УДК 539.2

РЕЗОНАНСНАЯ ДЕЛОКАЛИЗАЦИЯ ЧАСТИЦЫ В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЙНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

А. Г. Аронов, Е. Л. Ивченко

Исследовано влияние граничных условий на коэффициент прохождения частицы через случайную одномерную систему. Рассмотрен одномерный случайный потенциал с плохопроницаемыми внешними барьерами. Показано, что в такой системе, помещенной во внешнее электрическое поле, полевая зависимость пропускания вблизи квазистационарных уровней энергии имеет резонансный характер и при оптимальных значениях поля и энергии частицы прозрачность системы достигает единицы.

Как известно, состояния частицы в одномерном случайном потенциале локализованы [1]. Это означает, что вероятность обнаружить ее в точке z, если первоначально она была расположена вблизи точки z', экспоненциально затухает с ростом $|z-z'|$ с характерной длиной ξ (длина локализации). Отсюда следует, что обратный коэффициент прохождения частицы через случайную одномерную систему толщины L экспоненциально растет с увеличением L. Считается, что при $L \gg \xi$ это утверждение вытекает из свойств самой системы и не зависит от граничных условий. Если случайная цепочка соединена с идеальными металлическими электродами, то действительно электрическое сопротивление системы нарастает экспоненциально с увеличением длины цепочки. Однако что будет, если, как это часто реализуется в условиях эксперимента, контакты не идеальны, а образуют для проходящей частицы потенциальные барьеры? Вопрос можно сформулировать также в следующей эквивалентной форме: как меняется коэффициент прохождения при добавлении между идеальными проводниками и случайной одномерной цепочкой плохопроницаемых барьеров? Казалось бы, включение дополнительных барьеров может привести только к уменьшению прозрачности системы. Мы покажем, что полная прозрачность случайной одномерной системы с внешними барьерами, обладающими очень низкой прозрачностью, при определенных условиях может оказаться сколь угодно близкой к единице и в такой системе в узком энергетическом интервале имеет место резонансная делокализация.

1. Матрица переноса

Обсудим вначале общие свойства пропускания частицы одномерной системой. Пусть имеется цепочка толщины L со случайным потенциалом $V(z)$. За пределами цепочки $V(z) \equiv 0$ и волновая функция частицы с энергией ε может быть представлена в виде

$$\psi(z) = \psi_+(0)\, e^{ik_0 z} + \psi_-(0)\, e^{-ik_0 z}, \quad z < 0, \tag{1а}$$

$$\psi(z) = \psi_+(L)\, e^{ik_0(z-L)} + \psi_-(L)\, e^{-ik_0(z-L)}, \quad z > L, \tag{1б}$$

где $k_0 = (2m\varepsilon / \hbar^2)^{1/2}$, m — масса частицы. Введем матрицу переноса, связывающую коэффициенты $\psi_\pm(0)$ и $\psi_\pm(L)$

$$\begin{bmatrix} \psi_+ (0) \\ \varphi_- (0) \end{bmatrix} = \hat{P} \begin{bmatrix} \psi_+ (L) \\ \psi_- (L) \end{bmatrix}. \tag{2}$$

В непоглощающей системе

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t} & \frac{r^*}{t^*} \\ \frac{r}{t} & \frac{1}{t^*} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где r и t — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания для волны, падающей на систему из $-\infty$. Если же волна падает из $+\infty$, то соответствующий коэффициент пропускания t_R совпадает с t, так как потенциал $V(z)$ инвариантен относительно инверсии времени, а для коэффициента отражения имеем

$$r_R = -r^* \frac{t}{t^*}. \tag{4}$$

Согласно закону сохранения числа частиц

$$|r|^2 + |t|^2 = 1. \tag{5}$$

Иногда удобно вместо матрицы (2) вводить матрицу переноса, связывающую значения функций ψ, $\varphi \equiv k_0^{-1} d\psi / dz$ в точках 0 и L

$$\begin{bmatrix} \psi (0) \\ \varphi (0) \end{bmatrix} = \hat{M} \begin{bmatrix} \psi (L) \\ \varphi (L) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi (L) \\ \varphi (L) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Компоненты матриц $\hat{P}$ и $\hat{M}$ связаны соотношениями

$$\begin{gathered} a = \mathrm{Re}\,[(1 + r)/t], \quad d = \mathrm{Re}\,[(1 - r)/t], \\ b = \mathrm{Im}\,[(1 + r)/t], \quad c = \mathrm{Im}\,[(-1 + r)/t]. \end{gathered} \tag{7}$$

Матрица $\hat{M}$ вещественна и, так же как матрица $\hat{P}$, унимодулярна

$$\mathrm{Det}\,\hat{M} = ad - bc = 1. \tag{8}$$

В одномерной цепочке, ограниченной непроницаемыми барьерами, все состояния частицы строго стационарны, хотя их энергии ε_j^0 и случайны. Если барьеры имеют малую, но конечную прозрачность, энергетические уровни приобретают конечную ширину и в окрестности каждого уровня j коэффициенты пропускания и отражения можно представить в виде простейших дробных функций

$$t_j(\varepsilon) = \frac{\gamma_j}{\varepsilon - \varepsilon_j + i\gamma_t^j} e^{i\varphi_t^j}, \quad r_j(\varepsilon) = \frac{\varepsilon - \varepsilon_j + i\gamma_r^j}{\varepsilon - \varepsilon_j + i\gamma_t^j} e^{i\varphi_r^j}. \tag{9}$$

