УСРЕДНЕННОЕ ОПИСАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ПЛОТНОСТИ НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Зайко Ю. Н.

Цель настоящей работы — получение и исследование усредненных (амплитудных) уравнений, описывающих нелинейные волны плотности неравновесных носителей заряда в полупроводниках с учетом их генерации и рекомбинации. В одномерном случае исходная (неусредненная) система уравнений имеет вид

$$v_t+vv_z=\frac{e}{m}\varphi_z-\nu v-\frac{\nu D}{n}n_z,$$
$$n_t+(nv)_z=-\frac{n-n_0}{\tau}+\Gamma,\qquad \varphi_{zz}=4\pi e(n-n_0), \tag{1}$$

v и n — скорость и плотность неравновесных носителей с зарядом $-e$ и эффективной массой m. Время релаксации плотности носителей к равновесному значению n_0 есть τ, Γ описывает процессы генерации носителей, D — коэффициент диффузии, ν — частота столкновений [1]. Если диэлектрическая проницаемость полупроводника ε, то при замене $\varepsilon\varphi\to\varphi$, $\varepsilon m\to m$ мы вновь приходим к (1). Внешнее тянущее поле, приводящее к появлению средней скорости носителей v_0, предполагается малым по сравнению с внутренним полем, создаваемым неравновесными носителями и описываемым потенциалом φ, и не учитывается в уравнениях движения.

В стационарном случае, когда $n_t=0$, анализ (1) приводит к выражению для пространственного распределения плотности избыточных носителей [1]. В низкочастотном пределе ($\omega\ll\nu$) с помощью (1) изучались различные типы волн (рекомбинационные, инжекционные) в полупроводниках [2]. Исследование нестационарной задачи можно провести, используя метод усреднения Уизема [3] исходной системы (1), который с успехом был применен для решения задачи о нелинейных волнах пространственного заряда в резистивной среде [4], или, если пользоваться другой терминологией, в резистивном усилителе [5].

Будем считать величины ν, Γ, $1/\tau$ малыми, тогда исследование (1) можно выполнить по теории возмущений. В нулевом приближении по перечисленным выше величинам существует решение (1) вида $v=v(\theta)$, где $\theta=kz-\omega t$ [6]:

$$\theta=\pm\frac{\omega}{\omega_p}\left[(\xi_0-1)\arcsin\frac{\xi-\xi_0}{\sqrt{G}}-\sqrt{G-(\xi-\xi_0)^2}\right], \tag{2}$$

где $\xi=kv/\omega$, $\xi_0=kv_0/\omega$, $\sqrt{G}$ — амплитуда волны, $n=n_0(\xi-\xi_0)/(1-\xi)$. Решение (2) описывает нелинейные волны скорости и плотности неравновесных носителей произвольной амплитуды вплоть до опрокидывания волны и образования многопотокового состояния, когда простое гидродинамическое описание (1) более неприменимо. Устойчивость (2) доказана в работе [4].

Следующим шагом является получение из (1) уравнений для медленно меняющихся величин G, v_0, ω и k, скорость изменения которых пропорциональна малым величинам, не учтенным ранее. Эти уравнения получаются усреднением уравнений баланса, следующих из (1), по периоду невозмущенного решения (2) с помощью соотношения $d\theta=\pm\frac{\omega}{\omega_p}\frac{(\xi-1)\,d\xi}{\sqrt{G-(\xi-\xi_0)^2}}$, где знаки «$\pm$» относятся к быстрым и медленным волнам пространственного заряда. Отметим, что нелинейное дисперсионное уравнение $\oint d\theta=2\pi$ имеет вид $(kv_0-\omega)/\omega_p=\pm1$ и не отличается от линейного; $\omega_p^2=4\pi e^2n_0/m$. Эти уравнения баланса суть

$$n_t+(nv)_z=-\frac{n-n_0}{\tau}+\Gamma,$$
$$\left[n\frac{mv^2}{2}-e(n-n_0)\varphi-\frac{1}{8\pi}\varphi_z^2\right]_t+\left[\frac{1}{4\pi}\varphi_z\varphi_t+nv\left(\frac{mv^2}{2}-e\varphi\right)\right]_z=$$

$$=-\nu mnv^2+\left(\frac{mv^2}{2}-e\varphi\right)\left(-\frac{n-n_0}{\tau}+\Gamma\right)-\nu mDkvn_\theta, \quad (3)$$

$$(nmv)_t+\left(nmv^2-en_0\varphi-\frac{1}{8\pi}\varphi_z^2\right)_z=-\nu mnv+mv\left[-\frac{n-n_0}{\tau}+\Gamma\right]-\nu mDkn_\theta.$$

