ВЛИЯНИЕ ГОФРИРОВКИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА НА РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ВЫРОЖДЕННОЙ ВАЛЕНТНОЙ ЗОНОЙ

Герчиков Л. Г., Субашиев А. В.

Аналитически исследовано влияние гофрировки валентной зоны на спектр подзон размерного квантования пленок бесщелевых полупроводников и полупроводников с вырожденной валентной зоной. Показано, что экстремумы подзон размерного квантования тяжелых дырок могут быть смещены из точки $k=0$. Кроме того, при больших значениях импульса происходят осцилляции расстояний между ближайшими подзонами тяжелых дырок разной четности, а их средняя масса определяется положением экстремумов объемного спектра тяжелых дырок при фиксированном значении импульса движения вдоль пленки.

Введение. Размерное квантование в пленках полупроводников с вырожденными зонами изучалось в целом ряде работ (см., например, [1-7]), в том числе и с учетом гофрировки спектра [1, 3, 5], однако в последнем случае спектр был получен в результате численных расчетов, что затрудняет анализ качественного поведения спектра в зависимости от параметров материала.

В настоящей работе аналитически исследовано влияние гофрировки на спектр размерного квантования электронов и дырок в бесщелевом полупроводнике, легких и тяжелых дырок в полупроводнике с вырожденной валентной зоной при малом, но конечном отношении масс легких (m_l) и тяжелых (m_h) носителей, $\beta=m_l/m_h \ll 1$. Показано, что при не слишком малой анизотропии объемного спектра подзоны размерного квантования тяжелых дырок имеют характерные особенности, происхождение которых можно пояснить следующим образом. Энергетический спектр в области малых энергий легких и тяжелых носителей в неограниченном кристалле имеет вид [8]

$$\varepsilon=\frac{\hbar^2}{2m_0}\left(\gamma_1 k^2 \pm 2\sqrt{\gamma_2^2 k^4+3(\gamma_3^2-\gamma_2^2)(k_x^2k_y^2+k_x^2k_z^2+k_y^2k_z^2)}\right). \tag{1}$$

Здесь γ_1, γ_2, γ_3 — константы Латтинжера, основной вклад в которые дает взаимодействие с ближайшей c-зоной. Поэтому константы γ_1, γ_2, γ_3 обычно одного порядка. Масса тяжелых дырок значительно превосходит массу легких дырок, когда выполняется неравенство $m_h^{-1}\approx\gamma_1-2\gamma_2 \ll \gamma_1+2\gamma_2\approx m_l^{-1}$ (m_h, m_l — массы носителей в единицах массы свободного электрона). При этом, согласно (1), анизотропия спектра тяжелых дырок определяется параметром $\delta=3(\gamma_3-\gamma_2)/(\gamma_1-2\gamma_2)$. Величина δ для большинства полупроводниковых материалов близка к единице; соответственно гофрировка спектра легких частиц незначительна ($\sim\beta$).

Существенно, что уже при $\delta>1/2$ гофрировка спектра тяжелых дырок столь велика, что при фиксированном и отличном от нуля значении компоненты импульса дырок вдоль оси четвертого порядка, например [100], зависимость энергии от импульса в плоскости, перпендикулярной оси [100], становится немонотонной. Другими словами, при фиксированном значении k_x масса тяжелых дырок, связанная с их движением в плоскости (yz), положительна. Эта немонотонность проявляется в спектре подзон размерного квантования дырок в пленке, ориентированной перпендикулярно оси [100], в которой значение нормальной компоненты импульса дырок $k_\perp = k_x$ оказывается в известном смысле фиксированным условием квантования.

