

УДК 537.32

© 1992

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ТЕРМОЭДС ПРИМЕСНОГО ПРОВОДНИКА

А. В. Панопорт

Методом квантового кинетического уравнения вычислены поправки к термоэдс примесного металла за счет интерференции электрон-электронного и электрон-примесного взаимодействий. Полученные результаты существенно расходятся с результатами многочисленных теоретических работ, дающими аномально большие значения или аномальные температурные зависимости для термоэдс при низких температурах.

Несмотря на большой интерес, проявляемый в последние годы к изучению термоэдс в металлах с малой длиной свободного пробега и в низкоразмерных системах, ясности в этом вопросе недостаточно. Как и в случае проводимости [1], интерференция электрон-электронного и электрон-примесного взаимодействий играет большую роль. Противоречивые результаты теоретических расчетов связаны со сложностями, возникающими при применении к этой задаче метода Кубо—Гринвуда. Так, в [2] в двумерном случае была найдена поправка к термоэдс $\sim \ln T$, а в [3] $\sim T$ в трехмерном случае и $\sim T^{1/2}$ в двумерном случае. При использовании этого метода [4, 5] очень важно учесть в операторе теплового потока различные виды взаимодействий, что резко увеличивает число диаграмм. Так же как и в [5], потребовалось бы провести последовательную компенсацию членов, имеющих порядок $1/\tau T$. Такие члены возникают, когда при интегрировании по импульсам электронная энергия заменяется не температурой, а обратным временем электронного рассеяния $1/\tau$. При особом желании можно получить [6] и $1/(\tau T)^2$. Кроме того, в отличие от ситуации в куперовском канале [5] потребовалось бы учесть все векторные графики (см. далее рис. 2 и комментарии к нему), число которых очень велико.

Предпочтительнее использовать для этой задачи метод квантового кинетического уравнения. Если вычислять ток как отклик на градиент температуры ∇T , то вопроса о поправках к оператору теплового потока вообще не возникает. Впервые эта задача в данной постановке была рассмотрена в работе Д. В. Ливанова, М. Ю. Рейзера, А. В. Сергеева. Однако в этой работе есть, по мнению автора, существенная ошибка, делающая ее результаты неверными.

1. Расчет термоэдс

При вычислении поправок к термоэдс примесного металла за счет электрон-электронного взаимодействия используется метод кинетического уравнения, развиваемый на основе диаграммной техники Келдыша [7]. Этот метод применялся для расчета поправок к проводимости при электрон-электронном [8] и электрон-фононном [9] рассеянии, для расчета фононной перенормировки термоэдс [10] и поправок к теплопроводности [11].

Как и в работе [10], нашей целью является расчет элетрического тока, возникающего под действием градиента температуры ∇T . В [10] и в вышеупомянутой работе Ливанова и др. ∇T вводился через скобки Пуассона

$$\{A, B\} \Rightarrow (\partial A / \partial \mathbf{R}) (\partial B / \partial \mathbf{p}) - (\partial A / \partial \mathbf{p}) (\partial B / \partial \mathbf{R}), \quad \partial / \partial \mathbf{R} \Rightarrow (\Delta_{\mathbf{R}} T) (\partial / \partial T).$$

В данной работе ∇T вводится через градиент гравитационного поля согласно классической работе Латинжера; аргументы в пользу такого выбора будут приведены в конце.

Как известно, введение гравитационного поля изменяет метрику пространства — времени. Преобразование функций из двухкоординатного в координатно-импульсное представление преобращает следующий вид:

$$\begin{aligned} G(x_1, x_2) &= G(\rho, X) = \int (dP) \exp \{ -i t \varepsilon [1 + \psi(\mathbf{R})] + i \mathbf{r} \mathbf{p} \} G(P, X), \\ G(P, X) &= \int (d\rho) [1 + \psi(\mathbf{R})] \exp \{ i t \varepsilon [1 + \psi(\mathbf{R})] - i \mathbf{r} \mathbf{p} \} G(\rho, X), \\ X &= (x_1 + x_2) / 2 = (T, \mathbf{R}), \quad \rho = x_1 - x_2 = (t, \mathbf{r}), \quad P = (\varepsilon, \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (1)$$

Везде, где входит интегрирование по 4-координате $(dx) = (dx) dt$, входит множитель $1 + \psi(x)$, соответствующий гравитационному полю $\Psi = -c^2 \psi$. Далее записываем двумя способами уравнения Дайсона [7]

$$\begin{aligned} S_0^{-1}(x_1) \hat{G}(x_1, x_2) &= \hat{\sigma}_x = \left\{ [1 + \psi(\mathbf{r}_1)]^{-1} \delta(x_1 - x_2) + \int \hat{\Sigma}(x_1, z) (dz) \times \right. \\ &\quad \left. \times [1 + \psi(z)] \hat{G}(z, x_2) \right\} \end{aligned} \quad (2a)$$

и аналогично для $G_0^{-1}(x_2)^* \hat{G}(x_1, x_2)$

$$\begin{aligned} G_0^{-1}(x_2)^* \hat{G}(x_1, x_2) \\ G_0^{-1}(z) = i [1 + \psi(\mathbf{s})]^{-1} \nabla_{\theta} - \varepsilon [-i \nabla_{\mathbf{s}}], \quad z = (\theta, \mathbf{s}). \end{aligned} \quad (2b)$$

Преобразуя в импульсное представление и обозначая $\nabla \psi / [1 + \psi] = \mathbf{N}_T$ (что соответствует $\nabla T / T$), имеем

$$\begin{aligned} \int (d\rho) [1 + \psi(\mathbf{R})] \exp \{ i t \varepsilon [1 + \psi(\mathbf{R})] - i \mathbf{r} \mathbf{p} \} (G_0^{-1}(x_1) - G_0^{-1}(x_2)^*) \times \\ \times G(\rho, X) \Rightarrow \left[[1 + \psi(\mathbf{R})]^{-1} \partial / \partial T + i v_p \partial / \partial \mathbf{R} - i \mathbf{N}_T \varepsilon (\partial / \partial \mathbf{p} + \right. \\ \left. + \mathbf{v}_p \partial / \partial \varepsilon) \right] G(P, X) \end{aligned} \quad (3a)$$

