

УДК 621.315.592

ДВУМЕРНЫЕ ГАННОВСКИЕ ДОМЕНЫ В СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ

Грибников З. С., Железняк В. Б.

Рассмотрено поведение ганновских доменов в ряде слоистых полупроводниковых структур. Для одиночной плоской тонкой ямы, по которой движутся электроны, и для сверхрешетки, состоящей из таких ям, даны критерии неустойчивости однородного (бездоменного) параллельного транспорта носителей. Численное моделирование этих, а также δ -легированной структур на основе диффузионно-дрейфового приближения показало, что распределения тянущих полей и суммарной по поперечной координате концентрации в них весьма схожи и напоминают аналогичные распределения в однородно легированных полупроводниках. Отмечен также ряд особенностей ганновской доменизации в слоистых структурах.

1. В однородно легированных полупроводниках с N -образной полевой зависимостью дрейфовой скорости электронов $v(E)$ однородное распределение концентрации носителей и электрического поля сменяется в достаточно сильных полях пространственно неоднородным распределением, движущимся вдоль поля. При переходе к сопровождающей системе координат получаются стационарные одномерные распределения концентрации, поля и (при более подробном описании) прочих параметров электронного газа. В силу одномерности и стационарности возникающие структуры в простейших случаях хорошо анализируются с помощью качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений (см., например, [1]).

В последние годы возрос интерес к исследованию параллельного транспорта в слоистых структурах разных типов [2], в особенности гомо- и гетероструктурах с селективным легированием (как то одиночные квантовые ямы, совокупности параллельных ям — сверхрешетки, слои с δ -легированием и т. п.). Как правило, в этих объектах не только слабополевые подвижности, но и максимальные (пиковые) дрейфовые скорости выше, чем в сильно легированных однородных материалах. Зависимости эффективной дрейфовой скорости от продольного (гряющего) электрического поля имеют в них N -образный вид, так что становится актуальной задача о ганновских доменах в слоистых структурах.

При параллельном транспорте в сопровождающей системе координат здесь также возникают стационарные распределения концентраций и полей, но они двумерны и, следовательно, не анализируемы с помощью упомянутой качественной теории.

2. В настоящей работе ганновские домены в некоторых слоистых структурах исследованы численно. При этом эксплуатировалась локальная диффузионно-дрейфовая модель (ДДМ), основанная на решении уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = -\frac{e}{\epsilon_d} (n - \mathfrak{N}(y)) \quad (1)$$

совместно с уравнением непрерывности электронного тока

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial r} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

где

$$j = -D(E) \frac{dn}{dr} + v(E)n; \quad (3)$$

здесь φ — электростатический потенциал, $E = -\partial\varphi/\partial r$, $r = (x, y)$, $\mathcal{N}(y)$ — концентрация однократно заряженных доноров, $n = n(r)$ — концентрация электронов, $j = (j_x, j_y)$ — их поток, D — коэффициент диффузии электронов, v — их дрейфовая скорость: $v = -E(v(E)/E)$, $E = |E|$. Отстройка от возможных контактных неоднородностей производилась замыканием образца с длиной l (вдоль оси x) на себя, т. е. введением условий

$$\begin{aligned} n(0, y) &= n(l, y), \\ \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=l}, \quad E_x(0, y) = E_x(l, y), \\ E_y(0, y) &= E_y(l, y), \quad \varphi(0, y) = \varphi(l, y) - U. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда $E_0 = U/l$ — среднее поле в образце, полагаемое заданным. Пространственный период l (1.5–4 мкм) всякий раз с запасом превосходил «размер» домена. На боковых поверхностях ($y=0, a$) задавались условия $\partial n/\partial y = 0$, $E_y = 0$, соответствующие наличию периодической структуры с периодом $2a$. Как правило, наши результаты не зависели или не очень сильно зависели от a , т. е. исследовались почти одиночные слои и ямы.

