ТУННЕЛЬНЫЙ ТОК ПРИ КОНТАКТЕ БИПОЛЯРОННЫЙ СВЕРХПРОВОДНИК—НОРМАЛЬНЫЙ МЕТАЛЛ

А. С. Александров, М. П. Казеко, Г. Г. Мелконян

Выполнен расчет вольт-амперных характеристик контакта биполяронный сверхпроводник—изолятор—нормальный металл. С помощью модели туннельного гамильтониана получено выражение для туннельного тока. Особенности вольт-амперных характеристик связаны с предположениями о малой ширине биполяронной зоны и бозе-статистике носителей тока в сверхпроводнике.

В настоящей работе на основании биполяронной теории сверхпроводимости [1–3] получено выражение для туннельного тока при контакте биполяронный сверхпроводник—изолятор—нормальный металл (SIN). Учтено взаимодействие между биполяронами. Полученные результаты в предельном случае, когда взаимодействие между биполяронами отсутствует, совпадают с результатами работы [4].

1. Исходный гамильтониан и выражение для туннельного тока при SIN контакте

Для получения вольт-амперных характеристик (ВАХ) SIN-контакта воспользуемся методом туннельного гамильтониана [5].

Рассмотрим контакт SIN, когда в качестве S-электрода взят материал с сильным электрон-фононным взаимодействием, а в качестве N-электрода используется материал со слабым электрон-фононным взаимодействием. Запишем исходный гамильтониан в виде

$$H = H_S + H_N + H_T, \tag{1}$$

где H_S — гамильтониан электронов S-электрода, H_N — гамильтониан электронов N-электрода, H_T — туннельный член полного гамильтониана системы.

Для H_S воспользуемся фрелиховской моделью в импульсном представлении

$$H_S = \sum_{\mathbf{p}\sigma} \mathscr{E}(\mathbf{p})\, C^+_{\mathbf{p}\sigma} C_{\mathbf{p}\sigma} + \sum_{\substack{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}';\\ \mathbf{k},\sigma',\mathbf{k}'}} V^{\mathbf{kk}'}_{\mathbf{pp}'} C^+_{\mathbf{p}\sigma} C^+_{\mathbf{p}'\sigma'} C_{\mathbf{k}\sigma} C_{\mathbf{k}\sigma'} +$$
$$+ \sum_{\substack{\mathbf{k},\mathbf{k}',\sigma';\\ \mathbf{q},\sigma}} (U_{\mathbf{k}k'}(\mathbf{q})\, C^+_{\mathbf{k}\sigma} C_{\mathbf{k}'\sigma'} d_{\mathbf{q}} + \text{э. с.}) + \sum_{\mathbf{q}} \omega(\mathbf{q})\, d^+_{\mathbf{q}} d_{\mathbf{q}}, \tag{2}$$

$V^{\mathbf{kk}'}_{\mathbf{pp}'}$, $U_{\mathbf{kk}'}$ — матричные элементы кулоновского и электрон-фононного взаимодействия; $\omega(\mathbf{q})$ — спектр фононов; d^+_q, $d_{\mathbf{q}}$ — операторы рождения и уничтожения фононов; $\mathbf{k}$, $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$ — волновые векторы; σ, σ' — проекции спина электрона.

В H_N полностью пренебрегаем взаимодействием электронов друг с другом, электрон-фононным взаимодействием

$$H_N = \sum_{p,\sigma} \xi(p)\, a^+_{p\sigma} a_{p\sigma}, \tag{3}$$

$\xi(p)$ — спектр электронов в N-электроде; $a^+_{p\sigma}$, $a_{p\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения электронов.

Туннельный член выберем в традиционном виде [5]

$$H_T = \sum_{p,q,\sigma} (T_{pq} a^+_{p\sigma} C_{q\sigma} + \text{э. с.}), \tag{4}$$

где $T_{p,\,q}$ — матричный элемент перехода из S- в N-электрод. Здесь и далее использована система единиц, где частота, температура и напряжение выражаются в единицах энергии ($\hbar = k = 1$).

Делая поляронное и биполяронное преобразование, как в [6, 7], получим гамильтониан SIN контакта в виде

$$\widetilde{H} = -\sum_{m \neq m'} t_{mm'} b^+_m b_{m'} + \sum_{m \neq m'} \widetilde{V}_{mm'} b^+_m b_m b^+_{m'} b_{m'} + \\ + \sum_{j,j'} T^{(N)}_{jj'} a_{j'} a + \sum_{m,j,j'} \{\widetilde{D}^*_{mjj'} b^+_m a_j a_{j'} + \text{э. с.}\}, \tag{5}$$