и аналогично

$$\left(G_0^{-1}(x_1) + G_0^{-1}(x_2)^* \right) G(P, X) \Rightarrow 2(\varepsilon - \varepsilon_p) G(P, X). \quad (3b)$$

Рассмотрим теперь свертку функций $H(x_1, x_2) = \int (dz) [1 + \psi(z)] A(x_1, z) B(z, x_2)$. Нетрудно получить

$$\begin{aligned} H(P, X) &= A(P, X) B(P, X) + i/2 \cdot \{A, B\}, \\ \{A, B\} &= [1 + \psi(\mathbf{R})]^{-1} \left((\partial A / \partial \varepsilon) (\partial B / \partial T) - (\partial A / \partial T) (\partial B / \partial \varepsilon) - \right. \\ &\quad \left. - \left((\partial A / \partial \mathbf{p}) (\partial B / \partial \mathbf{R}) - (\partial A / \partial \mathbf{R}) (\partial B / \partial \mathbf{p}) \right) - \varepsilon \mathbf{N}_T \times \right. \\ &\quad \left. \times \left((\partial A / \partial \varepsilon) (\partial B / \partial \mathbf{p}) - (\partial A / \partial \mathbf{p}) (\partial B / \partial \varepsilon) \right) \right). \end{aligned} \quad (4)$$

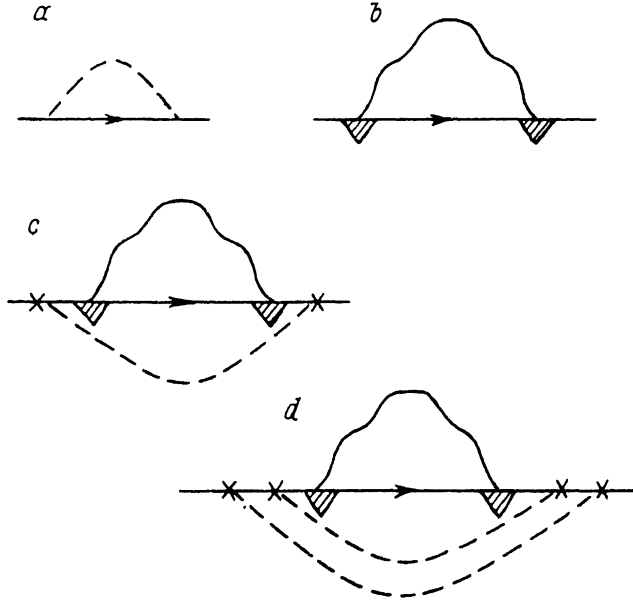


Рис. 1. Физические процессы упругого рассеяния электронов на примесях (а) и электрон-электронного взаимодействия (b, c, d).

Штрихи — примесная линия, волнистая линия — бозонная гриновская функция, треугольники — примесная вершина.

В Приложении 1 в качестве примера показано, как эта формула получается. Из формулы (3) мы имеем

$$i\{\varepsilon - \varepsilon_p, G_F(P)\} = \Sigma_F(G_A - G_R) - G_F(\Sigma_A - \Sigma_R) + (i/2)\{\Sigma_F, G_A + G_R\} + \{\Sigma_A + \Sigma_R, G_F\}, \quad [\varepsilon - \varepsilon_p - \Sigma_{A,R}(P)]G_{A,R} = 1, \quad (5)$$

что совпадает с уравнениями (19), (20) работы [7], но с иным видом скобки Пуассона. Так же как и в [7], функция G_F берется в виде

$$G_F = S(P)(G_A - G_R) + (i/2)\{S, G_A + G_R\}.$$

Тогда получим линейризованное по ∇T кинетическое уравнение

$$v_p N_T \varepsilon dS_0(\varepsilon)/d\varepsilon = St(P) + (1/2)\{\Sigma_A + \Sigma_R, S\}. \quad (6)$$

Правой части уравнения (6) соответствуют физические процессы, изображенные на фейнмановских диаграммах (рис. 1): график *a* — упругое рассеянию электронов на примесях, график *b* — учет в первом порядке теории возмущений электрон-электронного взаимодействия, графики *c*, *d* — перенормировка примесного рассеяния за счет электрон-электронного взаимодействия. Отметим, что график *d* (рис. 1), не актуальный для других задач, важен для расчета термоэдс; его неучет дает аномально большие (порядка $1/\tau T$) члены. Такой график никогда не учитывался; не был он учтен и в вышеупомянутой работе Ливанова и др. Заштрихованные вершины соответствуют примесному рассеянию (учитываемому

точно в лестничном приближении). График a дает $St(P) = -1/\tau(\varepsilon) [S(P) - \langle S(\varepsilon, k) \rangle]$. Тогда из кинетического уравнения имеем

$$\varphi_0 = \tau(\varepsilon) N_T \nabla_p \varepsilon dS_0(\varepsilon)/d\varepsilon,$$

откуда нетрудно получить общеизвестный результат

$$j = \hat{\eta}_0(-\nabla T), \quad \hat{\eta}_0 = (1 - T) \int d\varepsilon \varepsilon^2 (-dS_0(\varepsilon)/d\varepsilon) \cdot \partial(\rho \hat{D})/\partial \mu,$$

соответствующий остаточному значению термоэлектрического коэффициента η ; нетрудно заметить, что $\eta_0 \sim T$.