Первое выражение из (3) представляет собой уравнение баланса числа частиц, второе и третье — уравнения баланса энергии и импульса. К уравнениям (3) следует добавить очевидное соотношение $k_t+\omega_z=0$. В результате усреднения получаем из (3) систему уравнений

$$N_t+(v_0N)_z=\frac{\Gamma}{n_0}N,$$

$$\left[N\left(\frac{1}{2}G\frac{\omega^2}{k^2}+\frac{1}{2}v_0^2\right)\right]_t+\left[v_0N\left(\frac{1}{2}G\frac{\omega^2}{k^2}+\frac{1}{2}v_0^2\right)\right]_z=-\nu N\left[\frac{1}{2}G\frac{\omega^2}{k^2}+v_0^2\right]+$$
$$+\frac{1}{2}\frac{\omega}{\omega_p}\left[\frac{1}{\tau}G\frac{\omega^2}{k^2}-\frac{\Gamma}{n_0}v^2\right]+\frac{1}{2}\frac{\Gamma}{n_0}\frac{kv_0}{\omega_p}\left[G\frac{\omega^2}{k^2}+v_0^2\right], \quad (4)$$

$$(v_0N)_t+(v_0^2N)_z=v_0N\left(-\nu+\frac{\Gamma}{n_0}\right)+\frac{1}{2}G\frac{\omega^2}{k\omega_p}\left(\frac{1}{\tau}+\frac{\Gamma}{n_0}\right),$$

где $N=\pm(kv_0-\omega)/\omega_p$ имеет смысл числа возмущенных волн на длине невозмущенной волны; при отсутствии возмущения $N=1$. Заметим, что диффузионные члены выпали из усредненных уравнений, поскольку для решения (2) они пропорциональны производным по θ. В результате преобразований получаем из (4) систему уравнений

$$N_t+(v_0N)_z=\frac{\Gamma}{n_0}N, \qquad A_t+v_0A_z=-\left(\nu+\frac{\Gamma}{n_0}+\frac{1}{\tau}\right)A,$$
$$v_{0t}+v_0v_{0z}=-\nu v_0+\frac{1}{2}\frac{k}{\omega_p}\frac{1}{N}\left(\frac{1}{\tau}+\frac{\Gamma}{n_0}\right)A, \quad (5)$$

где $A=G\,(\omega^2/k^2)$. Система (5) позволяет исследовать нестационарные процессы генерации и рекомбинации и в том случае, когда величины $1/\tau$, Γ не являются постоянными, а медленно изменяются на расстоянии порядка длины волны. В таком виде она все еще сложна для исследования. Она может быть упрощена, если пренебречь генерацией носителей в объеме полупроводника и рассмотреть случай малых амплитуд, когда второе слагаемое в правой части последнего уравнения из (5) мало́ по сравнению с первым. В этом случае система (5) совпадает с аналогичной системой усредненных уравнений для резистивного усилителя [4] с заменой проводимости резистивного слоя σ на $1/4\pi\tau$. Отсылая читателя за деталями расчета к [4], приведем окончательные результаты:

$$v_0(t,\ z)\equiv v_0(z)=v_0\left(1-\frac{\nu z}{v_0}\right), \qquad 0<z<\frac{v_0}{\nu},$$

$$G(t,\ z)=G_0\left[t+\frac{1}{\nu}\ln\left(1-\frac{\nu z}{v_0}\right)\right]B(z), \qquad B(z)=\left(1-\frac{\omega_0}{k_0v_0}\frac{\nu z}{v_0}\right)^2\left(1-\frac{\nu z}{v_0}\right)^{\frac{1}{\nu\tau}-3}, \quad (6)$$

$$k(z,\ t)\equiv k(z)=\left(k_0-\frac{\nu\omega_0}{v_0^2}z\right)\left(1-\frac{\nu z}{v_0}\right)^{-2}, \qquad \omega(z,\ t)\equiv\omega_0=\mathrm{const}.$$