Далее, вследствие гофрировки спектра при больших значениях импульса движения вдоль пленки $k_\parallel$ в области $k_{\min} < k_\parallel < k_{\max}$ (рис. 1) заданным значениям ε и $k_\parallel$ соответствуют четыре состояния тяжелых дырок $k_\perp = \pm k_1$, $\pm k_2$. Интерференция этих состояний определяет асимптотическое поведение подзон размерного квантования при больших $k_\parallel \gg \pi/a$, где a — толщина пленки. В частности, основному состоянию тяжелых дырок соответствует суперпозиция состояний с близкими значениями k_1, $k_2 \sim k_\parallel$, обеспечивающая минимальную энергию при заданном $k_\parallel$. При этом тяжелая дырка движется под определенным углом к оси [100], так как $k_\perp / k_\parallel \sim 1$ (в изотропном случае или при ориентации пленки перпендикулярно оси [111] в области $k_\parallel > \pi/a$ основному состоянию и минимуму энергии соответствует движение дырки вдоль пленки с $k_\parallel \gg k_\perp$). Интерференция состояний с $k_\perp = k_1$, k_2 приводит также к сильным осцилляциям расстояний между ближайшими подзонами размерного квантования разной четности.

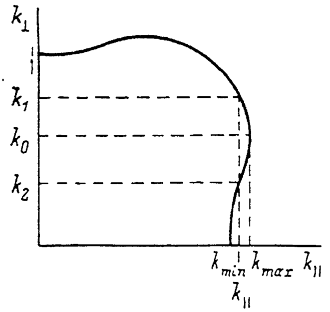

Рис. 1. Изоэнергетическая поверхность тяжелых дырок для параметра анизотропии $\delta = 0.8$.

Оси $k_\perp$ и $k_\parallel$ совпадают с кристаллическими осями четвертого порядка.

Уравнение размерного квантования

Имея в виду исследование эффектов, связанных с гофрировкой, мы ограничимся в основном рассмотрением модели бесконечно глубокой потенциальной ямы, для которой граничные условия сводятся к обращению в нуль волновой функции на гетерогранице [1-3].

Учтем, что вследствие пространственной симметрии относительно середины ямы и симметрии относительно обращения времени уровни размерного квантования двукратно вырождены, а соответствующие им состояния квантуются независимо. В низшем приближении по β эти вырожденные состояния отличаются друг от друга знаком проекции момента на ось квантования, перпендикулярную плоскости движения частицы, так же как и в изотропном случае [6, 7]. Поэтому далее мы рассмотрим квантование одной группы состояний.

Волновую функцию $\psi(\varepsilon, k_\parallel)$ состояния с определенными значениями ε, $k_\parallel$ можно представить в виде суперпозиции четырех волн, соответствующих разным значениям нормальной компоненты $k_\perp = \pm k_1$, $\pm k_2$, которые определяются по заданным ε и $k_\parallel$ через закон дисперсии (1). Амплитудные коэффициенты в суперпозиции находятся из граничных условий $\psi(0) = \psi(a) = 0$. Удобно ввести матрицу коэффициентов отражения носителей от границы ямы $S_{\nu\nu'}(\varepsilon, k_\parallel)$, связывающую амплитудные коэффициенты волн, падающих на правую границу с импульсами $k_{\nu'}$ ($\nu' = 1, 2$), с амплитудными коэффициентами отраженных волн с импульсами k_ν ($\nu = 1, 2$). Недиагональные элементы матрицы S описывают процессы взаимных переходов между состояниями с импульсами k_1 и k_2 при отражении от границы ямы. В области малых $k_\parallel$ этим переходам соответствуют взаимные превращения тяжелых и легких носителей, поэтому в дальнейшем будем говорить о носителях «сорта» 1 и 2. Явный вид матрицы S находится из граничных условий с использованием выражений для собственных функций гамильтониана Латтинжера, приведенных, например, в [8]. Однако общее выражение для $S_{\nu\nu'}(\varepsilon, k_\parallel)$ оказывается достаточно громоздким, поэтому далее мы выпишем в явном виде матрицу S в наиболее важном для нас частном случае.

