Если $T_e \geqslant \varepsilon_0$, то большинство носителей находится в ОII и работает поверхностный механизм релаксации. Если $T_e < \varepsilon_0$, то казалось бы, что этот канал релаксации неэффективен. Вместе с тем доминирующая частота межэлектронного взаимодействия способствует перераспределению полученной от поля энергии прежде всего между носителями, из-за чего вполне возможна последующая перекачка этой энергии через хвост ФР Максвелла в ОII, где электронов мало, но зато они эффективно взаимодействуют с внешними термостатами. Количественные критерии возможности работы данного механизма релаксации будут указаны далее. Во всяком случае для этого должен выполняться следующий критерий:

$$R = 2Q\,(\mathrm{II}) \Big/ \int_{-d/2}^{d/2} dz P(T_e) \gg 1, \tag{3}$$

где Q (II) — поток тепла через границу в ОII, P (T_e) — энергия, отдаваемая электронами в единицу времени АФ.

Предполагая, что (3) имеет место, запишем уравнение баланса энергии, которое в данном случае имеет вид

[1] В объемных полупроводниках для реализации энергетического контроля достаточно неравенства $\nu_{ee} \gg \tilde{\nu}$ [9].

[2] Предположение $\bar{l} \gg d$ не противоречит этому утверждению, так как при зеркальном отражении, много раз отразившись от внутренних поверхностей, носитель эффективно «накопит» длину $\bar{l}$ и излучит АФ [11].

$$\frac{dQ_z}{dz} = j_x E_0, \qquad (4)$$

где Q_z — плотность потока тепла, j_x — плотность электрического тока в направлении оси ox. Вычисляя эти величины стандартным способом, получим для определения электронной температуры следующее нелинейное дифференциальное уравнение:

$$2y\frac{d^2y}{d\xi^2} + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2 + \gamma_0^2 = 0. \qquad (5)$$

Здесь $y = \frac{T_e}{T}$, $\gamma_0^2 = \left(\frac{eE_0 d}{T}\right)^2$, $\xi = \frac{z}{d}$.

Запишем для (5) граничные условия (ГУ). Под взаимодействием с границей мы будем понимать рассеяние электронов на центрах, находящихся в приграничных слоях толщиной $\delta \ll d$. Для определенности полагаем, что и в этом слое взаимодействия квазиупругие. Пусть импульс и энергия электронов в нем рассеиваются с частотами $\nu_b(u) = \nu_b^0 u^q$, $\tilde{\nu}_b(u) = \tilde{\nu}_b^0 u^{r-1}$. Ясно, что в общем случае природа центров рассеяния в объеме и на границе различная. ГУ для симметричной части ФР сводятся к записи уравнения непрерывности в слое δ [4]:

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_b(u, \xi) = g(u) S_b[f_0(u, \xi)], \qquad (6)$$

где $g(u) = g_0 u^{1/2}$ — плотность электронных состояний в зоне, $\mathbf{j}_b(u, \xi)$, $S_b[f_0(u, \xi)]$ — соответственно парциальный ток в направлении oz и интеграл столкновений носителей в слое δ [9], имеющие следующий вид:

$$\mathbf{j}_b(u, \xi) = -\frac{2Tg_0}{3m\nu_b^0 d} u^{3/2-q}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \xi} + \frac{\partial f_0}{\partial u}\gamma_1\right), \quad S_b(f_0) = u^{-1/2}\frac{\partial}{\partial u}\left[u^{3/2}(\tilde{\nu}_b^0 u^{r-1})\left(f_0 + \frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\right], \qquad (7)$$

где $\gamma_1 = \frac{eE_1 d}{T}$; E_1 — поперечное поле (в направлении oz), появляющееся из-за неоднородности. Его можно определить из условия равенства нулю поперечной плотности тока.

Пренебрегая джоулевым разогревом в слое δ и устремляя δ к нулю, получим следующие ГУ:

$$u^{3/2-q}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \xi} + \gamma_1\frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\Big|_{\xi=\pm 1/2} = \pm\beta_0\frac{\partial}{\partial u}\left[u^{r+1/2}\left(f_0 + \frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\right]_{\xi=\pm 1/2}, \qquad (8)$$

где

$$\beta_0 = {}^9/_2\, d^2/\tilde{d}_0^2, \quad \tilde{d}_0 = \bar{v}/\sqrt{\nu_b^0 s_0/d}, \quad \bar{v} = \sqrt{3T/m}, \qquad (9)$$

$s_0 = \lim\limits_{\delta\to 0}(\delta\tilde{\nu}_b^0)$ и имеет смысл скорости поверхностной релаксации в слабых электрических полях (в нашей теории феноменологический параметр). Величина $\tilde{\nu}_s^0 = s_0/d$ описывает релаксационные процессы на границе и представляет введенную ранее поверхностную частоту релаксации энергии, $\tilde{d}_0$ по аналогии с l_0 может быть названа поверхностной длиной остывания.