Запишем теперь вклады этих графиков в собственно-энергетические части $\Sigma_{A, R}$ и в интеграл столкновений St . Расчеты аналогичны тем, которые были проделаны при получении формулы (4), но длиннее. Члены, содержащие N_T числителем, приведены отдельно, в них для краткости опущены индексы

$$\begin{aligned} \Sigma_{e-e} &\Rightarrow \Sigma_{e-e} + \delta_{gr} \Sigma_{ee}, \\ -i \Sigma_{e-e}^i(P) &= \int (dQ) \Gamma_{ij}^k(\varepsilon - \Omega/2, -Q) \times \\ &\times G_{ij}(P-Q) \Gamma_{jj}^m(\varepsilon - \Omega/2, Q) W_{km}(Q), \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} -i \delta_{gr} \Sigma_{e-e} &= (i/2) N_T \int (dQ) \left[(\partial G / \partial p) W \left\{ (\varepsilon - \Omega/2) \left(\Gamma(-Q) \nabla_e \Gamma(Q) - \right. \right. \right. \\ &- \Gamma(Q) \nabla_e \Gamma(-Q) \left. \left. \right) + \Omega \left(\Gamma(-Q) \nabla_\Omega \Gamma(Q) - \Gamma(Q) \nabla_\Omega \Gamma(-Q) \right) \right\} + \\ &+ \varepsilon G W \left(\Gamma(Q) \nabla_e \nabla_q \Gamma(-Q) - \Gamma(-Q) \nabla_e \nabla_q \Gamma(Q) \right) + \Omega W \times \\ &\left(\nabla_q \Gamma(-Q) \nabla_e [G \Gamma(Q)] - \nabla_q \Gamma(Q) \nabla_e [G \Gamma(-Q)] \right) - (1/2) \Omega G W \times \\ &\times \left(\nabla_q \Gamma(-Q) \nabla_e \Gamma(Q) - \nabla_q \Gamma(Q) \nabla_e \Gamma(-Q) \right) - \Omega G W \times \\ &\times \left(\nabla_q \Gamma(-Q) \nabla_\Omega \Gamma(Q) - \nabla_q \Gamma(Q) \nabla_\Omega \Gamma(-Q) \right) \left. \right], \end{aligned} \quad (7b)$$

где ∇_e понимается как $\partial/\partial \bar{\varepsilon}$; $\bar{\varepsilon} = \varepsilon - \Omega/2$ — полусумма энергий частицы в процессе рассеяния; $W(Q)$ — келдышевские функции кулоновских пропагаторов (или фононов, или других бозонов) с учетом соответствующей вершины ($= 2^{-1/2}$ для кулоновского взаимодействия); $W_F = \Phi(Q) (W_R - W_A) + (i/2) \{W_R + W_A, \Phi\}$; $\Phi_0(\Omega) = 2f_B(\Omega) + 1 = \text{cth}(\Omega/2T)$.

Здесь под Γ^k следует понимать точную по электрон-примесному рассеянию вершину. Она также может быть разложена на части, содержащие и не содержащие N_T в числителе

$$\begin{aligned} \Gamma^k &\Rightarrow \Gamma^k + \delta_{gr} \Gamma^k, \quad \Gamma^k(Q, \varepsilon) = \gamma^k + (1/(2\pi\tau\rho)) \int (dk) \sigma_x G(K - Q/2) \times \\ &\times \Gamma^k(Q) G(K + Q/2) \sigma_x, \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \delta_{gr} \Gamma &- (1/(2\pi\tau\rho)) \int (dk) \sigma_x G(K - Q/2) \sigma_{gr} \Gamma(Q) G(K + Q/2) \sigma_x = \\ &= (i/2) \int (dk) \left[\varepsilon \left(\nabla_e [GG] \nabla_q \Gamma - \nabla_q [GG] \nabla_e \Gamma \right) + \Omega \left(\nabla_\Omega [GG] \times \right. \right. \\ &\left. \left. \times \nabla_q \Gamma - \nabla_q [GG] \nabla_\Omega \Gamma \right) \right]. \end{aligned} \quad (8b)$$

Для расчета термоэдс требуется более точное значение $1/\mu\tau$ вычисление Γ , чем приведенное в работе [7]; результаты представлены в формулах (П2.1), (П2.2) в Приложении 2.

Рассматривая процессы, изображенные на графиках b, c, d (рис. 1), получим

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\text{int}} &= S_{\text{int}} + (1/2) \{ \Sigma_A + \Sigma_R, S_0 \}, \\ \tilde{S}_{\text{int}} &\Rightarrow S_{e-e} [S_0 + \varphi_0] + \delta_{gr} S_{e-e} [S_0] + \delta_{e-e} S_{\text{imp}} [S_0 + \varphi_0], \\ \Sigma_{\text{int}} &\Rightarrow \Sigma_{e-e} [S_0 + \varphi_0] + \delta_{gr} \Sigma_{e-e} [S_0] + \delta_{e-e} \Sigma_{\text{imp}} [S_0 + \varphi_0],\end{aligned}\quad (9)$$

где S_{e-e} , Σ_{e-e} и $\delta_{gr} S_{e-e}$, $\delta_{gr} \Sigma_{e-e}$ соответствуют графику b (рис. 1), причем δ_{gr} соответствует членам, содержащим N_T через формулы (6), (76), (86); δ_{e-e} (S_{imp} , Σ_{imp}) соответствует графикам c, d (рис. 1). Отсюда можно получить поправки к току j_{St} за счет изменения функции распределения $\varphi(P) = -\tau(\epsilon) S_{\text{int}}(P)$ и j_{Σ} за счет перенормирования спектра $\Sigma_{\text{int}(A, R)}(P)$

$$\begin{aligned}j &= j_{St} + j_{\Sigma}, \quad j_{St} = e \int (dP) v_p G_A(P) G_R(P) S_{\text{int}}(P), \\ j_{\Sigma} &= -ie \int (dP) v_p [G_A^2(P) \Sigma_{\text{int}(A)} - G_R^2(P) \Sigma_{\text{int}(R)}(P)] (S_e + 1).\end{aligned}\quad (10)$$

Все интегралы по импульсам берутся следующим образом:

$$\begin{aligned}\int (dk) A(k) G(\xi_k) \dots G(\xi_k) &\Rightarrow \int \left(\rho \langle A \rangle_{\xi=\mu} + \frac{\partial}{\partial \mu} [\rho \langle A \rangle_{\xi=\mu}] \xi_k \right) \times \\ &\times d\xi_k G(\xi_k) \dots G(\xi_k).\end{aligned}\quad (11)$$

Если брать только члены, не содержащие $\partial/\partial\mu$, получим антисимметричную по частотам сумму, дающую в результате нуль. В этом проявляется разностная природа термоэдс. Остается добавить, что член $\delta_{e-e} \Sigma_{\text{imp}}$ не дает вклада в ток j .