где

$$b_m = C_{m\downarrow} C_{m\uparrow}, \quad b^+_m = C^+_{m\uparrow} C^+_{m\downarrow}, \tag{6}$$

$$C_{k\sigma} = (1/\sqrt{N_S}) \sum_m C_{m\sigma} \exp(-iqR_m), \tag{7}$$

$$a_{q\sigma} = (1/\sqrt{N_N}) \sum a_{n\sigma} \exp(-iqR_n), \tag{8}$$

$$t_{mm'} = 2i \int_0^\infty d\tau \exp\{-(i\Delta/2 + \delta)\tau\} \langle \mathfrak{S}_{mm'}(\tau)\, \mathfrak{S}_{m'm}(0)\rangle, \\ \mathfrak{S}_{mm'}(\tau) = \exp\{iH_{ph}\tau\}\, \mathfrak{S}_{mm'} \exp\{-iH_{ph}\tau\}, \tag{9}$$

$$\mathfrak{S}_{mm'} = T^{(S)}_{mm'} \exp\left\{\sum_q [\omega^{-1}(q)\, [U_{mm}(q) - U_{m'm'}(q)]\, d_q - \text{э. с.}]\right\}, \tag{10}$$

$$T^{(S)}_{mm'} = (1/N_S) \sum_p \mathscr{E}(p) \exp\{ip(R_m - R_{m'})\}. \tag{11}$$

Динамическое биполярон-биполяронное взаимодействие

$$\widetilde{V}_{mm'} = 4V^{mm'}_{mm'} + 2i \int_0^\infty d\tau \exp\{-(i\Delta/2 + \delta)\tau\} \langle \mathfrak{S}_{mm'}(\tau)\, \mathfrak{S}_{m'm}(0)\rangle. \tag{12}$$

Матричный элемент туннельного перехода

$$\widetilde{D}_{mnn'} = i \int_0^\infty \exp\{-(i\Delta/2 + \delta)\tau\} \langle D_{mn}(\tau)\, D_{mn'}(0)\rangle, \\ D_{mn}(\tau) = \exp\{iH_{ph}\tau\}\, D_{mn} \exp\{-iH_{ph}\tau\}, \tag{13}$$

$$D_{mn} = (1/\sqrt{N_S N_N}) \sum_{pq} T_{pq} \exp\{ipR_m - iqR_n\}. \tag{14}$$

В работе [7] для $t_{\mathrm{mm'}}$ и $\widetilde{V}_{\mathrm{mm'}}$ получены аналитические выражения

$$t_{\mathrm{mm'}} = \frac{2T_{\mathrm{mm'}}T_{\mathrm{m'm}}}{\Delta},$$

$$\widetilde{V}_{\mathrm{mm'}} = 4V^{\mathrm{mm'}}_{\mathrm{mm'}} + \frac{2T^{\,2}_{\mathrm{mm'}}}{\Delta}\exp(-4g^2). \tag{15}$$

В случае

$$\Delta >> \omega = \varepsilon_p/g^2,$$

где ω — характерная фононная частота системы,

$$\varepsilon_{\mathrm{p}} = \sum_{\mathrm{q}} \omega^{-1}(\mathrm{q})\,\mathrm{cth}\left(\frac{\omega(\mathrm{q})}{2T}\right)\,|U(\mathrm{q})|^2\,[1-\cos q(\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_{m'})]. \tag{16}$$

В том же приближении [4]

$$\widetilde{D}_{\mathrm{mnn'}} = (4/\Delta)\exp(-2\eta^2)\,D_{\mathrm{mn}}D_{\mathrm{mn'}}, \tag{17}$$

$$\eta^2 = \sum_{\mathrm{q}} \omega^{-2}(\mathrm{q})\,\mathrm{cth}\left(\frac{\omega(\mathrm{q})}{2T}\right)\,|U(\mathrm{q})|^2. \tag{17а}$$

Если $T \leqslant \Delta << \omega$, то

$$t_{\mathrm{mm'}} = 2\,\frac{T_{\mathrm{mm'}}T_{\mathrm{m'm}}}{\Delta}\exp(-2g^2), \tag{18а}$$

$$\widetilde{V}_{\mathrm{mm'}} = 4V^{\mathrm{mm'}}_{\mathrm{mm'}} + 2\,\frac{T^2_{\mathrm{mm'}}}{\Delta}\exp(-2g^2), \tag{18б}$$

$$\widetilde{D}_{\mathrm{mnn'}} = (4/\Delta)\exp(-2\eta^2)\,D_{\mathrm{mn}}D_{\mathrm{mn'}}. \tag{18в}$$