Прикладной интерес к движению и другим эволюциям доменов при параллельном транспорте связан с двумя задачами. Во-первых, такие структуры позволяют более гибко, чем в однородных материалах, варьировать параметры ганновских генераторов (или других приборов, использующих N -ОДП). Например, можно существенно сместить диапазон рабочих полей. Во-вторых, такие структуры находят применение в полевых транзисторах (гетероструктурные ПТ—НЕМТ, ПТ с квантовыми ямами и с δ -легированными слоями [3, 4]), которые при неправильном выборе геометрии или режима работы теряют устойчивость (в них возникают спонтанные ганновские осцилляции) либо работают в невыгодном режиме (не там, где надо, локализуются домены сильного поля).

3. В локальной ДДМ вся материаловедческая информация сосредоточена в зависимостях $v(E)$ и $D(E)$. В одномерных задачах обычно используют [5] трехпараметрическую аппроксимацию

$$v(E) = \frac{\mu(E) + v_s(E/E_0)^4}{1 + (E/E_0)^4}, \quad (5)$$

где μ — слабополевая подвижность, v_s — насыщенная дрейфовая скорость; зависимость (5) хорошо аппроксимирует экспериментальные результаты в материалах $A^{III}B^V$. Для $D(E)$ часто применяют формулу [6–8]

$$D(E) = \frac{T}{e} \frac{v(E)}{E} + \frac{2}{3} \tau_e v^2(E), \quad (6)$$

где τ_e — эффективное время релаксации энергии, которое полагают не зависящим от E , T — температура решетки. Далее будут использованы зависимости (5) и (6) со следующими значениями параметров: $\mu = 5.5 \cdot 10^3$ см²/В·с, $v_s = 10^7$ см/с, $E_0 = 4.8 \cdot 10^3$ В/см, $T = 77$ К, $\tau_e = 1.2 \cdot 10^{-12}$ с; при этом $D_\infty = 80$ см²/с. Нетрудно убедиться в том, что при $j \rightarrow 0$ из (3), (5) и (6) правильные распределения $n(x)$ получаются при $|v(E)\tau_e \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}| \ll 1$, т. е. в случае их достаточной плавности (оценочные значения характерной длины составляют $\sim 10^{-5}$ см при $v_s \sim 10^7$ см/с и $\tau_e \sim 10^{-12}$ с).

4. Эффект слоистого легирования исследовался путем сравнения характеристик «образцов» четырех типов.

Тип А. Однородно легированные «контрольные» образцы с концентрацией полностью ионизированных доноров $\mathcal{N} = 5.5 \cdot 10^{15}$ или 10^{17} см⁻³. В этом случае возникали только одномерные неоднородности вдоль направления тока.

Тип В. Образцы со слоями — ямами, в которых все электроны находились (были закрыты) в тонком слое $a_1 < y < a_1 + \delta$, где $a_1 \approx a/2$, $a = 0.4$ мкм; $\delta \ll a$

(при численных реализациях δ — размер одной ячейки сетки, применявшейся для решения уравнения Пуассона); расчет выполнен для двух поверхностных концентраций доноров $\mathfrak{N}_s = 2.2 \cdot 10^{11}$ и $4 \cdot 10^{12}$ см^{-2} (эти значения \mathfrak{N}_s равны \mathfrak{N}_a при двух значениях \mathfrak{N} в образцах типа А).

Тип С. Отличаются от образцов типа В лишь тем, что $a \rightarrow \infty$ (одиночный слой); использованы те же два значения \mathfrak{N}_s .

Тип D. Образцы с δ -легированием, в которых все легирование сосредоточено в слое с толщиной δ (одна ячейка), однако электроны свободно выходят из слоя и распределяются повсюду самосогласованно, расчет здесь выполнен только для $a = 0.4$ $\mu\text{м}$ и $\mathfrak{N}_s = 2.2 \cdot 10^{11}$ см^{-2} .

В образцах типа В и С, несмотря на двумерный характер распределения поля (вне слоя с электронами), имеет место одномерный транспорт электронов в слое; они разогреваются только продольным полем $E_x = \bar{E}(x)$. Поэтому $v(E)$ и $D(E)$ целиком определяются этим полем. В образцах типа D электронные потоки почти всюду направлены под углом к направлению E, так что наряду с греющими (продольными) составляющими поля существуют негреющие (поперечные току). Их включение в аргументы $v(E)$ и $D(E)$ вызвало бы ничем не оправданный перегрев электронного газа, начиная с равновесной ситуации: даже в отсутствие тока газ был бы сильно нагрет. Поэтому в качестве аргумента коэффициента диффузии D (как продольного, так и поперечного; здесь принято их равенство) взято лишь поле E_x . Поток электронов вдоль оси x записан в виде