Приведем здесь выражение для S_{e-e}

$$\begin{aligned}S_{e-e}(P) &= S_{e-e}^0(P) + \delta S_{e-e}(P), \\ S_{e-e}^0(P) &= (1/2) \int (dQ) \left\{ [(S_{\text{in}} - S_{\text{ex}}) W_F + (W_R - W_A) (S_{\text{ex}} S_{\text{in}} - 1)] \times \right. \\ &\quad \left. \times (\lambda \lambda_a G_A - \lambda \lambda_r G_R) \right\}, \\ \delta S_{e-e}(P) &= (1/2) \int (dQ) \left\{ [G_A W_R \lambda^2 + \text{к. с.}] (S_{\text{ex}} - S_{\text{in}}) \varphi_{\text{ex}} + \right. \\ &\quad \left. + [G_A W_R \langle \varphi_{\text{ex}} \rangle \lambda^2 \lambda_2 + \text{к. с.}] (S_{\text{ex}} - S_{\text{in}}) \right\},\end{aligned}\quad (12)$$

где $S_{\text{ex}} = S(\epsilon)$, $S_{\text{in}} = S(\epsilon - \Omega)$, $\varphi_{\text{ex}} = \varphi(P)$, $\varphi_{\text{in}} = \varphi(P - Q)$; другие обозначения см. Приложение 2. Члены, не содержащие квадрата диффузионного полюса, не приведены. Легко убедиться, что $S[S_0] = 0$. Далее рассмотрим первый член $(G_A W_R \lambda^2 + \text{к. с.}) (S_{\text{in}} - S_{\text{ex}}) \varphi_{\text{ex}}$ в формуле (12), дающий главный вклад. Тогда получим следующие вклады для тока:

$$\begin{aligned}\text{Cl. a: } j &= (1/4) \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{1}{\tau} \rho \hat{\rho} \right) N_T \hat{K}_{O, \epsilon} (S_{\epsilon - \Omega} + S_{\epsilon + \Omega} - \\ &\quad - 2S_e) [W_R \Lambda_R^2 + W_A \Lambda_A^2], \\ \Lambda_{R, A} &= 1 / [\hat{D} q^2 \mp i \Omega], \\ \hat{K}_{O, \epsilon} F(Q, \epsilon) &= (1/2) e \int (dQ) d\epsilon \epsilon (-S'_e) F(Q, \epsilon),\end{aligned}$$

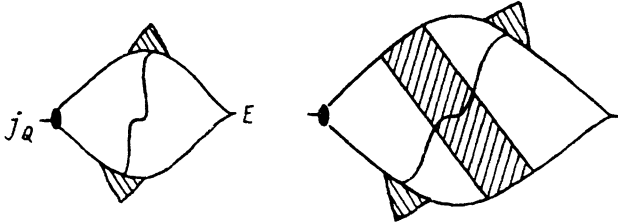


Рис. 2. Примеры не векторных и векторных графиков для термоэлектрического оператора. Слева — вершина теплового потока, справа — токовая вершина. Заштрихованы примесные лестницы.

$$\begin{aligned}
 \text{C1. } b: \quad j &= - (1/2) \left[\frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) + 2 \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau (\rho \hat{D}) \right] N_{\tau} \epsilon \hat{K}_{O, \epsilon} (S_{\epsilon - \Omega} - \\
 &\quad - S_{\epsilon + \Omega} i [W_R \Lambda_R^2 - W_A \Lambda_A^2]), \\
 \text{C1. } c: \quad j &= (1/4) \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) N_{\tau} \Omega \hat{K}_{O, \epsilon} (S_{\epsilon - \Omega} + S_{\epsilon + \Omega} - 2S_{\epsilon}) \times \\
 &\quad \times i [W_R \Lambda_R^2 - W_A \Lambda_A^2]. \tag{13}
 \end{aligned}$$

Учет $\text{St}_{e-e} [\varphi_0]$ при подстановке в формулу (10) для тока дает свертку $\int (dp) v_p (v_p N_{\tau}) F(P)$, соответствующую вкладу C1, так же как и вкладам C2, C3, за счет $\delta_{e-e} \text{St}_{\text{imp}} (S_0 + \varphi_0)$ и $\Sigma_{e-e} (S_0 + \varphi_0)$ и той части $\delta_{gr} \Sigma$ и $\delta_{gr} \text{St}$, которая содержит $\nabla_p G (P - Q)$; такие вклады названы здесь не векторными и соответствуют фейнмановским графикам типа *a* (рис. 2). Интегралы типа $\int d\epsilon (-dS\epsilon/d\epsilon) F(\epsilon) S(\epsilon)$ не соответствуют физическим процессам и могут быть сокращены с помощью нефизической части в формализме Келдыша $\Sigma^{--} + \Sigma^{-+} + \Sigma^{+-} + \Sigma^{++}$. В дальнейшем такие члены не приводятся.

Второе слагаемое в $\delta \text{St}_{e-e} (P)$ из (12) дает вклад

$$\begin{aligned}
 j &= (1/2) \hat{K}_{O, \epsilon} (N_{\tau} D_q) \left[\frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) q - (1/2) \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau (\rho \hat{D}) q \right] \times \\
 &\quad \times (S_{\epsilon - \Omega} + S_{\epsilon + \Omega}) [W_R \Lambda_R^2 + W_A \Lambda_A^2].
 \end{aligned}$$

Легко видеть, что такая поправка векторного типа мала по сравнению с ранее полученными не векторными, а также поправками векторного типа, которые будут получены далее.