Умножая (8) на u и интегрируя от u_0 до ∞ ($u_0 = \varepsilon_0/T$), получим интегральные ГУ задачи, сводящиеся к потоку тепла через стенку в OII. В OI этот поток на границе равен нулю. В результате получаем

$$\frac{dy}{d\xi}\Big|_{\xi=\pm 1/2} = \mp\beta(y)(y-1)\,|_{\xi=\pm 1/2}, \qquad (10)$$

где

$$\beta(y) = \frac{3\Gamma(r + {}^3/_2,\ \eta u_0)'}{({}^3/_2 - q)\,\Gamma({}^7/_2 - q,\ \eta u_0)}\frac{d^2}{\tilde{d}_0^2(y)};$$

$$\tilde{d}^2(y) = \frac{v^2(y)}{\nu_b(y)\,\tilde{\nu}_b(y)}; \quad \nu_b(y) = \nu_b^0 y^q; \quad \tilde{\nu}_b(y) = \tilde{\nu}_b^0 y^{r-1}; \quad v^2(y) = \bar{v}^2 y,$$

$\Gamma(\alpha, \beta)$ — неполные γ-функции.

В общем случае ГУ носят, как это видно из (10), нелинейный характер. Они линеаризуются в слабых полях при произвольных граничных механизмах рассеяния и в произвольных полях при рассеянии импульса и энергии на поверхностных АФ. В этом случае $q=1/2$, $r=3/2$ и ГУ принимают простейший вид

$$\left.\frac{dy}{d\xi}\right|_{\xi=\pm 1/2} = \mp\beta_0 (y-1)\,|_{\xi=\pm 1/2}. \tag{11}$$

Поскольку в рассматриваемой задаче интерес для нас представляет структура ГУ, а не конкретные типы рассеивающих центров, мы выберем ГУ в виде (11) (заметим, что при этом выпал параметр u_0).

Для решения (5) введем новую функцию $\psi = \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2$. Тогда уравнение относительно ψ становится линейным:

$$y\frac{d\psi}{dy} + \psi + \gamma_0^2 = 0. \tag{12}$$

Решая (12) и учитывая симметрию ГУ задачи, приводящих к максимуму T_e в центре образца, приходим к следующему трансцендентному уравнению:

$$\sqrt{t(\xi)[1-t(\xi)]} + \arcsin\sqrt{1-t(\xi)} = \frac{\gamma_0}{y_m}\xi, \tag{13}$$

где $t(\xi) = \frac{y(\xi)}{y_m}$, $y_m = \frac{T_e(0)}{T}$ — максимальная безразмерная электронная температура, подлежащая определению из ГУ.

Подставляя (2) в выражение, определяющее критерий (3), нетрудно получить, что в общем случае он определяется следующим выражением:

$$R = \frac{\bar{l}_0^2}{\bar{d}_0^2}[\Gamma(4,\ u_{0e}) - 2\Gamma(3,\ u_{0e})]\,T_{eb}^{3/2}\Bigg/\int\limits_{-1/2}^{1/2} d\xi T_e^{3/2}(\xi) \gg 1. \tag{14}$$

Здесь $T_{eb} = T_e\left(\frac{1}{2}\right)$ — электронная температура на границе образца, $u_{0e} = \frac{\varepsilon_0}{T_{eb}}$.

При фиксированной высоте барьера u_0 u_{0e} может принимать различные значения в зависимости от степени разогрева газа на поверхности. В предельных случаях величина u_{0e} может быть как значительно больше, так и значительно меньше единицы, причем это справедливо для произвольных по величине полей. При большой скорости поверхностной релаксации в сильных, не говоря уже о слабых полях, T_e на поверхности может незначительно отличаться от T и $u_{0e} \gg 1$; при небольших же величинах s (помня, однако, что она превышает объемную скорость релаксации) $T_{eb} \simeq T_e(0)$ и возможны ситуации как $u_{0e} \gg 1$, так и $u_{0e} \ll 1$. Первый случай реализуется при $T \ll T_e \ll \varepsilon_0$.

