УДК 621.315.592

ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ВОЛЬТАМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МДП ТРАНЗИСТОРА

Зебрев Г. И., Усейнов Р. Г.

Посредством решения уравнения непрерывности для тока получено простое компактное выражение для тока стока МОП транзистора, единым образом описывающее затворные и стоковые характеристики прибора во всех электрических режимах работы: подпороговом, слабой и сильной инверсии и режиме насыщения. При этом автоматически учитываются соотношения между диффузной и дрейфовой компонентами тока, указаны количественные критерии реализации тех или иных режимов работы при разных значениях входных параметров и температур. Получены распределения электростатического потенциала и электрического поля вдоль канала.

Проблема аналитического моделирования вольтамперных характеристик (ВАХ) полевых транзисторов на основе структуры металл—оксид—полупроводник (МОПТ) остается актуальной на протяжении многих лет [1]. Это объясняется, с одной стороны, простотой и гибкостью аналитического подхода по сравнению с громоздким компьютерным анализом, а с другой — физически обоснованная аналитическая модель всегда является отправной точкой для более детального численного расчета. Между тем, несмотря на большое количество работ, посвященных аналитическому или численно-аналитическому моделированию МОПТ [1, 2], до сих пор не существует достаточно простого подхода, позволяющего единым образом описывать работу МОПТ во всем диапазоне рабочих напряжений на затворе — от экспоненциального, подпорогового участка ВАХ до линейного, надпорогового, включая эффекты насыщения и перехода от диффузионного режима тока к дрейфовому.

Для получения ВАХ МОП транзистора обычно используют метод прямого интегрирования выражения для тока, что физически соответствует суммированию бесконечного числа последовательных сопротивлений, которое предполагает наличие информации о распределении электрического поля, потенциала и концентрации на всей длине канала. Для того чтобы получить эту дополнительную информацию, необходимо в общем случае решать уравнение непрерывности, что, как правило, не делается. Тем самым описание остается незамкнутым, и для получения конечных результатов необходимо привлекать дополнительную эмпирическую или априорную информацию. В данной работе изложен последовательный подход, позволяющий получить общее выражение для тока, описывающее единым образом основные электрические режимы работ МОПТ в широком диапазоне температур, в компактном и замкнутом виде, удобном для практического использования.

При моделировании параметров МОПТ в физическом отношении существенны два аспекта — электростатика слоев объемного заряда, контролирующая концентрацию носителей тока в канале, и кинетические условия в нем. Что касается первого аспекта, то для некороткоканальных приборов его физическое содержание исчерпывается уравнением Пуассона в одномерном приближении для электростатического потенциала φ, отсчитываемого вниз от уровня зоны проводимости в подложке, и выражением для концентрации носителей (в случае p-подложки — для электронов). На практике необходимо знание лишь двух первых моментов уравнения Пуассона по поперечной координате. С учетом естественных граничных условий и контактной разности потенциалов между полупроводником и металлом φ_{ms} получаем два следующих выражения:

$$N+N_{\text{ox}}=N_{\text{ss}}+N_A W+n, \tag{1}$$

$$V_g=\varphi_{\text{ms}}+\frac{eN}{C_0}+\frac{4\pi e}{\varepsilon_i}\int\limits_0^d (d-x)\,\rho_{\text{ox}}(x)\,dx+\frac{2\pi e}{\varepsilon_s}N_A W^2. \tag{2}$$

Первое выражение представляет собой уравнение электронейтральности и связывает локальные поверхностные концентрации зарядов на затворе N, в окисле $N_{\text{ox}}=\int\limits_0^d \rho_{\text{ox}}(x)\,dx$, на поверхностных состояниях N_{ss}, в обедненном слое $N_A W$ и в области инверсии n. Уравнение (2) дает полное падение потенциала на всей толщине структуры $V_g-\varphi_{ms}=\int\limits_0^{d+W} E_x(x)\,dx$. Здесь d и W — толщины соответственно окисла и обедненного слоя полупроводника, N_A — концентрация акцепторов, V_g — положительное напряжение, приложенное к затвору. Выражения (1) и (2) записаны в приближении резкого обедненного слоя, и, кроме того, в (2) пренебрегалось весьма малым падением потенциала на инверсионном слое, так что изменение потенциала на обедненном слое равно поверхностному потенциалу $\varphi\cong\varphi_d=(2\pi e/\varepsilon_s)N_A W^2$. Как уже отмечалось выше, для замыкания уравнения Пуассона необходимо, вообще говоря, независимое выражение для концентрации свободных носителей n и поверхностных состояний N_{ss}. Это обстоятельство обусловлено тем, что эти величины определяются внутренними параметрами задачи, в частности термодинамическими, и условиями на границе раздела. Не касаясь здесь проблемы поверхностных состояний, отметим, что общим выражением для концентрации подвижных электронов в канале для случая больцмановской статистики, отсутствия квантования и постоянного прижимающего поля является