Рассмотрим теперь $\delta_{e-e} \Sigma_{\text{imp}}$. Тогда

$$\begin{aligned}
 \delta_{e-e} \text{St}_{\text{imp}} &\Rightarrow -\delta_{e-e} \left[\frac{1}{\tau} \right] \varphi_{\text{ex}}, \\
 \delta_{e-e} \left[\frac{1}{\tau} \right] &= - (1/2\pi\rho\tau) \int (dk) \times \\
 &\quad \times i [\lambda_a G_A^2(K) \Sigma_A(K) - \lambda_r G_R^2(K) \Sigma_R(K)], \tag{14}
 \end{aligned}$$

где $\Sigma_{e-e} (S_0)$ дается формулой (16). Величина $\delta_{e-e} [1/\tau]$ имеет смысл поправки ко времени упругого рассеяния за счет межэлектронного взаимодействия. Со множители $\lambda_{a, r}$ в (14) учитывают всю совокупность примесных линий, охватывающих график *b* (рис. 1). Их неучет приводит к поправке

$$j = - (1/4) \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau (\rho \hat{D}) N_T K_{Q,\epsilon} (S_{\epsilon-\Omega} + S_{\epsilon+\Omega} - 2S_\epsilon) \times \\ \times [W_R \Lambda_R^2 + W_A \Lambda_A^2],$$

т. е. $\Delta\eta/\eta \sim (1/\tau T) \Delta\sigma/\sigma$.
Из (14) имеем

$$C2 = -C1. b. \quad (15)$$

Далее рассмотрим $\Sigma_{\epsilon-\epsilon} (S_0 + \varphi_0)$. Можно проверить, что член

$$j = -ie \int (dP) v_p \varphi_{ex} [G_A^2 (P) (\Sigma_{\epsilon-\epsilon(A)} (S_0) - \text{к.с.})]$$

составляет главную часть вклада. Далее

$$-i\Sigma_R (P) \Rightarrow (1/2) \int (dQ) [G_A W_R \Lambda^2 (S_{in} - S_{ex}) + G_R \dots]. \quad (16)$$

Отсюда легко получить существенные слагаемые

$$C3. a = -C1. a,$$

$$C3. b = C1. b,$$

$$C3. c: j = (1/2) \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau (\rho \hat{D}) N_T \Omega \hat{K}_{Q,\epsilon} (S_{\epsilon-\Omega} + S_{\epsilon+\Omega} - 2S_\epsilon) \times \\ \times i [W_R \Lambda_R^2 - W_A \Lambda_A^2]. \quad (17)$$

Теперь рассмотрим ту часть членов $\delta_{gr}\Sigma$ и $\delta_{gr}St$, которая содержит $\nabla_p G (P - Q)$; оставшуюся часть формулы (76) рассмотрим позже

$$-i\delta_{gr}\Sigma_R = (i/2) N_T (1/2) \int (dQ) [W_R \nabla_p G_A \Lambda^2 [\epsilon \nabla_\epsilon S_{ex} - \\ - (\epsilon - \Omega) \nabla_\epsilon S_{in}] + \nabla_p G_R \dots].$$

Тогда нетрудно получить существенные слагаемые

$$C4. a = -C1. b,$$

$$C4. b = -C1. c - C3. c. \quad (18)$$

Легко убедиться, что $\delta_{gr}St$ содержит только первую степень диффузионного полюса и ее вкладом можно пренебречь: $C5 \Rightarrow 0$. Таким образом, все существенные поправки неекторного типа сокращаются, как это имело место и для проводимости [7].

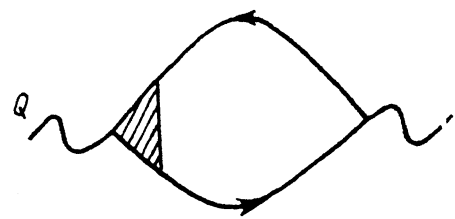
Далее рассмотрим поправки векторного типа. В формализме линейного отклика они соответствовали бы фейнмановским графикам типа *b* (рис. 2), где хотя бы одна примесная линия, имеющая большой импульс, пересекает диаграмму. Таким графикам соответствуют в результате интегралы

$$\int (dq) F_1 [Dq^2] (\nabla T \cdot \hat{D}q) \left\{ \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) \cdot q, \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau \rho \hat{D}q \right\}$$

вместо

$$\int (dq) F [Dq^2] \left\{ \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) \nabla T, \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau \rho \hat{D} \nabla T \right\}.$$

Рис. 3. Диаграмма для собственно-энергетической функции бозона.



В формализме Келдыша они образуются за счет того, что ∇T входит в вершины Γ через формулу (8б) и в собственно-энергетические части Σ через (7б). Также существуют поправки к Γ , получающиеся из формулы (8а), если вместо G_F подставить $(S_0 + \varphi_0) (G_A - G_R)$ и взять линейные по φ_0 члены. Легко убедиться, что эти поправки менее сингулярны по q , чем поправки к вершинам (П2.2), и их вклад в термоэдс несуществен.

Рассмотрим вклад (П2.2) в $\delta_{gr} St_{e-c}$, $\delta_{gr} \Sigma_{e-c}$ вместе с вкладом той части формулы (7б), которая не содержит $\nabla_p G (P - Q)$. Они дают в сумме

$$\begin{aligned}
 -i\delta_{gr} \Sigma_R &= (1/2) N_T (i/2) \int (dQ) \left[G_A W_R \nabla_q \lambda \left[(2\lambda - \lambda_r) (\varepsilon - \Omega) \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \nabla_\varepsilon S_{in} - (2\lambda - \lambda_a) \varepsilon \nabla_\varepsilon S_{ex} \right] + G_R \dots \right], \\
 \delta_{gr} St &= (1/2) N_T (i/2) \int (dQ) \left[[-\lambda_a \nabla_q \lambda S_{in} \varepsilon \nabla_\varepsilon S_{ex}] G_A W_R - \right. \\
 &\quad - G_R W_A \text{ [к. с.]} + I(\Phi, S) (\nabla_q \nabla_\lambda \lambda_A G_A + \nabla_q \nabla_\lambda \lambda_r G_R) + \\
 &\quad + \{ \varepsilon \nabla_\varepsilon I(\Phi, S) - T \nabla_T I(\Phi, S) \} (\nabla_q \lambda_a G_A + \nabla_q \lambda_r G_R) - \\
 &\quad - \Omega (W_R - W_A) \nabla_\Omega \Phi(\Omega) (S_{in} - S_{ex}) (\nabla_q \lambda_a G_A + \nabla_q \lambda_r G_R) \left. \right], \\
 I(\Phi, S) &= \Phi_\Omega (S_{in} - S_{ex}) + (S_{in} S_{ex} - 1). \tag{19}
 \end{aligned}$$