В дальнейшем будем предполагать, что концентрация биполяронов мала (т. е. число узлов, занятых биполяронами, много меньше, чем незанятых). В этом приближении, как показано в работе [8], биполяронные операторы можно считать бозевскими, взаимодействие между ними короткодействующим, не зависящим от волнового вектора и для биполяронов использовать модель слабонеидеального Бозе-газа с парным взаимодействием. С учетом этих предположений, совершая обратный переход к импульсному представлению, получаем гамильтониан в виде

$$\widetilde{H} = \sum_{\mathrm{p}} \varepsilon_\delta(\mathrm{p})\,b^+_{\mathrm{p}}b_{\mathrm{p}} + V\sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}';\,\mathbf{q},\mathbf{q}'} b^+_{\mathbf{k}}b^+_{\mathbf{k}'}b_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}'} +$$
$$+\sum_{\mathbf{k},\sigma}\xi(\mathbf{k})\,a^+_{\mathbf{k}\sigma}a_{\mathbf{k}\sigma} + \sum_{\mathbf{k},\mathrm{q}_1,\mathrm{q}_2}\left\{D^*_{\mathbf{k},\mathrm{q}_1,\mathrm{q}_2}b^+_{\mathbf{k}}a_{\mathrm{q}_1\sigma}a_{\mathrm{q}_2\sigma} + \text{э. с.}\right\}, \tag{19}$$

где

$$\varepsilon_\delta(\mathrm{p}) = (1/N_{\mathrm{S}})\sum_{\mathrm{m},\mathrm{m}'} t_{\mathrm{mm'}}\exp\{i\mathrm{p}\mathbf{R}_m - i\mathrm{p}'\mathbf{R}_{m'}\} = \frac{2\exp(\Theta g^2)}{\Delta N_{\mathrm{S}}}\sum_{\mathrm{p}'}\varepsilon(\mathrm{p}')\,\varepsilon(\mathrm{p}-\mathrm{p}'). \tag{20}$$

В (20) $\Theta = 0$ для $\Delta >> \omega$ и $\Theta = 2$ для $T \leqslant \Delta << \omega$. Первая часть выражения (20) при $\Theta = 0$, $\Theta = 2$ получена вычислением t_{mm} с помощью выражений (11), (15), (18а).

Для ε_S в приближении сильной связи для кубической решетки имеем, как обычно,

$$\varepsilon_S(\mathbf{p}) = \varepsilon_0 (3 - \cos(p_x a) - \cos(p_y a) - \cos(p_z a). \tag{20а}$$

Если массу электрона вблизи дна зоны положить равной m_0, то $\varepsilon_0 = \hbar^2/m_0 a^2$

$$\varepsilon_S(\mathbf{p}) = \varepsilon_{0\delta} (3 - \cos(p_x a) - \cos(p_y a) - \cos(p_z a),$$

где

$$\varepsilon_{0\delta} = \hbar^2/m_\delta a^2,$$

$$a m_\delta = \frac{2m_0^2 \Delta a \exp\{|g|^2\}}{2l\hbar}. \tag{20б}$$

Матричный элемент перехода в импульсном представлении имеет вид

$$D_{\mathbf{k}\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2} = (1/N_N)\sqrt{1/N_S} \sum_{\mathbf{m},\mathbf{n},\mathbf{n}'} \tilde{D}_{\mathbf{m}\mathbf{n}\mathbf{n}'} \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{R}_m - i\mathbf{q}_1\mathbf{R}_n - i\mathbf{q}_2\mathbf{R}_{n'}\} =$$
$$= (4/\Delta)\sqrt{N} \exp(\Theta\eta^2) \sum_{\mathbf{k}'} T_{\mathbf{k}'\mathbf{q}_1} T_{\mathbf{k}-\mathbf{k}',\mathbf{q}_2}. \tag{21}$$

В (21) $\Theta = 1$ для $\Delta \gg \omega$ и $\Theta = 2$ для $T \leqslant \Delta \ll \omega$. Правая часть выражения (21) при $\Theta = 1$ $(\Theta = 2)$ получена вычислением $\tilde{D}_{\mathbf{m}\mathbf{l}\mathbf{l}'}$ с помощью выражения (14), (17), (18в).

Для матричного элемента $T_{\mathbf{k}\mathbf{q}}$ воспользуемся приближением Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна [5], согласно которому

$$T_{\mathbf{k}\mathbf{q}} = \left(\frac{\partial\varepsilon(\mathbf{k})}{\partial k_x}\frac{\partial\xi(\mathbf{q})}{\partial q_x}\right)^{1/2} D_0, \tag{22}$$

где k_x, q_x — проекции волнового вектора в направлении, перпендикулярном плоскости туннельного контакта; D_0 — константа, не зависящая от волнового вектора.