Использование матрицы S позволяет записать уравнение размерного квантования в виде [6, 7]

$$1 - \cos k_1 a \cos k_2 a = \left(\frac{2 S_{11} S_{22} - S_{21} S_{12}}{S_{12} S_{21}} \right) \sin k_1 a \sin k_2 a. \tag{2}$$

В (2) учтено, что матрица отражения от левой границы $\tilde{S}$ связана с матрицей $\mathbf{S}$ соотношением $\tilde{S}(\varepsilon, k_{\parallel})=\mathbf{S}(\varepsilon, -k_{\parallel})$, а также то, что для бесконечно глубокой ямы $\tilde{S}(\varepsilon, k_{\parallel})=\mathbf{S}^{-1}(\varepsilon, k_{\parallel})$. Каждому решению уравнения квантования (2) соответствует такая суперпозиция волн с импульсами k_1 и k_2, что при прохождении пленки слева направо и справа налево с отражением от границ она умножается на множитель $\exp(2\pi n i)$, где $n=1, 2, 3\ldots$

Анализ спектра размерного квантования

Область малых импульсов движения вдоль пленки. Рассмотрим для определенности пленку, ориентированную перпендикулярно оси [100]. Прежде всего отметим, что при $k_{\parallel}=0$, т. е. при нормальном падении на границу, процессы трансформации отсутствуют, $S_{12}=S_{21}=0$, так что квантование носителей сорта 1 и 2 происходит независимо. Уравнение квантования (2) в этом случае дает $k_{1,2}\,a=2\pi n$, $n=1, 2, \ldots$, где одно из значений ($k_{\perp}=k_1=\sqrt{2m_h\varepsilon}/\hbar$) соответствует

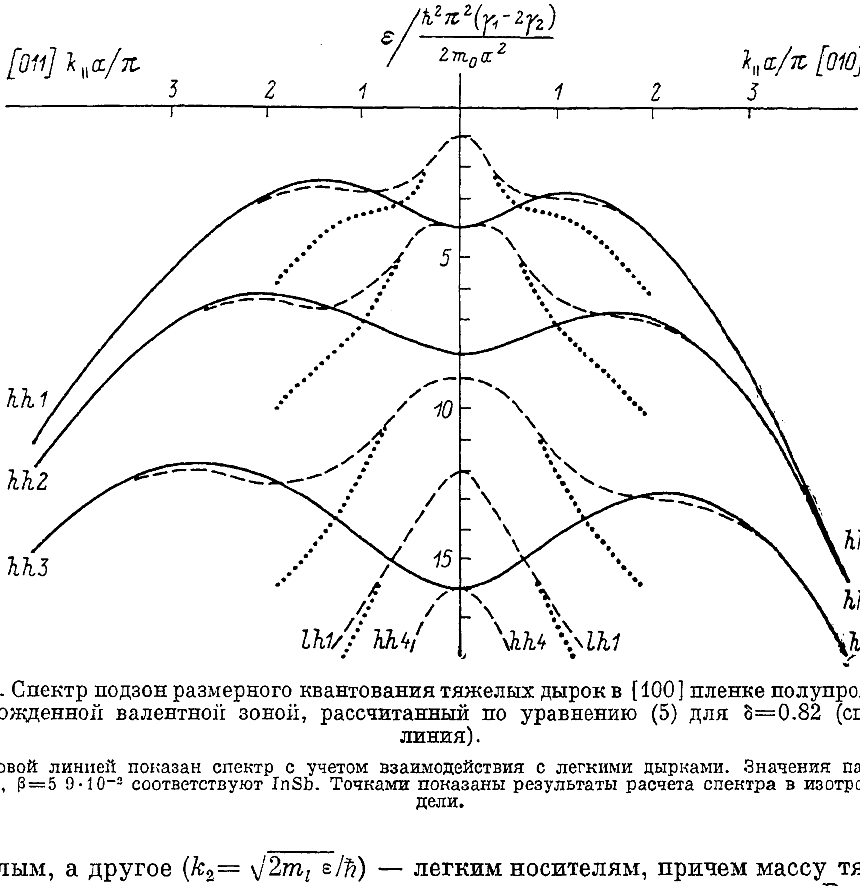

Рис. 2. Спектр подзон размерного квантования тяжелых дырок в [100] пленке полупроводника с вырожденной валентной зоной, рассчитанный по уравнению (5) для $\delta=0.82$ (сплошная линия).