Легко увидеть, что в невозмущенном состоянии $I(\Phi_0, S_0) = 0$. Рассмотрим вклад от последнего слагаемого в $\delta_{gr} St$

$$\begin{aligned}
 \text{С6: } j &= (1/8) \int (dQ) \Omega [-\nabla_\Omega \Phi(\Omega)] (W_R - W_A) (N_T \hat{D} q) \times \\
 &\quad \times \int d\varepsilon (S_{\Omega-\varepsilon} - S_{\Omega+\varepsilon}) (\Lambda_R^2 - \Lambda_A^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) q. \tag{20}
 \end{aligned}$$

Этот вклад сокращается, если учесть неравновесную поправку к гриновской функции бозона. Рассмотрим график для собственно-энергетической функции (рис. 3)

$$-i\Pi_{ij}(Q) = \int (dK) \Gamma_{kk'}^i(Q) G_{mk}(K - Q/2) G_{k'm'}(K + Q/2) \gamma_{m'}^j$$

и учтем в нем гравитационное поле. Нетрудно получить формулу для $-i\delta_{gr} \Pi(Q)$ (индексы для краткости опущены); см. Приложение 3.

Келдышевские функции для кулоновского взаимодействия имеют вид

$$W_{R,A}(Q) = [1/U(q) + 2\rho \hat{D} q^2 \Lambda_{R,A}]^{-1}.$$

В пределе малых импульсов и частот, который даст основной вклад в интегралы, второе слагаемое в скобке является главным. Составляя $\delta_{gr} W_F(Q) = W_R \delta_{gr} \Pi_F W_A$ и подставляя в (12), легко получить вклад С7, компенсирующий (20).

Остается рассмотреть вклад от $\delta_{gr} \Sigma_{R,A}$, который и является определяющим. Подставляя формулу (19) в (10), имеем

$$\text{С8. } \alpha: j = -\hat{K}_{Q,\varepsilon} \varepsilon (S_{\varepsilon-\Omega} - S_{\varepsilon+\Omega}) \left\{ 2 \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) q + \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau (\rho \hat{D}) q \right\} \times$$

$$\times (N_T \hat{D}q) i [W_R \Lambda_R^3 - W_A \Lambda_A^3],$$

$$\text{C8. } b: \quad j = (1/2) \hat{K}_{Q,e} (S_{\epsilon-\alpha} + S_{\epsilon+\alpha} - 2S_\epsilon) (N_T \hat{D}q) \left\{ 2 \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) q + \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau (\rho \hat{D}) q \right\} \Omega i [W_R \Lambda_R^3 - W_A \Lambda_A^3]. \quad (21)$$

Точное взятие этих интегралов не представляется возможным, поэтому ограничимся оценкой

$$\text{C8. } a: \quad \eta_{\alpha\beta} \Rightarrow -2e \left(\int \epsilon^2 (-S_\epsilon)^2 d\epsilon / T \int_{\Omega < T} d\Omega \Omega^2 + \int \epsilon^2 (-S_\epsilon) d\epsilon / T \int_{\Omega > T} d\Omega \Omega \operatorname{th} (\Omega / 2T) \right) \int (dq) / \rho \times \\ \times (Dq)_\alpha (Fq)_\beta Z^2(Q),$$

где

$$Fq = 2 \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) q + \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau (\rho \hat{D}) q, \\ Z(Q) = [(\hat{D}q^2)^2 + \Omega^2]^{-1}.$$

Поступая аналогично с C8. b, представим их сумму в виде двух вкладов

$$\eta_{\alpha\beta} = -4eT \left(C_A \int_{\Omega < T} d\Omega / (2T) \Omega^2 + (\pi^2/3) \int_{\Omega > T} d\Omega \Omega \operatorname{th} (\Omega / 2T) \right) \times \\ \times \int (dq) / \rho (Dq)_\alpha (Fq)_\beta Z^2(Q), \quad (22)$$

где $C_A = 1 + (8/3) [(\pi^2/6) - 1]$. Интегрирование по области $\Omega < T$ дает вклад

$$\eta_{\alpha\beta} = -2eC_A \int (dq) / \rho (Dq)_\alpha (Fq)_\beta \begin{cases} \pi/2 Dq^2, & Dq^2 < T, \\ C_1 T^3 / (Dq^2)^4, & Dq^2 > T, \end{cases}$$

где C_1 — некоторый числовой множитель порядка единицы. Второе слагаемое дает вклад

$$- (2\pi^2/3) eT \int (dq) / \rho (Dq)_\alpha (Fq)_\beta [(\hat{D}q^2)^2 + C_2 T^2]^{-1},$$

где C_2 — тоже некоторый числовой множитель. Видно, что в первой части интересны малые q ($Dq^2 < T$), что дает тривиальный вклад как в двумерном, так и в трехмерном случаях

$$d = 2 \Rightarrow (\Delta\eta)_1 \Rightarrow C_3 eT / (\mu^2 \tau) \sigma_0 \sim (1/\mu\tau) \eta_0, \\ d = 3 \Rightarrow (\Delta\eta)_1 \sim (\tau T)^{1/2} (1/\mu\tau)^2 \eta_0. \quad (23)$$

Вклад второй части интереснее

$$d = 2 \Rightarrow (\Delta\eta)_2 = -eT (\pi/6) / (\rho D) \int d(Dq^2) / (Dq^2) \left[2 \frac{\partial}{\partial \mu} \sigma_0 + \sigma_0 \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau \right].$$

Поскольку Dq^2 в диффузионном приближении ограничена величиной $1/\tau$, легко получить

$$\begin{aligned}
 (\Delta\eta)_2 &\Rightarrow -(\pi/3) eT/(\rho D) \ln(1/\tau T) \left[\frac{\partial}{\partial \mu} \sigma_0 + (1/2) \sigma_0 \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \tau \right] \Rightarrow \\
 &\Rightarrow -(1/\mu\tau) \ln(1/\tau T) \left[1 + (1/2) \frac{\partial \ln \tau}{\partial \ln \sigma} \right] \eta_0.
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