Таким образом, предельные значения R следующие:

$$a)\ \ R = \frac{\bar{l}_0^2}{\bar{d}_0^2} u_{0e} e^{-u_{0e}}\Bigg/\int\limits_{-1/2}^{1/2} d\xi\left[\frac{T_e(\xi)}{T_{eb}}\right]^{3/2} \gg 1 \quad (u_{0e} \gg 1), \tag{15}$$

$$б)\ \ R = \frac{\bar{l}_0^2}{\bar{d}_0^2}\Bigg/\int\limits_{-1/2}^{1/2} d\xi\left[\frac{T_e(\xi)}{T_{eb}}\right]^{3/2} \gg 1 \quad (u_{0e} \ll 1). \tag{16}$$

Выражение (13) [с учетом (11) и (14)] полностью определяет решение поставленной задачи.

Рассмотрим два частных случая слабой и сильной зависимостей T_e от координат. В первом естественно предположить справедливость неравенства

$$\frac{y_m - y(\xi)}{y_m} = 1 - t(\xi) \ll 1.$$

Это сразу позволяет определить $y(\xi)$ из (13):

$$y(\xi)=y_m\left[1-\left(\frac{\gamma_0}{2y_m}\right)^2\xi^2\right]. \tag{17}$$

Из ГУ получаем

$$y_m=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{4}D^2\gamma_0^2}\right), \tag{18}$$

где

$$D^2=1+\frac{\tilde{d}_0^2}{d^2}. \tag{19}$$

Рассматриваемое приближение может иметь место в том случае, когда

$$\alpha^2=\frac{\gamma_0^2}{16y_m^2}=\frac{\gamma_0^2}{4\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{4}D^2\gamma_0^2}\right)}\ll 1. \tag{20}$$

Для слабых полей ($\gamma_0\ll 1$) это неравенство всегда имеет место. В сильных полях ($\gamma_0\gg 1$) $\alpha^2\simeq D^{-2}$. Данное приближение, таким образом, справедливо, если $\tilde{d}_0/d\gg 1$, т. е. при существенном превышении поверхностной длины остывания толщины образца. Это утверждение правильное и для промежуточных полей. Учитывая это обстоятельство,

$$y_m=\frac{1}{4}\frac{\tilde{d}_0}{d}\gamma_0=\frac{1}{4}\tilde{\gamma}_0, \tag{21}$$

где

$$\tilde{\gamma}_0=\frac{eE_0\tilde{d}_0}{T}. \tag{22}$$

$$T_e(\xi)=\frac{1}{4}T\tilde{\gamma}_0\left[1-\left(2\frac{d}{\tilde{d}_0}\right)^2\xi^2\right]. \tag{23}$$

В слабых же полях ($\tilde{\gamma}_0\ll 1$)

$$T_e(\xi)=T\left[1+\frac{1}{16}\left(1-4\frac{d^2}{\tilde{d}_0^2}\xi^2\right)\tilde{\gamma}_0^2\right]. \tag{24}$$

Пренебрегая в (23), (24) координатной зависимостью и подставляя эти выражения в (15), (16), получаем величину R, которая совместно с другими соотношениями между характерными длинами задачи определяет систему неравенств, обеспечивающих работу рассматриваемого канала релаксации:

$$\tilde{l}_0^2/\tilde{d}_0^2\gg\frac{e^{u_{0e}}}{u_{0e}^3},\quad \tilde{d}_0^2/d^2\gg 1,\quad \tilde{l}_0^2/d^2\gg 1\ \ (u_{0e}\gg 1) \tag{25}$$

или

$$\tilde{l}_0^2/\tilde{d}_0^2\gg 1,\quad \tilde{d}_0^2/d^2\gg 1,\quad \tilde{l}_0^2/d^2\gg 1\quad (u_{0e}\ll 1). \tag{26}$$

Все полученные соотношения не являются взаимоисключающими. Естественно, что при $u_{0e}\gg 1$ требуется значительное превышение объемной длины релаксации энергии над поверхностной. Отметим, что все неравенства одновременно усиливаются при уменьшении толщины образца d. Нельзя, однако, забывать, что это уменьшение одновременно увеличивает и частоту $\tilde{\nu}_s$, что в свою очередь ослабляет энергетический контроль ($\nu_{ee}\gg\tilde{\nu}_s$).