Штриховой линией показан спектр с учетом взаимодействия с легкими дырками. Значения параметров $\delta=0.82$, $\beta=5\ 9\cdot10^{-2}$ соответствуют InSb. Точками показаны результаты расчета спектра в изотропной модели.

тяжелым, а другое ($k_2=\sqrt{2m_l\,\varepsilon}/\hbar$) — легким носителям, причем массу тяжелых дырок следует определять вдоль направления нормали к пленке. Вывод об отсутствии процессов трансформации носителей при $k_{\parallel}$ справедлив и при произвольной ориентации пленки, поскольку при нормальном отражении от гетерограницы изменяются знаки всех проекций импульса на кристаллические оси, что оставляет спинорную часть волновой функции [8] неизменной. Поэтому и условия квантования $k_{1,2}\,a=2\pi n$ также остаются в силе. Однако, вследствие анизотропии спектра тяжелых дырок энергии центров подзон размерного квантования $\varepsilon_{hhn}\,(k_{\parallel}=0)$ сильно зависят от ориентации пленки относительно кристаллических осей.

Рассмотрим теперь весьма узкую область (I) малых значений продольной компоненты импульса $k_{\parallel}\leqslant\sqrt{2m_l\varepsilon}/\hbar$. В этой области волна с $k_2\sim\sqrt{2m_l\varepsilon}/\hbar$ по-прежнему соответствует легким носителям, имеющим подзоны размерного квантования с сильной дисперсией. С другой стороны, нормальная компонента импульса тяжелых дырок в области I $k_\perp = k_1 \approx \sqrt{2m_{\parallel}\varepsilon}/\hbar$ оказывается существенно больше $k_{\parallel}$, т. е. тяжелые дырки движутся практически по нормали к пленке, что затрудняет их превращение в легкие частицы при отражении от границ $S_{21} \sim \sqrt{\beta} \ll 1$. Это обстоятельство позволяет разделить все ветви энергетического спектра на подзоны легких носителей и подзоны тяжелых дырок. Кроме того, в рассматриваемой области волновые функции и соответственно элементы матрицы отражения, записанные через k_1, k_2 и $k_{\parallel}$, с точностью до малых поправок по β совпадают с аналогичными выражениями для изотропного случая [7]. В результате и уравнение размерного квантования (2), описывающее взаимодействие подзон легких и тяжелых носителей, в области I совпадает с дисперсионным уравнением изотропной модели, исследованным достаточно подробно в работах [2, 7].