В трехмерном случае вклад второй части не интересен

$$(\Delta\eta)_2 \sim (1/\mu\tau)^2 \eta_0.$$

Таким образом, влияние электрон-электронного взаимодействия на термоэдс примесного проводника особенно ощутимо в двумерном случае, как и влияние на проводимость. Экспериментальное наблюдение данного явления является нетривиальной задачей. Как известно [1], поправки при взаимодействии электронов в куперовском канале и слаболокализационные поправки ослабляются классически слабым магнитным полем $\omega_b \tau \approx 1/\mu\tau$ (где $\omega_b = eB/mc$); данный эффект чувствителен лишь к классически сильному магнитному полю $\omega_b \tau \approx 1$, как и все собственные свойства проводника, и не идентифицируется с помощью магнитного поля. Кроме необходимости выделить поправку $\Delta\eta \sim T \ln T$ от линейной температурной зависимости, что требует очень низких температур, также нужно создать двумерную пленку на такой подложке, которая ослабляет эффект фононного увлечения. Реально экспериментальная ситуация, касающаяся исследования двумерных пленок, в настоящее время противоположна — эффекту фононного увлечения уделяется превалирующее внимание [12].

В заключение заметим разницу между введением ∇T через скобки Пуассона и гравитационное поле. В примесных материалах из-за отсутствия трансляционной инвариантности нужно, вообще говоря, проделывать описанную выше процедуру с уравнением Дайсона до усреднения по примесям и затем, вычислив поправку φ_0 к функции распределения на собственно-энергетических уровнях, подставлять ее в кинетическое уравнение, т. е. в формулу (9), и только после этого усреднять по примесям. Также необходимо поступать и с членами $\delta_{g,r}\Sigma$, $\delta_{g,r}St$. При этом оператор $\partial/\partial R$ зацепляется с примесным потенциалом $U(r)$ и задача очень усложняется. При введении ∇T через гравитационное поле оператора $\partial/\partial R$ нет, а оператор g может быть записан не в форме $i\partial/\partial r$, а в представлении собственных чисел. Поэтому процесс усреднения не содержит трудности, описанные выше.

Автор выражает благодарность А. Г. Аронову за руководство в работе и полезные обсуждения. Автор также благодарит и Ю. М. Гальперина за полезные обсуждения, а А. В. Сергеева — за полезные обсуждения и изложение неопубликованной работы на ту же тему.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Рассмотрим свертку функций

$$H(x_1, x_2) = \int (dz) [1 + \varphi(z)] A(x_1, z) B(z, x_2).$$

Используя (1), получим

$$\begin{aligned}
 H(P, X) &= \int (d\rho) (dz) [1 + \varphi(R)] [1 + \psi(R + s)] (dP') (dQ) A[X + \\
 &\quad + (z + \rho)/2,
 \end{aligned}$$

$$P' - Q/2] B [X + (z - \rho) / 2,$$

$$P' + Q/2] \exp \{ isq + 2ir (p' - p) - i\theta\Omega [1 + \psi (R + s)] - 2it (\varepsilon' - \varepsilon) \times \\ \times [1 + \psi (R)] \} \exp \{ -i\varepsilon' \nabla \psi (st - r\theta) + (i/2) \Omega \nabla \psi (tr + s\theta) \},$$

$$z = (\theta, s).$$

В линейном по N_T приближении представим последнюю скобку как

$$\{ (i/2) \varepsilon' N_T [(\partial/\partial q) (\partial/\partial \varepsilon) - (\partial/\partial \Omega) (\partial/\partial p)] + (i/2) \Omega N_T [(1/4) (\partial/\partial \varepsilon) \times \\ \times (\partial/\partial p) + (\partial/\partial q) (\partial/\partial \Omega) \},$$

где все операторы действуют на невозмущенную экспоненту. Интегрирование по t, θ дает $\delta (\varepsilon - \varepsilon') \delta (\Omega)$. Интегрируя по r, s , получаем

$$- (i/2) N_T \partial/\partial \varepsilon \int (dQ) \delta (Q) \varepsilon \partial/\partial q (A [P - Q/2] B [P + Q/2]) + \\ + (i/2) N_T \partial/\partial p \int (dQ) \delta (Q) \varepsilon \partial/\partial \Omega (A [P - Q/2] B [P + Q/2]) + \\ + (i/2) N_T \int (dQ) \delta (Q) (\partial/\partial \Omega) (\partial/\partial q) (\Omega A [P - Q/2] B [P + Q/2]),$$

откуда легко получить (4).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

$$\Gamma_{22}^k (Q, \varepsilon) = \lambda \gamma_{22}^k,$$

$$\Gamma_{12} = \lambda_r \gamma_{12} + \gamma_{22} [(\lambda - \lambda_r) S_- + \lambda \lambda_r \langle \varphi_- \xi \rangle],$$

$$\Gamma_{21} = \lambda_a \gamma_{21} - \gamma_{22} [(\lambda - \lambda_a) S_+ + \lambda \lambda_a \langle \varphi_+ \xi \rangle],$$

$$\Gamma_{11} = \lambda^* \gamma_{11} + \gamma_{12} [S_+ (\lambda^* - \lambda_r) - S_- (\lambda^* - \lambda_a) + \lambda^* \lambda_r \langle \varphi_+ \xi^* \rangle - \\ - \lambda^* \lambda_a \langle \varphi_- \xi^* \rangle] + \gamma_{22} [S_+ S_- (\lambda_a + \lambda_r - \lambda - \lambda^*) - S_+ (\lambda^* \lambda_a) \times \\ \times \langle \varphi_- \xi^* \rangle + \lambda \lambda_r \langle \varphi_- \xi \rangle - S_- (\lambda^* \lambda_r \langle \varphi_+ \xi^* \rangle + \lambda \lambda_a \langle \varphi_+ \xi \rangle)],$$

$$\lambda (Q, \varepsilon) = [1 - \xi]^{-1} = (\hat{D}q^2 \mp i\tau\Omega + \tau^2\Omega^2 + [\partial \langle \tau D \rangle / \partial \mu q^2 \mp \\ \mp i (\partial \tau / \partial \mu) \Omega] \varepsilon)^{-1},$$