$$j_x = -D(E_x) \frac{\partial n}{\partial x} + v(E_x) n, \quad (7)$$

т. е. для этого потока принята та же запись, что в одномерной модели. Для согласования уравнения (7) с векторным уравнением (3) следует принять $v(E_x) = -E_x (v(E)/E)$, так что

$$j_y = -D(E_x) \frac{\partial n}{\partial y} + \frac{E_y}{E_x} v(E_x) n, \quad (7')$$

т. е. в качестве «подвижности» в этом уравнении выступает отношение $v(E_x)/E_x$. Выражения (7) и (7') правильно себя ведут при $j_x \rightarrow 0$ и $j_y \rightarrow 0$, когда $v(E_x) \rightarrow \mu E_x$, μ — подвижность в слабых полях. Можно также утверждать, что принятая для образцов типа D модель тем более правдоподобна, чем меньше наклон реальных линий тока к плоскости δ -слоя. Отметим, что в рамках ДДМ, по-видимому, не существует разумного подхода, альтернативного данному.

5. Для образцов В и С с электронами в тонком слое, как указывалось, возникает одномерная транспортная задача, описываемая уравнением

$$J = -D(E) \frac{\partial N}{\partial x} - v(E) N \text{sign} E(x), \quad (8)$$

где N — поверхностная концентрация электронов [на единицу площади слоя $N(x) \cong n\delta$]; при этом поле $E(x)$ получается в результате решения двумерного уравнения Лапласа вне δ -слоя. Его решение дает связь поверхностного заряда с продольным полем

$$N(x) = N_0 + \frac{2\epsilon_d}{\pi e} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x') E(x') dx' = N_0 + \frac{2\epsilon_d}{\pi e} \int_{-l/2}^{l/2} G_l(x-x') E(x') dx', \quad (9)$$

где $G_l(x-x') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(x-x'-nl)$, $G(x) = -\pi/a \cdot \text{sh}^{-1}(\pi x/a)$ в случае центрального

положения δ -слоя в полосе шириной a и $G(x) = -\pi/2 [1/(2a_1) \cdot \text{sh}^{-1}(\pi x/2a_1) + 1((2(a-a_1)) \cdot \text{sh}^{-1}(\pi x/2(a-a_1)))]$ в общем случае. При $a \rightarrow \infty$ уравнение (9) сводится к интегральному преобразованию Гильберта: $G(x) = -1/x$. В формуле

(9) $N_0 = \mathfrak{N}_s = \int_0^a \mathfrak{N}(y) dy$ — полная концентрация ионизированных доноров в полосе (т. е. легированными могут быть как сам слой с электронами, так и полоса,

их не содержащая). Уравнения (8) и (9) образуют совместно с уравнением непрерывности

$$\frac{\partial J}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

замкнутую систему, определяющую J , N , E как функции x и t . От стандартной одномерной задачи система (8)–(10) отличается заменой одномерного уравнения Пуассона интегральным уравнением (9). Для реализации вычислительной процедуры удобно обратить это уравнение:

$$E(x) = E_0 + \frac{\pi e}{2\epsilon_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{Z}_l(x' - x) N(x') dx' = E_0 + \frac{\pi e}{2\epsilon_d} \int_{-l/2}^{l/2} \mathfrak{Z}_l(x' - x) N(x') dx', \quad (11)$$

где $\mathfrak{Z}_l(x - x') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathfrak{Z}(x - x' - nl)$, E_0 — среднее поле в образце (задаваемое внешним приложенным напряжением U), а $\mathfrak{Z}(x) = 1/\pi/\pi a \cdot \text{cth}(\pi x/a)$ (в случае центрального положения δ -слоя); интегралы в (11), как и в (9), записаны в смысле главного значения.