Остановимся вкратце на втором предельном случае: сильном отличии T_e в центре и на боковых поверхностях образца. Разумеется, что данная ситуация может иметь место исключительно в сильных электрических полях с большой скоростью поверхностной релаксации энергии, т. е. при $\tilde{d}_0^2/d^2\ll 1$. Подобно [12, 13] примем, что в некоторой окрестности границы слоя $t(\xi)\ll 1$, в остальной же части $T_e(\xi)\simeq T_{em}$ (рис. 2). Для приграничной области, где $t(\xi)\ll 1$, из (13) и ГУ (11) получаем

$$T_e(\xi) = \begin{cases} \frac{\gamma_0}{\pi} T & |\xi| \leqslant \xi_0 = \frac{1}{6}, \\ T\pi\left(\frac{1}{2} - \xi\right)^2 \gamma_0 & \frac{1}{6} < |\xi| \leqslant \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (27)$$

Так как в области резкого изменения электронной температуры $T_e(\xi) \ll T_m$, то основной вклад в R будет вносить интервал $|\xi| \leqslant \xi_0$, где в нашей модели $T_e(\xi) = T_{em} = \mathrm{const}$.

Привлекая (15), (16), получаем

$$l_0^2/\tilde{d}_0^2 \gg \frac{e^{u_{0e}}}{u_{0e}^3} \gamma_0^{3/2}, \quad \tilde{d}_0^2/d^2 \ll 1, \quad l_0^2/d^2 \gg 1 \quad (u_{0e} \gg 1), \quad (28)$$

$$l_0^2/\tilde{d}_0^2 \gg \gamma_0^{3/2}, \quad \tilde{d}_0^2/d^2 \ll 1, \quad l_0^2/d^2 \gg 1 \quad (u_{0e} \ll 1). \quad (29)$$

В отличие от (25), (26) соотношение между длинами помимо относительной высоты барьера зависит также от поля. Утоньшение образца не приводит к усилению эффекта. В данном случае эффективность поверхностного канала релаксации повышается с увеличением скорости поверхностной релаксации. Заметим, что в отличие от предыдущей ситуации работа поля выполняется на длине d.

Используя полученные результаты для вычисления ВАХ, нетрудно получить, что в приближении $\beta_0 \ll 1$ для слабых полей

$$j_x \sim \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{eE_0\tilde{d}}{T}\right)^2\right] E_0. \quad (30)$$

В промежуточных и сильных полях

$$j_x \sim \sqrt{\tilde{d}_0}\, E_0^{3/2}. \quad (31)$$

В противоположном случае $(\beta_0 \gg 1)$

$$j_x \sim \sqrt{\tilde{d}}\, E_0^{3/2}. \quad (32)$$

Таким образом, ВАХ присущ ярко выраженный размерный эффект. В первом случае он определяется длиной остывания $\tilde{d}_0$. Плотность тока уменьшается с увеличением скорости поверхностной релаксации и уменьшением толщины образца. Во втором — плотность тока параметрически зависит лишь от толщины d.

Список литературы

[1] Климовская А. И., Кириллова С. И., Снитко О. В. // ФТП. 1974. Т. 8. В. 4. С. 702—710.
[2] Зотьев Б. П., Кравченко А. Ф., Скок Э. М. // ФТП. 1972. Т. 6. В. 7. С. 1377—1379.
[3] Вильмс П. П., Сардарян В. С., Добровольский П. П., Копылова С. В. // Письма ЖЭТФ. 1969. Т. 10. В. 8. С. 377—380.
[4] Рашба Э. И., Грибников З. С., Кравченко В. Я. // УФН. 1976. Т. 119. В. 1. С. 3—47.
[5] Басс Ф. Г., Бочков В. С., Гуревич Ю. Г. Электроны и фононы в ограниченных полупроводниках. М., 1984. 288 с.
[6] Прима Н. А., Саченко А. В. // ФТП. 1981. Т. 15. В. 8. С. 1632—1634.
[7] Прима Н. А., Саченко А. В. // ФТП. 1988. Т. 22. В. 3. С. 522—524.
[8] Саченко А. В. // ФТП. 1977. Т. 11. В. 3. С. 456—460.
[9] Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М., 1975. 399 с.
[10] Гуревич Ю. Г., Логвинов Г. Н. // ФТП. 1990. Т. 24. В. 10. С. 1715—1720.
[11] Логвинов Г. М. // УФЖ. 1990. Т. 35. В. 10. С. 1568—1572.
[12] Басс Ф. Г., Бочков В. С., Гуревич Ю. Г. // ФТТ. 1967. Т. 9. В. 12. С. 3479—3492.
[13] Грибников З. С., Мельников В. И., Сорокина Т. С. // ФТТ. 1966. Т. 8. В. 11. С. 3379—3382.

Тернопольский государственный педагогический институт им. Я. О. Галана

Получена 11.11.1990
Принята к печати 28.12.1990