(П2.1)

где

$$S_{-,+} = \dot{S}_0 (\varepsilon_{-,+}), \quad \varepsilon_{-,+} = (\varepsilon \mp \Omega/2), \quad \varphi_{-,+} = \varphi (P \mp Q/2),$$

$$\xi = (1/2\pi\tau\rho) \int (d\mathbf{p}) G_A (P - Q/2) G_R (P + Q/2),$$

$$\langle \varphi_{-,+} \xi \rangle = (1/2\pi\tau\rho) \int (d\mathbf{p}) \varphi_{-,+} G_A (P - Q/2) G_R (P + Q/2),$$

$$\gamma_{ij}^1 = 2^{-1/2} \delta_{ij},$$

$$\gamma_{ij}^2 = 2^{-1/2} (1 - \delta_{ij}),$$

$$\delta_{gr} \Gamma_{22} = 0,$$

$$\delta_{gr} \Gamma_{12} = (i/2) N_T \varepsilon_- \nabla_e S (\varepsilon_-) (\nabla_q \lambda / \lambda) (\lambda - \lambda_r) \gamma_{22},$$

$$\delta_{gr} \Gamma_{12} = - (i/2) N_T \varepsilon_+ \nabla_e S (\varepsilon_+) (\nabla_q \lambda / \lambda) (\lambda - \lambda_a) \gamma_{22},$$

$$\delta_{gr} \Gamma_{11} = (i/2) N_T [(\nabla_q \lambda^* / \lambda^*) [\varepsilon_- \nabla_e S (\varepsilon_-) (\lambda^* - \lambda_a) - \varepsilon_+ \nabla_e S (\varepsilon_+) (\lambda^* - \lambda_r)] \times \\ \times \gamma_{12} + (i/2) N_T S (\varepsilon_+) \varepsilon_- \nabla_e S (\varepsilon_-) [(\nabla_q \lambda^* / \lambda^*) (\lambda^* - \lambda_a) - (\nabla_q \lambda / \lambda) \times$$

$$\times (\lambda - \lambda_r) \gamma_{22} + (i/2) N_T S (\varepsilon_-) \varepsilon_+ \nabla_\varepsilon S (\varepsilon_+) [r \Leftrightarrow a] \gamma_{22}. \quad (\text{П2.2})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

$$\begin{aligned} -i\delta\Pi(Q) = N_T (i/2) \int (dK) \gamma \Omega \{ \nabla_\Omega \Gamma(Q) \nabla_q [G(K - Q/2) \times \\ \times G(K + Q/2)] - \nabla_q \Gamma(Q) \nabla_\Omega [GG] \} - \varepsilon \{ \nabla_\varepsilon \Gamma(Q) \nabla_q [GG] - \nabla_q \Gamma(Q) \times \\ \times \nabla_\varepsilon [GG] \}. \end{aligned} \quad (\text{П3.1})$$

Легко проверить $\delta_{gr} \Pi_{R, A}(Q) \Rightarrow 0$

$$\begin{aligned} -i\delta_{gr} \Pi_F = 2\pi r \rho N_T (i/2) \int (d\varepsilon/2\pi) [S_+ \varepsilon_- \nabla_\varepsilon S_- [(\nabla_q \lambda / \lambda) (\lambda - \lambda_r) - \\ - (\text{к. с.})] + S_- \varepsilon_+ \nabla_\varepsilon S_+ [a \Leftrightarrow r] - i\rho \hat{D}q (S_+ \varepsilon_- \nabla_\varepsilon S_- + S_- \varepsilon_+ \nabla_\varepsilon S_+) \times \\ \times (\lambda - \lambda^*) - 1/(2\rho) \frac{\partial}{\partial \mu} (\rho \hat{D}) q (S_+ \varepsilon_- \nabla_\varepsilon S_- - S_- \varepsilon_+ \nabla_\varepsilon S_+) (\lambda + \lambda^*)], \\ S_{-,+} = S_0(\varepsilon_{-,+}), \quad \varepsilon_{-,+} = (\varepsilon \mp \Omega/2). \end{aligned}$$

Легко видеть, что первые два слагаемых дают главный вклад. Учитывая, что

$$\int d\varepsilon \varepsilon (-\nabla_\varepsilon S_\varepsilon) (S_{\varepsilon-\Omega} + S_{\varepsilon+\Omega}) = 2\Omega^2 \nabla_\Omega \Phi_0(\Omega),$$

имеем

$$\delta_{gr} \Pi_F(Q) = \Omega^2 [-\nabla_\Omega \Phi_0(\Omega)] \cdot 2\rho (N_T \hat{D}q) (\Lambda_R^2 - \Lambda_A^2).$$

Список литературы

- [1] Altshuler B. L., Aronov A. G. Electron-electron Interaction in Disordered Systems / Ed. A. L. Efros, M. Pollak. Amsterdam, Oxford, N. Y., Tokyo, North Holland, 1985. P. 1.
- [2] Ting C. S., Houghton A., Senna J. R. // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. P. 1439.
- [3] Hsu J. P. M., Kapitulnik A., Reizer M. Yu. // Phys. Rev. B. 1989. V. 38. P. 5260.
- [4] Варламов А. А., Ливанов Д. В. // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. С. 584.
- [5] Рапопорт А. В. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 2. С. 542—556.
- [6] Lu Y., Patton B. R. // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. P. 3564.
- [7] Альтшулер Б. Л. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 1330.
- [8] Альтшулер Б. Л., Аронов А. С. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 514.
- [9] Рейзер М. Ю., Сергеев А. В. // ЖЭТФ. Т. 92. С. 2291.
- [10] Рейзер М. Ю., Сергеев А. В. // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. С. 2191.
- [11] Ливанов Д. В. // ЖЭТФ. 1991. Т. 99. С. 1360.
- [12] Zavaritsky N. V. // Physica. 1984. V. 126B. P. 369.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
3 апреля 1992 г.