Проверим устойчивость однородного распределения $N = N_0$, $E = E_0$, $J = J_0 = -v(|E_0|)N_0 \text{ sign } E_0$. Нетрудно получить, что $\text{Im } \omega(k) > 0$ при

$$k^2 D(E_0) + \frac{ev'(E_0)N_0 k}{2\epsilon_d \text{th}(ka/2)} > 0, \quad (12)$$

при $a \rightarrow \infty$ (однослойный предел) имеем

$$|k| D(E_0) + \frac{ev'(E_0)N_0}{2\epsilon_d} > 0, \quad (12')$$

а при $a \rightarrow 0$ ($N_0/a = n_0 = \text{const}$ переход к однородному трехмерному случаю)

$$k^2 D(E_0) + \frac{ev'(E_0)n_0}{\epsilon_d} > 0. \quad (12'')$$

Из (12) следует, что при $l \rightarrow \infty$ во всех случаях неустойчивость имеет место при $v'(E_0) < 0$. При наличии минимального значения $|k|$ (например, $k_{\min} = 2\pi/l$) из (12) следует условие неустойчивости

$$v'(E_0) < -\frac{2\epsilon_d}{eN_0} D(E_0) k_{\min} \text{th}(k_{\min} a/2),$$

существенно зависящее от a . В частности [как видно из (12') и (12'')], меняется сам вид зависимости от размера l .

6. Устойчивые доменные структуры и их движение в описанных выше циклических образцах четырех типов исследованы с помощью численных процедур. В образцах типа A разностными методами [9] решены совместные одномерные транспортная и электростатическая задачи; в образцах типа B таким же образом решены одномерная и двумерная электростатическая задачи; в образцах типа C одномерная транспортная задача решена совместно с уравнением (11); наконец, в образцах типа D совместно решены двумерные транспортная и электростатическая задачи. В двумерном случае использована сетка с размером ячейки ~ 20 нм.

При вычислении полей $E(x)$ и концентраций $N(x)$ [или $n(x)$] в домене в качестве параметра последнего используется избыточное напряжение на домене U_D , определяемое формулой

$$U_D = U - E_m(J)l, \quad (13)$$

где поле вне домена $E_m(J)$ находится из формулы $v(E_m) = J/N_0$ (или j/n_0 — в образцах типа A). На рис. 1 сравниваются зависимости $E(x)$ в доменах для образцов трех типов: a) образцы типа A с $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$; b) образцы типа C с $N_0 = 4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$; c) образцы типа B с $N_0 = 4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. На этом же рисунке