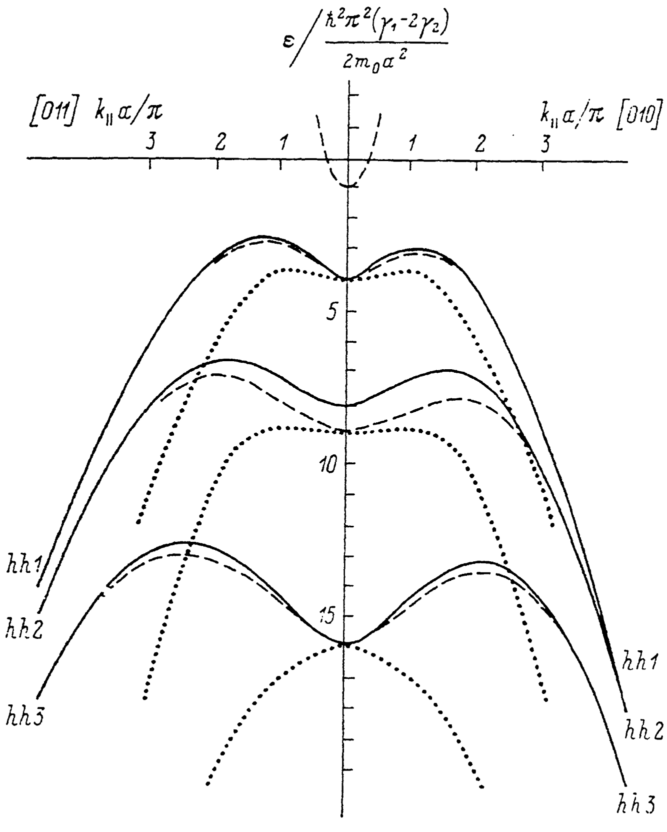

Рис. 3. Спектр подзон размерного квантования тяжелых дырок в [100] пленке бесщелевого полупроводника, рассчитанный по уравнению (5) для $\delta=0.75$ (сплошная линия).

Штриховой линией показан спектр с учетом взаимодействия с электронными состояниями. Значения параметров $\delta=0.75, \beta=0.1$ соответствуют HgTe. Точками показаны результаты расчета спектра в изотропной модели.

В [2, 7] установлено, что на спектр первых нечетных подзон размерного квантования тяжелых дырок существенное влияние оказывает специфическое пограничное состояние, выходящее (в полубесконечном кристалле) из потолка валентной зоны и имеющее массу $m={}^4/_3 m_l$. В результате взаимодействия первая и ряд нечетных подзон тяжелых дырок приобретают легкую массу $m_{hh1} \sim m_l$ (рис. 2, 3).

В случае пленки полупроводника с вырожденной валентной зоной спектр первых уровней размерного квантования в области I формируется в результате квазипересечений пограничного состояния типа легкой дырки с подзонами тяжелых дырок (рис. 2). В случае бесщелевого полупроводника первая подзона тяжелых дырок приобретает электронный характер, а нижележащие нечетные подзоны тяжелых дырок в результате взаимодействия с пограничным состоянием — положительную добавку к закону дисперсии (рис. 3).

Учет гофрировки объемного спектра в области I дает дополнительный вклад в дисперсию подзон, зависящий от ориентации пленки. В случае пленки, перпендикулярной оси [100], этот вклад оказывается положительным. Это объясняется тем обстоятельством, что при $\delta > {}^1/_2$ энергия тяжелых дырок при фиксированном значении $k_\perp$ растет с увеличением $k_\parallel$. Приведенная качественная картина подтверждается аналитическим выражением для масс подзон размерного квантования при $k_\parallel=0$, полученном в [1, 3]. Однако оно относится лишь к области $k_\parallel \leqslant \sqrt{m_l \varepsilon}/\hbar$, в то время как характерный масштаб, определяющий изменение подзон ε_{hhn} $(k_\parallel)$, связан с величиной $k_\parallel \sim \sqrt{m_h \varepsilon}/\hbar$.

Спектр подзон тяжелых дырок в области больших импульсов движения вдоль пленки

В этой области (II), когда тяжелая дырка движется под произвольным углом к нормали пленки, гофрировка спектра сказывается более существенным образом. Действительно, прежде всего из дисперсионного соотношения (1) следует, что при большой величине $k_\parallel \sim \sqrt{m_h \varepsilon}/\hbar$ оба значения нормальной компоненты k_1 и k_2 оказываются порядка $\sqrt{m_h \varepsilon}/\hbar$, т. е. носители обоих сортов являются тяжелыми дырками. При этом и волновые функции частиц сорта 1 и 2 с точностью до членов $\sim\beta$ имеют вид волновой функции тяжелых дырок:

$$\psi_{1,2} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}\,(k_{1,2}+ik_\parallel) \\ -(k_{1,2}-ik_\parallel) \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{k}_{1,2}+\mathbf{k}_\parallel)\mathbf{r}}. \tag{3}$$

В рассматриваемой области, относящейся к подзонам тяжелых дырок, в нулевом приближении по β можно считать $m_l=0$. Соответственно в области II спектр подзон тяжелых дырок в бесщелевом полупроводнике и в полупроводнике с вырожденной валентной зоной оказывается одинаковым.