Из выражений (21), (22) для матричного элемента перехода из S- в N-электрод получаются следующие выражения:

$$D_{\mathbf{p}\mathbf{q}\mathbf{q}_1} = \begin{cases} \Phi_0 P_x^2 \sqrt{q_x q_{1x}}, & q_x,\ q_{1x},\ P_x > 0, \\ 0, & \text{если хотя бы одна проекция отрицательная,} \end{cases} \tag{22а}$$

$$\Phi_0 = (\sqrt{N_S}/4\Delta)\, D_0^2 \exp(-\Theta\eta^2)\, \hbar/\sqrt{m_\delta m_0}.$$

Оператор тока j есть

$$\hat{j} = -e\frac{d\hat{N}}{dt},$$

где $\hat{N}$ — оператор числа частиц в N-электроде, e — заряд электрона (в нашем случае $e = 1$).

Ток через контакт получается после термодинамического усреднения оператора тока

$$\langle\hat{j}\rangle = -\langle d\hat{N}/dt\rangle = -\sum_{\mathbf{q}\sigma}\left\langle\frac{d}{dt}(a^+_{\mathbf{q}\sigma}a_{\mathbf{q}\sigma})\right\rangle. \tag{23}$$

Рассмотрим (см. [5]) случай, когда к контакту приложено напряжение V. Предполагая, что все падение напряжения происходит на переходе, получим, что химпотенциалы N- и S-электродов сдвинуты относительно друг друга на величину V, $\mu_S - \mu_N = -V$. Это равносильно наличию у электронов N-электрода дополнительной энергии. Гамильтониан N-электрода в этом случае можно записать

$$H_N(V) = H_N(0) - V\hat{N}_N. \tag{24}$$

Если обозначить операторы уничтожения электрона в N-электроде $a_{\mathbf{k}\sigma}$ и $\hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}$ соответственно при $V=0$ и $V \neq 0$, то, как показано в [5],

$$\hat{a}_{\mathbf{k}\sigma} = \exp\left\{i\frac{\varphi(t)}{2}\right\} a_{\mathbf{k}\sigma}, \tag{25}$$

где $d\varphi(t)/dt = 2V(t)$. В данном случае $V(t) = \text{const}$. Оператор тока находим из уравнения движения операторов в гейзенберговском представлении

$$\hat{j} = -\frac{d\hat{N}}{dt} = -i[\tilde{H}; \hat{N}_N]. \tag{26}$$

Гамильтониан $\tilde{H}$ имеет вид

$$\tilde{H} = H_1 + H_2 + H_т,$$

где H_1 — биполяронный гамильтониан в импульсном представлении; $H_2 = H_N$, когда $V = \text{const}$ (см. [5]); $H_т$ — туннельный гамильтониан, описывающий переход двух электронов из нормального металла в биполяронный сверхпроводник и обратно. Легко получить, что H_1 и H_2 коммутируют с оператором числа частиц, и из (26) остается

$$j = -i[\hat{H}_т; \hat{N}_N], \tag{27}$$

откуда получаем

$$\hat{j} = (-4J/m)\left[\sum_{p,\mathbf{k},\sigma} D^*_{\mathbf{pqk}}\langle b^+_{\mathbf{p}}\hat{a}_{\mathbf{q}-\sigma}\hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}\rangle\right]. \tag{28}$$

Для вычисления среднего от оператора тока воспользуемся боголюбовским преобразованием для слабонеидеального Бозе-газа [9] в гамильтониане (19). При этом положим, что основной вклад в туннельный ток дадут биполяроны со значением импульса $p \ll 1/a$ (a — постоянная решетки), и поэтому вместо выражения 38б пользоваться приблизительным соотношением $\varepsilon_\sigma(\mathrm{p}) = p^2/2m_\delta$.

После канонического преобразования

$$\beta_{\mathbf{p}} = u_{\mathbf{p}}b^+_{\mathbf{p}} - V_{\mathbf{p}}b_{-\mathbf{p}}, \quad \beta^+_{\mathbf{p}} = u_{\mathbf{p}}b_{\mathbf{p}} - V_{\mathbf{p}}b^+_{-\mathbf{p}}$$

получаем

$$H_1 = \sum_{\mathbf{p}} \mathscr{E}(\mathrm{p})\beta^+_{\mathbf{p}}\beta_{\mathbf{p}}, \quad \mathscr{E}(\mathrm{p}) = \sqrt{(\mathrm{p}^2/2m_\delta + \alpha)^2 - \alpha^2},$$

$\sigma = NV$ — параметр взаимодействия между биполяронами; N — число частиц в конденсате, порядка полного числа частиц; m_δ — эффективная масса биполярона; $u_{\mathbf{p}}$ и $V_{\mathbf{p}}$ — амплитуды Боголюбовского преобразования для слабо неидеального Бозе-газа и

$$u^2_{\mathbf{p}} - V^2_{\mathbf{p}} = 1. \tag{29}$$

Полный гамильтониан имеет следующий вид:

$$\widetilde{H}\,(\beta_{\mathbf{p}}^{+},\ \beta_{\mathbf{p}},\ \widehat{a}_{\mathbf{q}}^{+},\ \widehat{a}_{\mathbf{q}}) = \sum_{\mathbf{p}} \mathscr{E}(\mathbf{p})\,\beta_{\mathbf{p}}^{+}\beta_{\mathbf{p}} + H_2 + H_{\text{т}}\,(\beta_{\mathbf{p}};\ \beta_{\mathbf{p}}^{+}\widehat{a}_{\mathbf{q};\,-\sigma}\widehat{a}_{\mathbf{k}\sigma}). \tag{30}$$