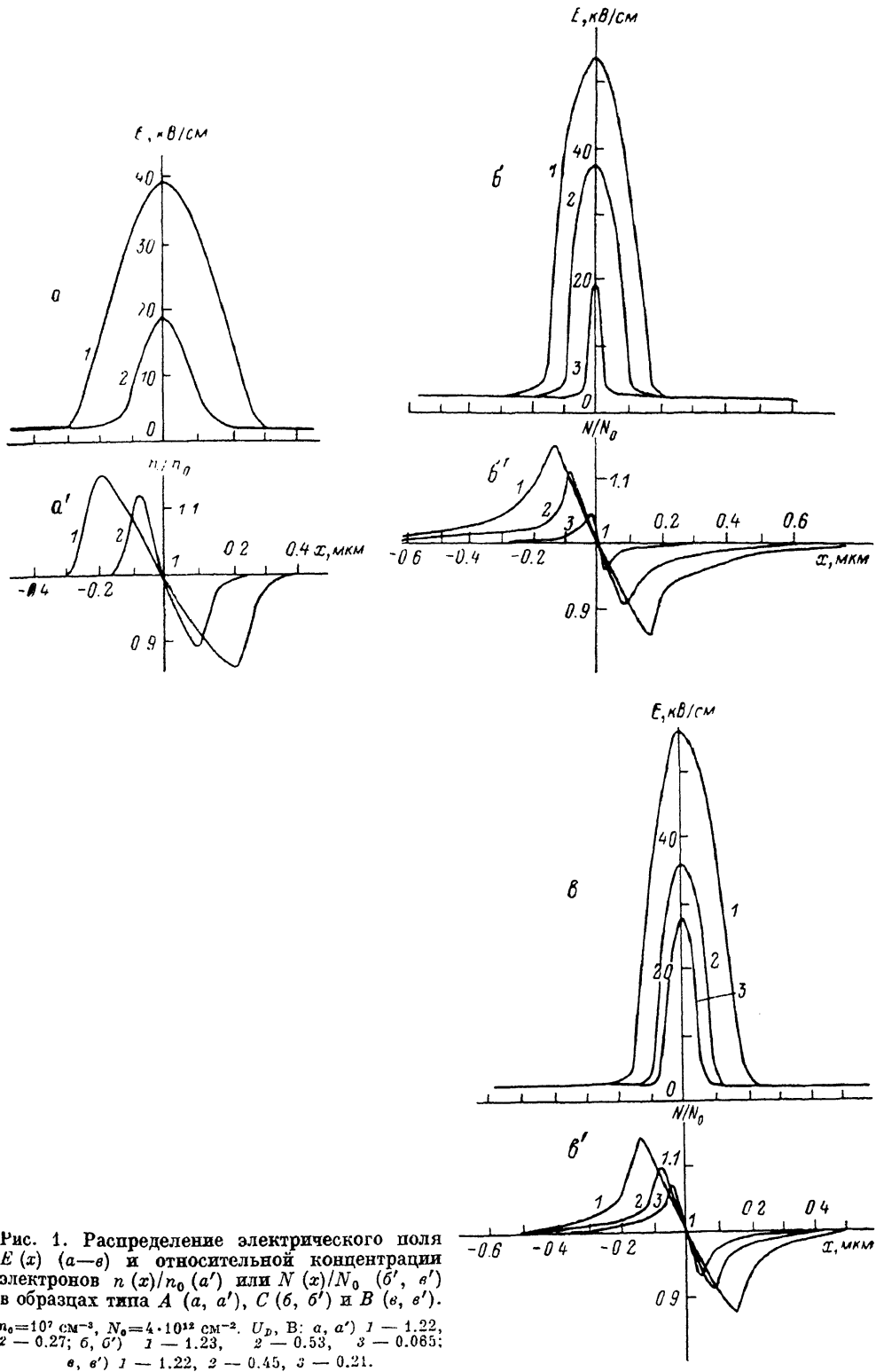


Рис. 1. Распределение электрического поля $E(x)$ (а—в) и относительной концентрации электронов $n(x)/n_0$ (а') или $N(x)/N_0$ (б', в') в образцах типа А (а, а'), С (б, б') и В (в, в').

$n_0=10^7 \text{ см}^{-3}$, $N_0=4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. УД, В: а, а') 1 — 1.22, 2 — 0.27; б, б') 1 — 1.23, 2 — 0.53, 3 — 0.065; в, в') 1 — 1.22, 2 — 0.45, 3 — 0.21.

представлены зависимости $n(x)/n_0$ (для образца типа *A*) и $N(x)/N_0$ (для образцов типа *B* и *C*). Видно, что распределение поля в образцах типа *B* и *C* практически одинаково и заметно отличается от распределения поля в образцах типа *A*. Еще заметнее отличие $N(x)/N_0$ от $n(x)/n_0$, для $N(x)/N_0$ характерны длинные хвосты на больших расстояниях от центра домена. Хвосты эти существенны там, где продольное поле $E(x)$ практически не отличается от E_m — поля вне домена. Эти хвосты целиком связаны с поперечными составляющими элект-