$$n=\bar{n}\,\frac{kT}{eF_s}\exp\left(\frac{e\zeta}{kT}\right). \tag{3}$$

Здесь $\zeta<0$ — химический потенциал электронов для квазиравновесного случая, записывающегося в виде $\zeta_0=\varphi-E_g/2e-\psi_B$, E_g — энергетическая ширина запрещенной зоны $\psi_B=(kT/e)\ln(N_A/n_i)$ — отсчитываемое от середины зоны положение химического потенциала в подложке. Величина F_s — среднее прижимающее электрическое поле в инверсионном слое,

$$F_s=\frac{2\pi e}{\varepsilon_s}(n+2N_A W), \tag{4}$$

$\bar{n}$ — эффективная плотность состояний в зоне проводимости вблизи границы раздела. Отметим, что соотношения (3) и (4) эквивалентны в рамках сделанных предположений известному точному решению одномерного уравнения Пуассона [3], что легко проверить, разрешая квадратное уравнение, получаемое из (3) и (4), относительно n.

Кинетическое описание движения носителей тока дается уравнением Больцмана, но для целей получения ВАХ транзистора достаточно использовать нулевой и первый моменты кинетического уравнения по скорости. Для стационарного случая в длинноканальных приборах это соответственно уравнение непрерывности для тока (на единицу длины)

$$dI/dy=0 \tag{5}$$

и выражение для диффузионно-дрейфового тока

$$I=e\mu n\,\frac{d\varphi}{dy}+eD\left|\frac{dn}{dy}\right|. \tag{6}$$

Соотношение диффузной и дрейфовой частей полного тока (6) является, вообще говоря, функцией координаты вдоль канала, между тем как полный ток остается постоянным. Воспользовавшись соотношением Эйнштейна, легко показать, что отношение абсолютных значений диффузной части тока к дрейфовой выражается через величину $\chi \equiv | d\zeta/d\varphi |$:

$$eD\left|\frac{dn}{dy}\right| = eD\left|\frac{dn}{d\zeta}\right|\left|\frac{d\zeta}{d\varphi}\right|\left|\frac{d\varphi}{dy}\right| = e\mu n\left|\frac{d\zeta}{d\varphi}\right|\left|\frac{d\varphi}{dy}\right|. \tag{7}$$

Величина χ характеризует, насколько быстро изменяется химический потенциал электронов (а следовательно, их концентрация) с изменением электростатического потенциала, и является внутренним параметром задачи. Для нахождения χ мы воспользуемся общепринятым предположением, что основной физической причиной появления диффузного тока в канале является эффект электростатического влияния пространственного заряда обедненной области на концентрацию носителей в канале. Дифференцируя (1) и (2) по химическому потенциалу ζ, подразумевая под дифференциалом изменения соответствующих величин при сдвиге по продольной координате и пренебрегая изменением концентрации поверхностных состояний вдоль канала, легко получим

$$\chi = \frac{\dfrac{C_0}{e} + \dfrac{N_A W}{2\varphi}}{|dn/d\zeta|}. \tag{8а}$$

Выражение для производной концентрации по химическому потенциалу отличается от объемного больцмановского и определяется с помощью формул (3) и (4):

$$\frac{dn}{d\zeta} = \frac{en}{2kT}\left(1 + \frac{N_A W}{n + N_A W}\right). \tag{8б}$$

Предполагая, что отношение диффузного тока к дрейфовому слабо изменяется хотя бы на небольшом участке канала, и пренебрегая при этом производной $(d\chi/dy) \sim 0$, уравнение непрерывности (5) для тока (6) сводим к выражению

$$\frac{d^2\varphi}{dy^2} = -\frac{e}{kT}\frac{d\zeta}{d\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2.$$

Это уравнение удобно переписать, вводя обозначение $E(y) = d\varphi/dy$, имеющее смысл величины тянущего электрического поля в канале, и учитывая то, что $d\zeta/d\varphi = -\chi$:

$$\frac{dE}{dy} = \frac{e}{kT}\chi E^2. \tag{9}$$

Уравнение (9) легко интегрируется:

$$E(y) = \frac{E(0)}{1 - \dfrac{eE(0)}{kT}\displaystyle\int_0^y \chi(y)\,dy}. \tag{10}$$

С учетом ранее сделанных предположений далее будем считать, что $\int_0^y \chi(y)\,dy \cong$ $\cong \chi(0)y$, $\chi(0) \equiv \chi$. Постоянную интегрирования $E(0)$ в (10), имеющую смысл тянущего поля в области истока, находим из естественного условия

$$V_D = \int_0^L E(y)\,dy, \tag{11}$$

где L — длина канала, V_D — напряжение на стоке. Отсюда нетрудно получить

$$E(0) = \frac{kT}{eL\chi}\left[1 - \exp\left(-\frac{eV_D}{kT}\chi\right)\right]. \tag{12}$$