В результате для тока получим

$$\langle j\rangle = -4\,(J/m)\left[\sum_{\mathbf{p},\,\mathbf{k}} D_{\mathbf{pqk}}^{*}\,\{\langle u_{\mathbf{p}}\beta_{\mathbf{p}}^{+}\widehat{a}_{\mathbf{q};\,-\sigma}\widehat{a}_{\mathbf{k}\sigma}\rangle + \langle V_{\mathbf{p}}\beta_{-\mathbf{p}}\widehat{a}_{\mathbf{q};\,-\sigma}\widehat{a}_{\mathbf{k}\sigma}\rangle\}\right]. \tag{31}$$

Для вычисления $\langle\beta_{\mathbf{p}}^{+}\widehat{a}_{\mathbf{q}\sigma}\widehat{a}_{\mathbf{k}\sigma}\rangle$ использовались гейзенберговские уравнения движения. После вычисления коммутатора $[\widetilde{H};\ \beta_{\mathbf{p}}^{+}a_{\mathbf{q}\sigma}a_{\mathbf{k};-\sigma}]$ и усреднения, как это сделано в [5], получаем

$$\left\langle\frac{d}{dt}\,(\beta_{\mathbf{p}}^{+}\widehat{a}_{\mathbf{q}\sigma}\widehat{a}_{\mathbf{k}\sigma})\right\rangle = D_{\mathbf{pqk}}u_{\mathbf{p}}\,\frac{\varphi_{\mathbf{p}}\,[1 - f_{\mathbf{q}} - f_{\mathbf{k}}] - f_{\mathbf{q}}f_{\mathbf{k}}}{-\mathscr{E}(\mathbf{p}) + \xi\,(\mathbf{q}) + \xi\,(\mathbf{k}) - ie + 2V}. \tag{32а}$$

Для $\langle\beta_{-p}^{+}\widehat{a}_{\mathbf{q};-\sigma}\widehat{a}_{\mathbf{k}\sigma}\rangle$, повторяя ту же процедуру, получим

$$\langle\beta_{-\mathbf{p}}^{+}\widehat{a}_{\mathbf{q};\,-\sigma}\widehat{a}_{\mathbf{k}\sigma}\rangle = D_{\mathbf{pqk}}V_{\mathbf{p}}\,\frac{(\varphi_{\mathbf{p}} + 1)\ [1 - f_{\mathbf{q}} - f_{\mathbf{k}}] + f_{\mathbf{q}}f_{\mathbf{k}}}{\mathscr{E}(\mathbf{p}) + \xi\,(\mathbf{q}) + \xi\,(\mathbf{k}) - ie + 2V}. \tag{32б}$$

Здесь $\varphi_{\mathbf{p}}$, $f_{\mathbf{p}}$ — функции Бозе- и Ферми-распределений соответственно. После подстановки (32) в (31) окончательно получаем $\langle \mathrm{j}\rangle$ в виде

$$\langle\widehat{j}\rangle = -4J/m\ \{\Sigma\,(1) + \Sigma\,(2)\}, \tag{33}$$

где

$$\sum\,(1) = \sum_{\mathbf{pqk}} |D_{\mathbf{pqk}}|^2\,u_{\mathbf{p}}^2\,\frac{\varphi_{\mathbf{p}}\,[1 - f_{\mathbf{q}} - f_{\mathbf{k}}] - f_{\mathbf{q}}f_{\mathbf{k}}}{-\mathscr{E}(\mathbf{p}) + \xi\,(\mathbf{q}) + \xi\,(\mathbf{k}) - ie + 2V}, \tag{34}$$

$$\sum\,(2) = \sum_{\mathbf{pqk}} |D_{\mathbf{pqk}}|^2\,V_{\mathbf{p}}^2\,\frac{(\varphi_{\mathbf{p}} + 1)\ [1 - f_{\mathbf{q}} - f_{\mathbf{k}}] + f_{\mathbf{q}}f_{\mathbf{k}}}{\mathscr{E}(\mathbf{p}) + \xi\,(\mathbf{q}) + \xi\,(\mathbf{k}) - ie + 2V}. \tag{35}$$