Здесь $v_0=v_0\,(0)$, $G_0\,(t)=G\,(t,\ z=0)$, $k_0=k\,(z=0)$ — значения соответствующих величин в точке $z=0$, $B\,(z)$ — усиление. Из (6) можно заключить, что возмущение плотности неравновесных носителей, имеющее вид (2) с амплитудой $G_0\,(t)$, созданное на границе полупроводника в точке $z=0$, распространяется со скоростью $v_0\,(z)$ и усиливается при $\omega_0/k_0v_0<3/2-1/2\nu\tau$. При $k_0v_0/\omega_0>1$ усиление растет монотонно с z, при $k_0v_0/\omega_0<1$ оно достигает максимума в точке

$$z_m=\frac{k_0v_0}{\omega_0}\frac{v_0}{\nu}\left(3-\frac{1}{\tau\nu}-2\frac{\omega_0}{k_0v_0}\right)\left(1-\frac{1}{\nu\tau}\right)^{-1}$$

и равно

$$B_m = 4\left(\frac{\omega_0}{k_0 v_0}\right)^2 \left[\frac{1-\frac{1}{\nu\tau}}{1-\frac{k_0 v_0}{\omega_0}}\right]^{1-1/\nu\tau}. \tag{7}$$

Условием применимости (6) является $z < z_1 < v_0/\nu$, где z_1 — точка опрокидывания волны. В работах [7, 8] сообщалось о наблюдении максимума усиления фотостимулированного полевого GaAs-транзистора при некотором напряжении на стоке именно в случае, соответствовавшем генерации избыточных носителей в узком поверхностном слое.

Автор благодарит Г. Г. Акчурина и А. Ю. Огнищева за обсуждения.

Список литературы

[1] Киреев П. С. Физика полупроводников. М., 1975. 584 с.
[2] Пожела Ю. К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. М., 1977. 367 с.
[3] Бхатнагар П. Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах. М., 1983. 136 с.
[4] Зайко Ю. Н. // ЖТФ. 1989. Т. 59. В. 11. С. 108—110.
[5] Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М., 1984. 432 с.
[6] Зайко Ю. Н. // ЖТФ. 1982. Т. 52. В. 12. С. 2429—2432.
[7] Noad J. P., Elmer H. H., Hum R. H., Macdonald R. I. // IEEE Trans. 1982. V. ED-29. N 11. P. 1792—1797.
[8] Gammel J. G., Ballantyne J. M. // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. N 2. P. 149—151.

Получено 16.01.1990
Принято к печати 30.03.1990

ФТП, том 24, вып. 8, 1990

О СВЯЗИ ШУМОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК С ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Антохин А. Ю. Козлов В. А.

Одной из принципиальных задач, возникающих при разработке информационных систем на базе термоэлектрических преобразователей, является задача повышения значения параметра эффективности преобразования Иоффе Z в рабочей области температур [1]:

$$Z = \alpha^2 \sigma / \varkappa, \tag{1}$$

где α — дифференциальная термоэдс, σ и $\varkappa$ — электропроводность и удельная теплопроводность образца соответственно. Именно на решение указанной проблемы и направлены усилия разработчиков. В настоящей работе обращено внимание на другой аспект данной проблемы, тесно связанный с повышением чувствительности информационных термоэлектрических преобразователей. При этом, как будет показано далее, увеличение Z непосредственно ведет к увеличению абсолютного уровня тепловых флуктуаций электрического тока.

Анализ данной задачи проведем в рамках стандартного феноменологического подхода неравновесной термодинамики [2, 3], который наиболее удобен для использования флуктуационно-диссипационной теоремы (ФДТ). При этом поток тепла и электрический ток имеют вид

$$U = L_{11} \nabla T + L_{12} E, \tag{2}$$

$$I = L_{21} \nabla T + L_{22} E, \tag{3}$$

а скорость диссипации энергии в системе определяется формулой

$$\dot{Q} = \int [\gamma_1 (\nabla T \nabla T) + 2\gamma_2 (\nabla T E) + \gamma_3 (EE)]\, d^3x', \tag{4}$$