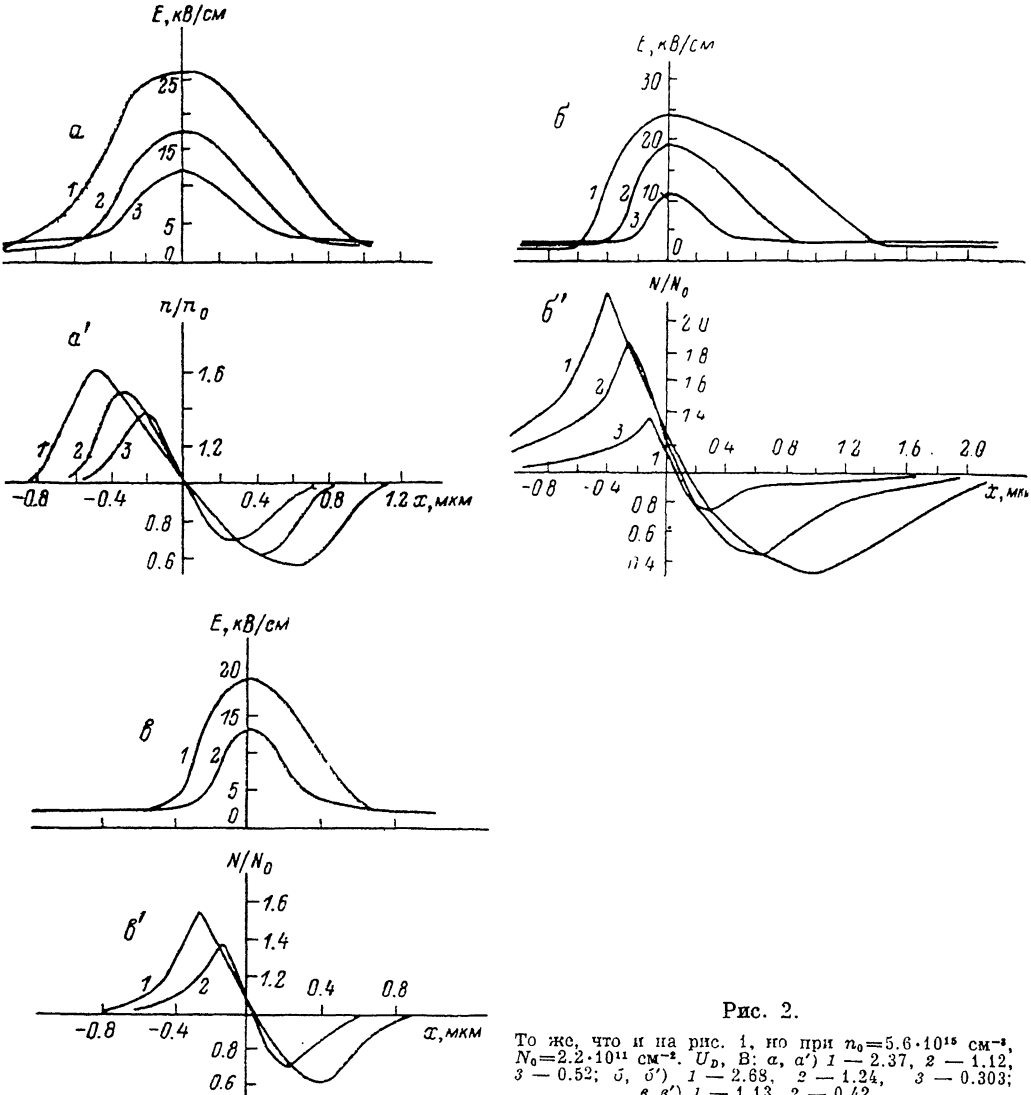


Рис. 2.

То же, что и на рис. 1, но при $n_0=5.6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $N_0=2.2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, U_D , B : a , a') 1 — 2.37, 2 — 1.12, 3 — 0.52; b , b') 1 — 2.68, 2 — 1.24, 3 — 0.303; e , e') 1 — 1.13, 2 — 0.42.

рического поля с силовыми линиями, проходящими на больших расстояниях от слоя с электронами. Об этом свидетельствует сравнение b' и e' рис. 1, в случае $a=0.4$ мкм хвосты затухают на расстояниях $\delta x \sim a$. Во всех случаях на рис. 1 $\delta n(x)$ и $\delta N(x)$ не превышают 15% от n_1 и N_0 соответственно, так что домены почти симметричны. На рис. 2 аналогичное сравнение выполнено для $n_0=5.56 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $N_0=2.22 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Общие закономерности остались теми же, однако ввиду сравнительно больших концентрационных нарушений симметрия доменов нарушена, что особенно проявляется при больших напряжениях на домене U_D .

Результаты, приведенные на рис. 2, e , e' , являются удобным объектом для сравнения с приведенными на рис. 3 кривыми, полученными для образца типа *D*. Напоминаем, что в образцах типа *D* электроны трехмерны, т. е. могут сво-

бодню перемещаться по образцу под действием электрического поля, однако легирование донорами строго δ -образно.