Полученное выражение (33) есть туннельный ток при температурах $T \ll T_c$. В этом случае закон дисперсии биполяронов квадратично зависит от волнового вектора (20б). Будем предполагать, что электроны в N-электроде вблизи поверхности Ферми имеют квадратичный закон дисперсии. Для биполяронов квадратичный закон дисперсии очевиден, так как при низких температурах основной вклад в туннельный ток дает дно биполяронной зоны. Подставляя туннельные матричные элементы (22а) в (34), (35), переходя от суммы к интегрированию, получаем

$$j = \text{const}\left\{\int(1) + \int(2)\right\},$$

$$\int(1) = \int d^3p \int d^3q \int d^3q'\,u_{\mathbf{p}}^2 p_x^4 q_x q_x' \int \{\varphi_{\mathbf{p}}\,[1 - f_{\mathbf{q}} - f_{\mathbf{q}'}] - f_{\mathbf{q}}f_{\mathbf{q}'}\} \times$$
$$\times\ \delta\,(-\mathscr{E}(\mathbf{p}) + \xi\,(\mathbf{q}) + \xi\,(\mathbf{q}') + 2V),$$

$$\int(2) = \int d^3p \int d^3q \int d^3q'\,V_p^2 p_x^4 q_x q_x' \int \{(1 + \varphi_{\mathbf{p}})\ [1 - f_{\mathbf{q}} - f_{\mathbf{q}'}] + f_{\mathbf{q}}f_{\mathbf{q}'}\} \times$$
$$\times\ \delta\,(\mathscr{E}(\mathbf{p}) + \xi\,(\mathbf{q}) + \xi\,(\mathbf{q}') + 2V).$$

Здесь

$$\text{const} = 4\Phi_0^2/(2\pi)^6, \quad p_x = p\sin\Theta, \quad q_x = q\sin\Theta, \quad q'_x = q'\sin\Theta.$$

После перехода от интегрирования по волновым векторам k интегрированию по энергиям имеем

$$j = j_0 \int_0^W N_\delta(\mathscr{E})\, u^2(\mathscr{E})\, D^2(\mathscr{E})\, (\mathscr{E} - 2V)\, [\varphi(\mathscr{E} - 2V) - \varphi(\mathscr{E})]\, d\mathscr{E} +$$
$$+ j_0 \int_0^W N_\delta(\mathscr{E})\, V^2(\mathscr{E})\, D^2(\mathscr{E})\, (\mathscr{E} + 2V)\, [-\varphi(\mathscr{E} + 2V) + \varphi(\mathscr{E})]\, d\mathscr{E}, \tag{36}$$

где

$$j_0 = \frac{2^{1/2}}{5}\,\Phi_0^2\,\frac{N_\text{N}^2 N_\text{S}}{(2\pi)^6}\, m^{5/2} m_0^4 \xi_F^2,$$

W — ширина биполяронной зоны. При выводе (36) предполагалось, что ширина электронной зоны в N-электроде много больше W. В этом случае для электронов $N(\xi)$ можно заменить на $N(0)$, как это обычно делается в теории металлов. Для биполяронного сверхпроводника $N_\delta(\mathscr{E})$ это сделать нельзя, поскольку вблизи дна зоны наблюдается сильная зависимость энергии от волнового вектора. Выражения (55) получены в предположении, что $N_\delta(\mathscr{E}) \sim \sqrt{\mathscr{E}}$ на дне зоны и $N(\mathscr{E}) = 0$, $\mathscr{E} > W$,

$$V^2(\mathscr{E}) = -\frac{(\mathscr{E} - \sqrt{\mathscr{E}^2 + \alpha^2})^2}{\alpha^2 - (\sqrt{\mathscr{E}^2 + \alpha^2} - \mathscr{E})^2},$$

$$D^2(\mathscr{E})\, N_\delta(\mathscr{E}) = \frac{[\sqrt{\mathscr{E}^2 + \alpha^2} - \alpha]^{5/2}}{\sqrt{\mathscr{E}^2 + \alpha^2}}\,\mathscr{E},$$

$$u^2(\mathscr{E}) = 1 + V^2(\mathscr{E}).$$

В случае $T = 0$ $\langle j \rangle$ аналитически вычисляется, однако получающиеся выражения громоздки. Результаты численных вычислений при $T = 0$ и $T \neq 0$ приведены на рис. 1, 2. При $T = 0$ и $V > 0$ ток определяется выражением (34), при $V < 0$ выражением (35), а именно:

$$j = -j_0 \int_0^{2V} N_\delta(\mathscr{E})\, u^2(\mathscr{E})\, D^2(\mathscr{E})\, (2V - \mathscr{E})\, d\mathscr{E}, \quad 0 < V < W/2,$$

$$j = -j_0 \int_0^{W} N_\delta(\mathscr{E})\, u^2(\mathscr{E})\, D^2(\mathscr{E})\, (2V - \mathscr{E})\, d\mathscr{E}, \quad V > W/2. \tag{37}$$