Пользуясь функциями (3), легко найти элементы матрицы отражения $\mathbf{S}$ в области II:

$$S_{11} = -S_{22} = \frac{k_1+k_2}{k_1-k_2}, \quad S_{12} = -\frac{k_2}{k_1} S_{21} = \frac{2k_2}{k_1-k_2}. \tag{4}$$

Подстановка этих выражений в уравнение размерного квантования (2) приводит его к виду

$$\operatorname{tg}\frac{k_1 a}{2} = \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^{(-1)^n} \operatorname{tg}\frac{k_2 a}{2}, \tag{5}$$

где знак показателя степени зависит от четности номера уровня. В частности, для первого уровня тяжелых дырок *hh1* он отрицателен.

Из (1) следует, что в области II при увеличении $k_\parallel$ компонента k_2 сначала принимает чисто мнимые значения, увеличиваясь по абсолютной величине, а затем уменьшается до нуля, после чего при $k_\parallel \geqslant \sqrt{2m_h \varepsilon}/\hbar$ становится чисто вещественной. При этом, согласно (5), величина k_1 сначала несколько уменьшается, а затем (вблизи значений $k_1 \sim n\pi/a$) растет. Поэтому энергия подзон размерного квантования тяжелых дырок как функция $k_\parallel$ имеет максимум при $k_\parallel \sim n\pi/a$, отражающий свойства объемного гофрированного спектра (рис. 2, 3). Далее, в области, где обе величины k_1 и k_2 оказываются чисто вещественными, характер решений уравнения (3) существенно меняется. Из (3) следует, что, когда величина k_2, увеличиваясь с ростом $k_\parallel$, достигает значения π/a, величина k_1 должна иметь значение, равное $k_1=(2m+1)\,\pi/a$, где $m=1, 2, 3, \ldots$ Это же относится и к другим значениям k_1 и k_2, кратным π/a, обращающим правую и левую части (5) в нуль либо в бесконечность. Существенно, что такая пара k_1 и k_2 удовлетворяет уравнению (5) для обоих знаков показателя степени, связанного с четностью уровней. Поэтому при соответствующем значении $k_\parallel$ энергии двух соседних уровней разной четности совпадают.

Из сказанного следует, что при дальнейшем увеличении $k_{\parallel}$ импульсы k_1 и k_2, монотонно увеличиваясь, принимают одновременно значения, кратные величине π/a. Этим точкам соответствуют пересечения соседних уровней. Величины k_1 и k_2 с ростом $k_{\parallel}$ неограниченно растут, тогда как разность $k_1 - k_2 = q$ остается примерно постоянной ($q \approx 2\pi n/a$). Таким образом, при больших продольных импульсах $k_{\parallel} a \gg 1$ волновые векторы дырок обоих сортов стремятся к точке $k_1 = k_2 = k_0\ (k_{\parallel})$ на изоэнергетической поверхности $\varepsilon\ (k_{\perp},\ k_{\parallel}) = \text{const}$, определяемой ее касанием с прямой $k_{\parallel} = \text{const}$ (рис. 1). При этом движение дырок происходит под определенным углом к нормали пленки (рис. 1). Для сравнения отметим, что при ориентации пленки перпендикулярно оси [111] или при слабой гофрировке ($\delta < 1/2$) дырки с большими $k_{\parallel}$ двигаются вдоль пленки, так как $k_{\parallel} \gg k_{\perp} \sim n\pi/a$. Нетрудно показать, что направление движения дырок соответствует минимуму их энергии при фиксированном значении $k_{\parallel}$.