Из сравнения рис. 2, *в* и 3, *а* видно, что распределения поля $E(x)$ (в одном случае в плоскости, где сосредоточены электроны, а в другом — в плоскости, где сосредоточены доноры) по крайней мере в качественном плане совпадают. Близки друг к другу также распределения $N(x)/N_0$ на рис. 2, *в'* и $N'(x)/N_0$

на рис. 3, *б*, где $N' = \int_0^a n(x, y) dy$. Однако локальная концентрация в плоскости δ -слоя (рис. 3, *в*) в пределах всего домена существенно мала по сравнению

как со своим равновесным значением, так и со значением на слабополевом фоне. На рис. 4 построены линии равной концентрации в области сильнополевого домена (для кривой 3 на рис. 3). Видно, что вне домена сильного поля концентрация $n(x, y)$ при $y \approx a/2$ (вблизи δ -слоя) максимальна, а на периферии (при $y=0$ и $y=a$) минимальна. В домене сильного поля области обеднения $N'(x)$ соответствует главным образом обеднение в окрестности δ -слоя, а области обогащения $N'(x)$ соответствует главным образом обогащение периферии. На рис. 4 приведены также линии одинакового потенциала $\phi(x, y)$.

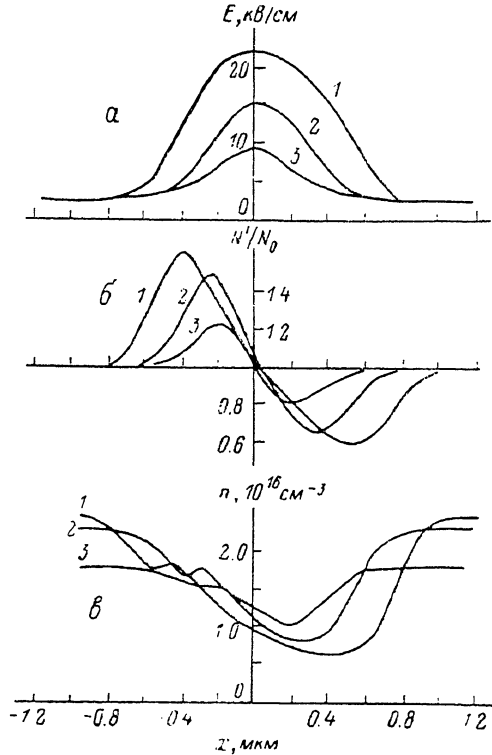


Рис. 3. Распределение электрического поля $E(x)$ в δ -слое (*а*), полной концентрации электронов $N'(x)/N_0$ (*б*) и их локальной концентрации в δ -слое $n(x)$ (*в*) в образцах типа *D*.

$N_0 = 2.2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. $U_D, \text{ В}$: 1 — 1.78, 2 — 0.8, 3 — 0.31.

7. Рассмотрение образцов различных типов с двумерным распределением продольных и поперечных электрических полей и в случае δ -легирования концентрации электронов привело тем не менее к удивительному однообразию результатов. Продольные электрические поля в плоскости симметрии слоистого образца (совпадающей либо с плоскостью транспорта, либо с плоскостью легирования) оказались весьма близки к электрическому полю в домене при однородном легировании. Суммарная (по поперечной координате) концентрация электронов в образцах с δ -легированием ведет себя подобно концентрации в слоях образцов типа *B* и *C*. Несовпадения точек максимума продольного поля с нулями полного заряда (заметные на рис. 2, *б* и *б'*, а также *в* и *в'*) невелики.

Эти результаты показывают, что слоистые структуры с N -ОДП могут эффективно использоваться в качестве генераторов Ганна и других приборов, использующих электрическую доменную неустойчивость. С другой стороны, полевые транзисторы с различными типами селективного легирования (в частности, с δ -легированием) или с ограничением поперечного транспорта электронов должны конструироваться с учетом возможности неустойчивых режимов, подобных возникающим в конструкциях с однородным легированием [6-8].

Авторы признательны Е. С. Николаеву, любезно предоставившему программы для решения двумерного уравнения Пуассона.