Для отрицательных V

$$j = -j_0 \int_0^{-2V} N(\mathscr{E})\, V^2(\mathscr{E})\, D^2(\mathscr{E})\, (2V + \mathscr{E})\, d\mathscr{E}, \quad 0 < |V| < W/2,$$

$$j = -j_0 \int_0^{W} N(\mathscr{E})\, V^2(\mathscr{E})\, D^2(\mathscr{E})\, (2V + \mathscr{E})\, d\mathscr{E}, \quad |V| > W/2. \tag{38}$$

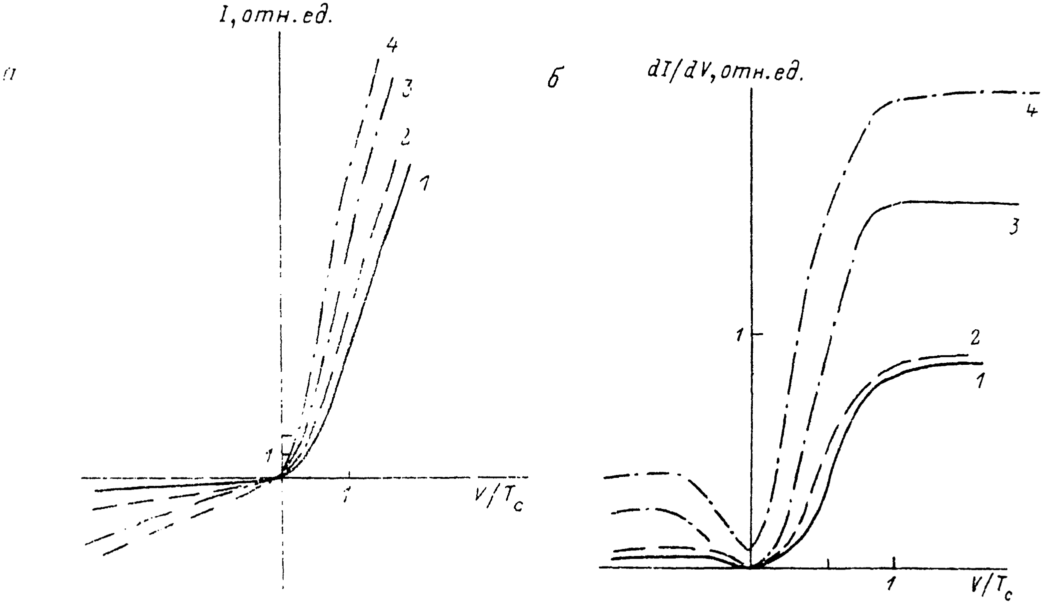

Рис. 1. Зависимости тока (*а*) и дифференциальной проводимости (*б*) от напряжения при $W = 2T_c$, $\alpha = 0.01T_c$ для разных температур.
$T = 0.01\ T_c$ (*1*), $0.05\ T_c$ (*2*), $0.1\ T_c$ (*3*), $0.5\ T_c$ (*4*).

2. Обсуждение результатов Сравнение с экспериментальными данными

Результаты расчетов для SIN-контактов представлены на рис. 1, 2 для различных значений температур и констант взаимодействия биполяронов (α). Рассчитаны зависимости тока (рис. 1, *а*; 2, *а*) и дифференциальной проводимости dj/dV (рис. 1, *б*; 2, *б*) как функция напряжения.

Оказалось, что зависимость тока имеет сильную асимметрию при изменении полярности напряжения. Аналогичная особенность наблюдается и для дифференциальной проводимости. При $V > 0$ на зависимости наблюдаются два характерных участка. Если $0 < V < W/2$, ток нелинейным образом зависит от напряжения, дифференциальная проводимость монотонно возрастает. При $V > W$ наблюдается линейный рост тока на ВАХ, а дифференциальная проводимость остается практически неизменной. Особенно резко эти особенности поведения проявляются при низких температурах $T_c \ll T$ и размазываются при высоких $T_c \simeq T$.

При $V < 0$ ток отличен от нуля даже в случае очень низких температур (рис. 1, *а*), что отличается от результатов работы [4] и связано с тем, что учет взаимодействия биполяронов приводит к наличию надконденсатных частиц при любых температурах, которые и являются носителями тока через туннельный барьер.

Сравнение результатов расчета при различных значениях α и одинаковых температурах показывает, что при одном и том же положительном напряжении ток больше для меньших значений α. Для отрицательных напряжений абсолютное значение тока, наоборот, больше для больших α.