Для решения уравнения (5) в области больших $k_{\parallel}$ заметим, что при $k_{\parallel} a \gg 1$ и $k_1 \sim k_2 \gg k_1 - k_2 = q$ оно приводится к виду

$$\sin \frac{qa}{2} = (-1)^n \frac{q}{2k_0} \sin k_0 a, \tag{6}$$

где $k_0 = k_{\parallel} \left(\sqrt{\delta \left(2 - \frac{\sin^2 2\varphi}{2} \right)} - 1 \right)^{1/2}$, φ — угол в плоскости пленки между направлением $\mathbf{k}_{\parallel}$ и кристаллической осью четвертого порядка.

Учтем, что вблизи экстремума $\varepsilon\ (k_0,\ k_{\parallel})$ энергия тяжелых дырок может быть записана в виде

$$\varepsilon (k_{\perp},\ k_{\parallel}) = \varepsilon (k_0,\ k_{\parallel}) + \frac{\hbar^2\ (q/2)^2}{2m_0 m^{**}}, \tag{7}$$

где

$$\varepsilon (k_0,\ k_{\parallel}) = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_0 m^*}, \quad q = 2\,(k_{\perp} - k_0), \quad m^{*-1} = 2\,(\gamma_1 - 2\gamma_2) \left(\sqrt{\delta \left(2 - \frac{\sin^2 2\varphi}{2} \right)} - \delta \right),$$

$$m^{**-1} = 4\,(\gamma_1 - 2\gamma_2) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\delta \left(2 - \frac{\sin^2 2\varphi}{2} \right)}} \right).$$

Уравнение (6) можно решать последовательными приближениями. С точностью до малых поправок по q/k_0 условие квантования имеет вид $q = n_r \pi/a$, где $n_r = 1, 2, 3\ldots$ С учетом членов $\sim 1/k_0 a$ асимптотическое поведение подзон размерного квантования определяется формулой

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_0 m^*} + \frac{\hbar^2\ (n_r \pi)^2}{2m_0 m^{**} a^2} \left(1 + (-1)^{n+nr} \frac{2 \sin k_0 a}{k_0 a} \right). \tag{8}$$

Полученное выражение описывает поведение подзон тяжелых дырок при больших ε, когда эффективная масса подзон оказывается связанной с положением экстремума $\varepsilon\ (k_0,\ k_{\parallel})$. Второе слагаемое в круглых скобках в (8) описывает переплетение ближайших уровней разной четности, номера которых связаны с n_r соотношением $n_r = n - 1/2\ [1 + (-1)^n]$.

Отметим, что в области $k_{\parallel} a \gg 1$ волновая функция представляет собой суперпозицию быстро осциллирующих волн с близкими волновыми векторами, т. е. имеет вид осциллирующей функции, промодулированной плавной огибающей, обращающейся в нуль на границах ямы,

$$\psi = C \varphi\ (k_0,\ k_{\parallel}) \sin \frac{qx}{2}, \tag{9}$$

где $\varphi\ (k_0,\ k_{\parallel})$ — суперпозиция волн тяжелых дырок с импульсами $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{\parallel} \pm \mathbf{k}_0$.

Результаты (8), (9) могут быть получены и несколько иным способом, если заметить, что решаемая задача при фиксированном $k_{\parallel}$ сводится к квантованию частиц со спектром $\varepsilon\ (k_{\perp},\ k_{\parallel})$, имеющим два экстремума при $k_{\perp} = \pm k_0$. При больших $k_0 \sim k_{\parallel} \gg 1/a$ вблизи каждого из экстремумов можно использовать метод эффективной массы, что позволяет получить систему уровней (8), причем междолинные переходы, снимающие двукратное вырождение, вызывают малое осциллирующее расщепление уровней $\sim (k_0 a)^{-1} \ll 1$.[1]