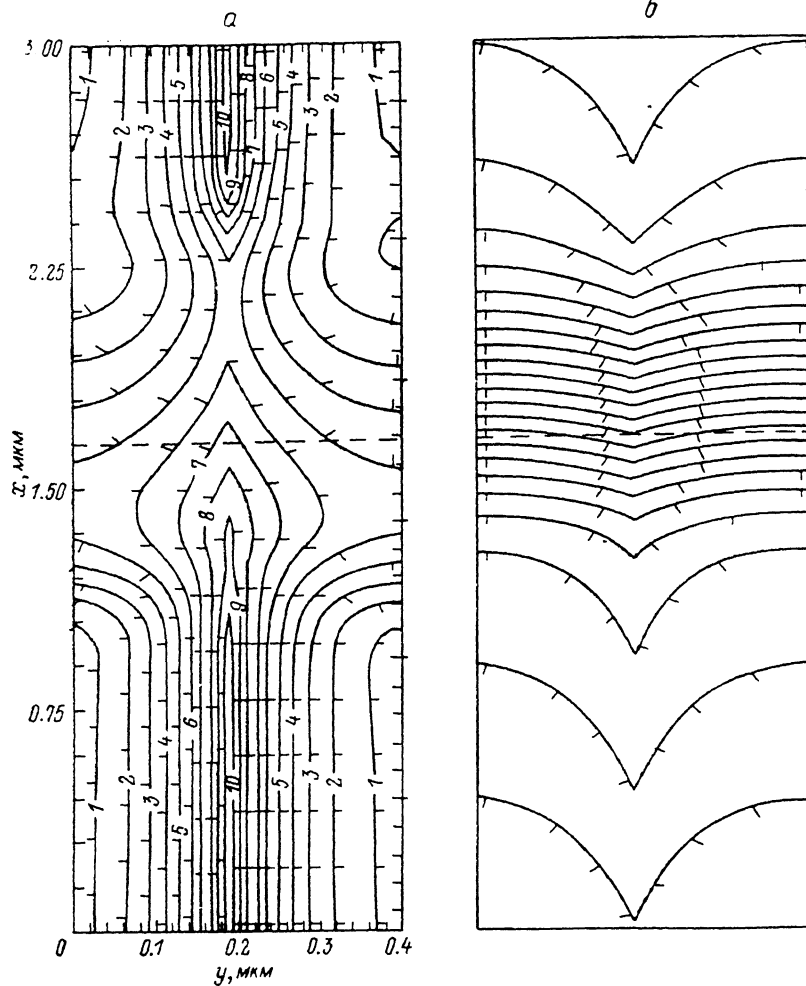


Рис. 4. Линии одинаковой концентрации (а) и равного потенциала (б) для образца типа D. $N_0 = 2.2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$; $U_D = 1.78 \text{ В}$. $n(x, y) \cdot 10^{-18}, \text{ см}^{-3}$: 1 — 0.194, 2 — 0.253, 3 — 0.333, 4 — 0.436, 5 — 0.571, 6 — 0.747, 7 — 0.978, 8 — 1.28, 9 — 1.67, 10 — 2.19. Шаг эквипотенциалов $\Delta U = 9.13 \cdot 10^{-2} \text{ В}$. Штрихи у кривых указывают направление убывания изображаемой величины. Разрез, отмеченный штриховыми прямыми, соответствует $x=0$ на рис. 3.

Список литературы

- [1] Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П., Миронов А. П. Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках. М., 1972. 414 с.
- [2] Кальфа А. А., Тарер А. С. // ФТП. 1987. Т. 21. В. 8. С. 1353—1363.
- [3] Кальфа А. А., Тарер А. С. // Электрон. техн. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1982. В. 12 (384). С. 26—38.
- [4] Кальфа А. А. // Электрон. техн. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1987. В. 9 (403). С. 35—49.
- [5] Thim H. W. // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. N 8. P. 3897—3904.
- [6] Yamaguchi K., Toyabe T., Kobera H. // Japan. J. Appl. Phys. 1975. V. 14. N 7. P. 1069.
- [7] Yamaguchi K., Asai S., Kobera H. // IEEE Trans. Electron. Dev. 1976. V. ED-23. N 12. P. 1283—1290.
- [8] Goto G., Nakamura T., Isobe I. // IEEE Trans. Electron. Dev. 1975. V. ED-22. N 3. P. 120—123.
- [9] Самарский А. А. Теория разностных схем. М., 1983. 616 с.