Такое поведение ВАХ обусловливается конкуренцией двух процессов, возникающих при учете взаимодействия биполяронов: во-первых, взаимодействие приводит к выдавливанию частиц из конденсата, а во-вторых, к увеличению

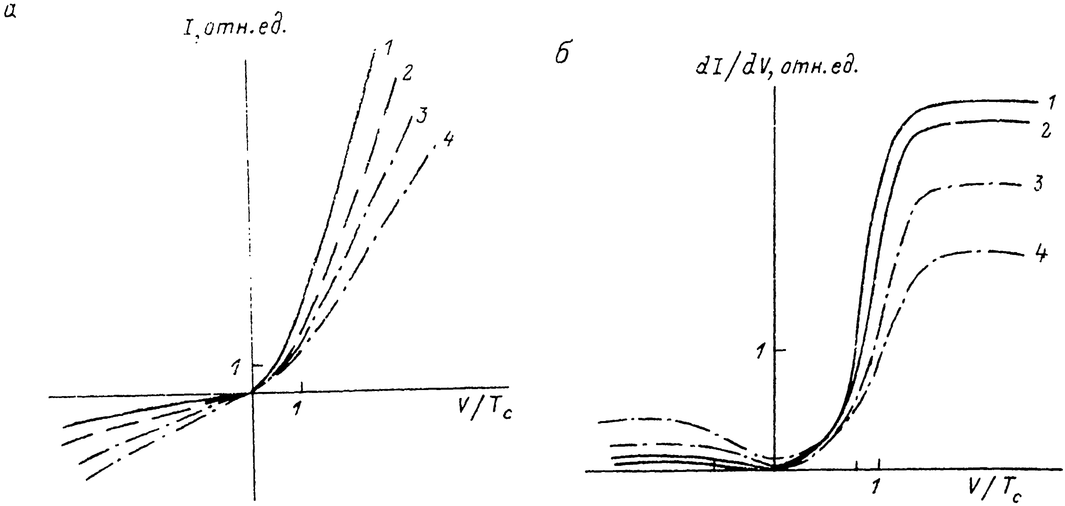

Рис. 2. Зависимости тока (*а*) и дифференциальной проводимости (*б*) от напряжения при $W = 2T_c$, $T = 0.01T_c$ для разных констант взаимодействия между биполяронами.

$\alpha = 0.01\ T_c$ (*1*), $0.05\ T_c$ (*2*), $0.1\ T_c$ (*3*), $0.5\ T_c$ (*4*).

эффективной массы биполяронов. В случае $V > 0$ преобладающим оказывается второй эффект, а в случае $V < 0$ — первый.

Аналогичное сравнение для различных температур (при α = const) показывает, что абсолютное значение тока при одном и том же V больше в случае больших температур при любой полярности напряжения.

В работе [4] было показано, что с ростом температуры происходит уменьшение асимметрии ВАХ. Такой же результат получается и в случае учета взаимодействия, причем тем больший, чем больше α.

Таким образом, развиваемая в работе модель, по-видимому, способна качественно объяснить экспериментальные особенности наблюдаемых ВАХ при контакте высокотемпературный сверхпроводник—нормальный металл, т. е. некоторую асимметрию ВАХ и наличие особенности, связываемой со сверхпроводящей щелью, которая в нашей трактовке задачи ассоциируется с конечной шириной биполяронной зоны [10–16].

В статье рассмотрен туннельный ток электронов из биполяронной зоны в нормальный металл. Введение поляронной зоны приведет к более симметричной ВАХ.

Список литературы

[1] Alexandrov A., Ranninger J. // Phys. Rev. B. 1981. V. 23. P. 1796—1801.
[2] Alexandrov A., Ranninger J. // Phys. Rev. B. 1981. V. 24. P. 1164—1169.
[3] Александров А. С. // ЖФХ. 1983. Т. 57. С. 273—284.
[4] Александров А. С., Казеко М. П., Рубин С. Г. // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. С. 1656—1671.
[5] Свидзинский А. В. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1982. С. 312; Бароне А., Патерно Д. Эффект Джозефсона. М.: Мир, 1984. С. 639.
[6] Ланг И. Г., Фирсов Ю. А. // ЖЭТФ. 1963. Т. 45. С. 1301—1308.
[7] Alexandrov A., Ranninger J., Robaszkievicz S. // Phys. Rev. B. 1986. V. 33. P. 4526—4542.
[8] Александров А. С., Самарченко Д. А., Травень С. В. // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. С. 1007—1018.
[9] Абрикосов А. и др. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматгиз, 1962. С. 444.
[10] Kirthley J., Collins R. et al. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 8853—8855.
[11] Moreland J., Ekin J. et al. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 8856—8857.
[12] Kirk M., Smitk D., Mitzi D. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 8850—8852.
[13] Fournel A., Oujia I., Sorbier J. // Phys. Rev. B. 1988. V. 6(7). P. L1009—L1011.

[14] Moreland J., Clark A. et al. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 8711—8712.
[15] Pan S., Ng K. et al. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 7220—7223.
[16] Hawley M., Gray K., Capone D. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 7224—7227.

Московский
инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию
28 июня 1991 г.