Следует подчеркнуть, что возникновение «переплетения» уровней разной четности вследствие гофрировки спектра должно происходить независимо от величины отношения масс легких и тяжелых дырок β. Это можно видеть из исходного уравнения (2), в котором величины k_1 и k_2 оказываются кратными π/a одновременно. При конечной глубине потенциальной ямы точные пересечения соседних уровней при $k_0(k_{\parallel})\, a = n\pi$ сменяются на квазипересечения. Оценка дополнительных слагаемых, возникающих в уравнении (2) при учете проникновения частиц под барьер, показывает, что при малых энергиях дырок они оказываются порядка $\sim \sqrt{\varepsilon/\Lambda}$, где Λ — глубина ямы. Такого же порядка оказываются и расстояния между уровнями вблизи точек их пересечения.

Обсуждение результатов

Проведенный качественный анализ спектра подзон размерного квантования, использующий малость отношения масс носителей $\beta \ll 1$, объясняет общее поведение спектра и ряд характерных особенностей, обнаруженных ранее в численных расчетах [3, 5, 10]. Для [100] пленок бесщелевых полупроводников (HgTe, Sn) удается объяснить смещение экстремумов подзон тяжелых дырок, утяжеление дырок при больших импульсах движения вдоль пленки, сгущение уровней и осцилляции расстояний между ними (рис. 3). Эти качественные эффекты хорошо описываются упрощенным дисперсионным уравнением (5). Отметим, что асимптотическая формула (8) для спектра подзон в области их переплетения оказывается достаточно точной при $k_{\parallel} > 10\, \pi/a$.

Для [100] пленок полупроводников с вырожденной валентной зоной гофрировка объемного спектра наиболее существенным образом проявляется в сгущении уровней и утяжелении тяжелых дырок при больших $k_{\parallel}$. Как показывает численный расчет, область малых $k_{\parallel} \leqslant \sqrt{m_l \varepsilon}/\hbar$, в которой существенно влияние легких дырок на спектр размерного квантования, при реальных значениях параметра оказывается достаточно широкой ($\sim\pi/a$), поэтому уравнение (5) описывает лишь асимптотическое поведение подзон тяжелых дырок при $k_{\parallel} \geqslant 2\pi/a$.

Особенности энергетического спектра, связанные с гофрировкой, например появление резких пиков в плотности состояний вследствие немонотонного поведения дырочных подзон [10], могут приводить к специфическим оптическим и кинетическим явлениям [9].

Авторы благодарны Д. Г. Полякову за стимулирующее обсуждение.

Список литературы

[1] Недорезов С. С. // ФТТ. 1970. Т. 12. В. 8. С. 2269—2275.
[2] Дьяконов М. И., Хаецкий А. В. // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. В. 5. С. 1584—1590.
[3] Shvarsman L. D. // Sol. St. Commun. 1983. V. 46. N 11. P. 787—790.
[4] Горбовицкий Б. М. // ФТП. 1987. Т. 21. В. 5. С. 830—835.
[5] Martijn de Sterke. // Phys. Rev. B. 1986. V. 36. N 12. P. 6574—6580.
[6] Герчиков Л. Г., Субашиев А. В. // ФТП. 1989. Т. 23. В. 12. С. 2210—2213.
[7] Gerchikov L. G., Subashiev A. V. // Phys. St. Sol. (b). 1990. V. 160. N 1. P. 443—457.
[8] Бир Г. Л., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М., 1972. 584 с.
[9] Чаплик А. В., Шварцман Л. Д. // Поверхность. 1982. № 2. С. 73—78.
[10] Marques G. E., Chitta V. N. // J. Phys. C. 1987. V. 20. N 28. P. 727.

Ленинградский государственный
технический университет

Получена 23.07.1990
Принята к печати 27.09.1990

---

[1] Применимость метода типа приближения эффективной массы для изучения асимптотики спектров размерного квантования не ограничивается случаем бесконечно глубокой потенциальной ямы, а относится и к произвольному потенциалу $U(x)$, когда $k_{\parallel} a \gg 1$, где a — характерный размер потенциала.