При этом выражение (10) принимает вид

$$E(y)=\frac{kT}{eL\chi}\frac{1-\exp\left(-\frac{eV_D}{kT}\chi\right)}{1-\frac{y}{L}\left[1-\exp\left(-\frac{eV_D}{kT}\chi\right)\right]}. \tag{13}$$

Интегрируя (13) по координате, находим распределение электростатического поверхностного потенциала вдоль канала, удовлетворяющее условию $\varphi(L)-\varphi(0)=V_D$,

$$\varphi(y)-\varphi(0)=-\frac{kT}{e\chi}\ln\left[1-\frac{y}{L}\left(1-\exp\left(-\frac{eV_D}{kT}\chi\right)\right)\right]. \tag{14}$$

Условие постоянства тока вдоль канала (5) позволяет для нахождения вида ВАХ ограничиться выражением (12). Полный ток (6) на ширине канала Z с учетом (7) имеет вид

$$I=e\frac{Z}{L}Dn\frac{1+\chi}{\chi}\left[1-\exp\left(-\frac{eV_D}{kT}\chi\right)\right]. \tag{15}$$

Здесь величины n и χ берутся в области истока и не зависят от напряжения на стоке V_D.

Выражение (15) с учетом (8) и (3) в компактной форме описывает все режимы работы МОПТ. В случае сильной инверсии ($n>N_AW$) большой заряд в инверсионном слое управляется в основном затвором, слабо зависит от V_D и концентрация электронов вдоль канала (а следовательно, химический потенциал) не зависит от изменения электропотенциала $\chi\cong(C_0kT/en)\to 0$. При этом если $\chi eV_D/kT<1$, то потенциал меняется линейно и поле постоянно на участке канала, где $(\chi eV_D/kT)(y/L)\ll 1$. Разлагая экспоненту в (15) до квадратичного члена, учитывая явный вид χ (8) и то, что выше порога $n=C_0(V_g-V_T)$, получаем известный результат [1, 4]

$$I=\frac{Z}{L}\mu C_0\left[(V_g-V_T)V_D-\left(1+\frac{eN_AW}{2C_0\varphi}\right)\frac{V_D^2}{2}\right]. \tag{16}$$

Отметим, однако, что при обычном подходе выражение (16) получается при жестком ограничении $V_D\ll 2\psi_B\lesssim 1$ В, а затем, несмотря на это, используется для описания режима насыщения. На самом деле условием реализации насыщения тока выше порога является неравенство $\chi eV_D/kT>1$, обратное условию справедливости (16). При этом формула (15) дает выражение для тока насыщения [1]

$$I_{sat}=e\frac{Z}{L}Dn\frac{1+\chi}{\chi}=\frac{Z}{L}\mu\frac{1}{2}\frac{C_0(V_g-V_T)^2}{1+\frac{eN_AW}{2C_0\varphi}}. \tag{17}$$

Наконец, в подпороговой области, когда $n<N_AW$, $\chi\gg 1$, общее выражение (15) дает наблюдаемую экспоненциальную зависимость [1, 4]

$$I\cong eZD\frac{n}{L}=e\frac{Z}{L}D\bar{n}\frac{kT}{eF_s}\exp\left(\frac{e\varphi-E_g/2-e\psi_B}{kT}\right). \tag{18}$$

При этом тянущее поле (13) на большей части канала стремится к нулю и электропотенциал (14) практически не изменяется, т. е. реализуется диффузный режим, при котором ток не зависит от напряжения на стоке. Критической точкой, определяющей преимущественно дрейфовый режим тока от преимущественно диффузного, является в соответствии с (15) такое соотношение параметров, когда $\chi eV_D/kT\sim 1$. При заданных значениях напряжения на стоке и температуры изменение χ в соответствии с (8) от очень малой величины до очень большой дает последовательный переход от дрейфового участка к диффузному и описывает эффекты насыщения.

Таким образом, выражение (15) вместе с (8), (3) и (4) образуют замкнутый набор расчетных формул для описания ВАХ МОПТ во всем диапазоне изменений электрических режимов. В данной работе мы рассматривали только электрическую модель ВАХ транзистора, опуская немаловажные детали, такие как вопрос о подвижности, поверхностных состояниях и т. п. Тем не менее наш опыт прикладного моделирования реальных приборов на основе вышеописанного подхода показывает его гибкость в теоретическом плане и, что немаловажно в приложениях, его практическую простоту.

Список литературы

[1] Brews J. R. Physics of the MOS transistor / Ed. by D. Kahng. N. Y., 1981. 305 p.
[2] Крупкина Т. Ю. // Зарубеж. электрон. техн. 1983. № 12. С. 57—107.
[3] Kingston R., Neustadter S. // J. Appl. Phys. 1955. V. 26. N 6. P. 718—720.
[4] Зи С. Физика полупроводниковых приборов. Т. 2. М., 1984. 455 с.

Получена 6.03.1989
Принята к печати 15.12.1989