УДК 534.222.2 : 530.1

ВЛИЯНИЕ РЕЛАКСАЦИИ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА НА ИЗМЕНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ОБЛАСТИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ВТОРОГО РОДА

В. И. Сериков, А. И. Кондратков, С. В. Воронин

Рассмотрено влияние релаксации поля упорядочения на изменение температурного поля в области фазового перехода второго рода. Показано (для гармонических температурных граничных условий), что в среде возникают температурные волны и связанные с ними волны параметра порядка. Учет динамики поля упорядочения приводит к перенормировке коэффициентов уравнения теплопроводности и скорости температурных волн в области фазового перехода второго рода.

Изменение поля упорядочения $\varphi(\mathbf{r}, t)$, описываемое кинетическим уравнением Гинзбурга—Ландау

$$\Gamma^{-1}\dot{\varphi}(\mathbf{r}, t) = \delta F/\,(\delta\varphi\,(\mathbf{r}, t))\,, \tag{1}$$

где [1]

$$F = F_0 + \frac{1}{2}\int\left[c\,(\nabla\varphi)^2 + a\varphi^2 + \frac{b}{2}\varphi^4 - h\varphi\right]dV \tag{2}$$

— термодинамический потенциал, рассматривается обычно на фоне заданного температурного поля. Очевидно, что однородное температурное поле не может устанавливаться мгновенно при отклонении параметра порядка φ от равновесного значения в какой-либо части объема. Существуют различные способы приближенного учета локальных изменений температуры, однако представляет интерес поиск совместных решений кинетического уравнения (1) и уравнения теплопроводности [2]

$$T\dot{S} = \nabla\,(\varkappa\nabla T)\,. \tag{3}$$

Плотность энтропии S, как указано в [1], может быть представлена в виде

$$S = S_0 - \frac{\alpha}{2}T\varphi^2, \tag{4}$$

где α — постоянная, определяющая температурно-зависящий коэффициент a в разложении термодинамического потенциала (2) $a = \alpha\tau \equiv \alpha\,(T - T_c)/T_c$. Окончательно кинетическое уравнение и уравнение теплопроводности (полагая $\varkappa =$ = const) можно представить в форме

$$\Gamma^{-1}\dot{\varphi} + a\varphi + b\varphi^3 - c\Delta\varphi - h = 0, \tag{5}$$

$$c_\eta \dot{T} - \alpha\varphi\dot{\varphi} - \varkappa\Delta T = 0. \tag{6}$$

Используя константы T_c и $(\alpha/b)^{1/2}$ (поскольку α/b имеет размерность квадрата параметра порядка φ), перейдем к безразмерным величинам τ, $\eta = \varphi\ (b/\alpha)^{1/2}$ и рассмотрим случай, когда поле h, сопряженное параметру порядка, отсутствует $(h = 0)$. Тогда система уравнений (5) и (6) принимает вид

$$L\dot{\eta} + A\eta\tau + A\eta^3 - N\Delta\eta = 0, \tag{7}$$

$$M\dot{\tau} - P\eta\dot{\eta} - k\Delta\tau = 0. \tag{8}$$

Здесь введены следующие обозначения для коэффициентов:

$$L = \alpha^{1/2}b^{-1/2}\Gamma^{-1},\ A = \alpha^{3/2}b^{-1/2},$$

$$N = c\alpha^{1/2}b^{-1/2},\ M = T_c c_\eta,\ P = T_c\alpha^2 b^{-1},\ k = T_c\varkappa,$$

c_η — теплоемкость при $T > T_c$ вдали от точки фазового перехода T_c. Положим $\tau = -\eta^2 + \Pi$, тогда система уравнений упрощается

$$L\dot{\eta} - N\Delta\eta + A\eta\Pi = 0, \tag{9}$$

$$\tilde{M}\dot{\tau} - k\Delta\tau = 0, \tag{10}$$

где

$$\tilde{M} = M + P/2.$$

Рассмотрим теперь одномерную задачу для полуограниченного тела, на поверхности $(x = 0)$ которого заданы гармоничные условия $\tau = -\tau_m \cos 2\omega t$ (для $t > 0$). Будем полагать, что до начального момента времени тело находилось в однородных температурных условиях, отвечающих $\tau = 0$ (для $t < 0$). Для моментов времени $t > 0$ можно рассмотреть следующее решение уравнения теплопроводности (10):

$$\tau = -\tau_m \exp(-2x/\Delta)\cos[2(vt - x)/\Delta]. \tag{11}$$

Поскольку на величину Π не наложено никаких специальных ограничений, можно положить $\Pi = \Pi(x) = \tau_m \exp(-2x/\Delta)$. Зависимость параметра порядка $\eta(x, t)$, соответствующая решению (11), будет определяться выражением

$$\eta = \eta_m \exp(-x/\Delta)\cos[(vt - x)/\Delta], \tag{12}$$

где $\eta_m = \sqrt{2\tau_m}$. Решение (12) удовлетворяет уравнению (9), в котором для всех значений координат $x > 1/\Delta$ опущен член $A\Pi(x)\eta$, имеющий более высокий порядок малости по сравнению с остальными членами этого уравнения. Подстановка решений (11), (12) в уравнения (9), (10) с учетом сделанных замечаний приводит к соотношениям

$$2N/L - v\Delta = 0, \tag{13}$$

$$4k/\widetilde{M} - v\Delta = 0. \tag{14}$$

Одновременное выполнение условий (13), (14) возможно лишь с учетом того, что коэффициент k перенормируется в области перехода и его аномалия $\delta k = k - k_0$, где k_0 — значение этого коэффициента в упорядоченной фазе (вдали от T_c), определяется из этих соотношений

$$\delta k = N\widetilde{M}/(2L) - k_0. \tag{15}$$

В упорядоченной фазе (вдали от T_c) решение (11) представляет собой обычные температурные волны, отвечающие неперенормированным коэффициентам k_0, M, которые распространяются со скоростью v_T; поэтому

$$4k_0/M - v_T\Delta = 0, \tag{16}$$

из соотношений (13) и (16) получаем

$$v = NM/(2Lk_0)\, v_T, \ \Delta = 4k_0/(Mv_T), \tag{17}$$

где $v_T = 2\,(\omega k_0/M)^{1/2}$. Изменение скорости $\delta v = v - v_T$ температурных волн в области перехода составляет

$$\delta v = [NM/(2Lk_0) - 1]\, v_T = [\delta k/k_{0\_}NP/(4Lk_0)]\, v_T. \tag{18}$$

В заключение отметим, что решения (11), (12) можно рассматривать как точные для случая когда $\Pi(x) \equiv 0$, но в теле задан стационарный источник тепла с плотностью w, являющийся экспоненциальной функцией координаты ($w \sim \exp(-2x/\Delta)$) [3].

Список литературы

[1] Паташинской А. З., Покровский В. Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 381 с.

[2] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.

[3] Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.

Липецкий
политехнический институт

Поступило в Редакцию
7 декабря 1990 г.
В окончательной редакции
13 ноября 1991 г.