Здесь величины γ^j, γ_t^j и γ_r^j удовлетворяют соотношению

$$\gamma^2 = \gamma_t^2 - \gamma_r^2, \tag{10}$$

затухание γ_t всегда положительно, а γ_r может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Относительно случайного одномерного потенциала $V(z)$ далее предполагается, что существует широкая область энергий, в пределах которой положение уровней ε_j незначительно отличается от соответствующих стационарных значений ε_j^0 и расстояние между соседними уровнями $|\varepsilon_{j\pm1}-\varepsilon_j|$ велико по сравнению с затуханием γ_t^j или $\gamma_t^{j\pm1}$. В этом случае зависимостью ε_j, γ^j, γ_t^j, φ_r^j, и φ_r^j от энергии ε в области $|\varepsilon-\varepsilon_j| \ll |\varepsilon_{j\pm1}-\varepsilon_j|$ можно пренебречь. В дальнейшем индекс j при всех величинах, кроме ε_j, будем опускать.

2. Симметричный потенциал $V(z)$

Представляет интерес выделить особый случай центросимметричного потенциала, который случаен в интервале $(0, L/2)$, а в интервале $(L/2, L)$ определен в соответствии с условием

$$V\left(z-\frac{L}{2}\right)=V\left(-z+\frac{L}{2}\right).$$

Для симметричной системы коэффициенты отражения r_R и r должны совпадать. Поэтому из (4) следует, что

$$\frac{r}{t}=-\frac{r^*}{t^*} \text{ или } \mathrm{Re}\,\frac{r}{t}=0\,. \tag{11}$$

При выполнении соотношения (11) получаем

$$\gamma_r=0\,, \quad r=\pm\, i\,\frac{\varepsilon-\varepsilon_j}{\varepsilon-\varepsilon_j+i\gamma_t}\,e^{i\varphi_t}\,. \tag{12}$$

Это означает, что в резонансе $\varepsilon=\varepsilon_j$ частица проходит через систему, не отражаясь,

$$r(\varepsilon_j)=0\,, \quad |t(\varepsilon_j)|=1\,. \tag{12a}$$

Заметим, что Джонстон и Крамер [2] проанализировали влияние корреляции случайного потенциала на ξ и показали, что с ростом длины корреляции потенциала длина локализации также растет. На наш взгляд, симметричный «случайный» потенциал представляет собой предельный случай специфически коррелированной системы, когда длина локализации обращается в бесконечность.

В последующих разделах мы покажем, что за счет изменения граничных условий и под действием электрического поля систему можно эффективно «симметризовать», чтобы для нее при некотором значении $\bar{\varepsilon}_j$ выполнялось соотношение (11) и прозрачность в области энергий $\varepsilon\approx\bar{\varepsilon}_j$ была близка к 100%.

3. Одномерная система с толстыми внешними барьерами

Добавим к одномерной цепочке с матрицей переноса, определяемой формулами (6), (7) и (9), внешние барьеры одинаковой толщины (l) и высоты V. Матрица переноса типа (6) для одного барьера имеет вид

$$\widehat{M}_l=\begin{bmatrix}\mathrm{ch}\,\varkappa l & -\eta^{-1}\,\mathrm{sh}\,\varkappa l\\ -\eta\,\mathrm{sh}\,\varkappa l & \mathrm{ch}\,\varkappa l\end{bmatrix}, \tag{13}$$

где $\varkappa=(2m(V-\varepsilon)/\hbar^2)^{1/2}$, $\eta=\varkappa/k_0$. Вычисляя произведения матриц $\widehat{M}_l$ $\widehat{M}$ $\widehat{M}_l$ и переходя от представления (6) к представлению (3), получим для коэффициентов пропускания T и отражения R всей системы

$$\frac{4}{T} = \left(1 + \frac{i}{2} g_-\right) F_1 e^{2\varkappa l} + i g_+ F_2 + \left(1 - \frac{i}{2} g_-\right) F_3 e^{-2\varkappa l}\,, \tag{14а}$$

$$4\,\frac{R}{T} = -\,\frac{i}{2} g_+ F_1 e^{2\varkappa l} + 2\,(a-d) - i g_- F_2 + \frac{i}{2} g_+ F_3 e^{-2\varkappa l}\,. \tag{14б}$$

Здесь использованы обозначения

$$g_\pm = \eta \pm \eta^{-1}\,, \tag{15}$$

$$F_1 = a + d - (\eta b + \eta^{-1} c) \equiv 2\,\mathrm{Re}\,\frac{1}{t} - g_+\,\mathrm{Im}\,\frac{r}{t} - g_-\,\mathrm{Im}\,\frac{1}{t}\,, \tag{16а}$$

$$F_2 = \eta b - \eta^{-1} c\,, \quad F_3 = a + d + \eta b + \eta^{-1} c\,. \tag{16б}$$

Заметим, что корни уравнения

$$F_1(\varepsilon) = 0 \tag{17}$$

определяют в области $\varepsilon < V$ уровни энергии стационарных состояний системы с полубесконечными барьерами ($l \to \infty$). Учитывая унимодулярность матрицы $\widehat{M}$, можно показать, что компоненты этой матрицы при значениях ε, удовлетворяющих уравнению (17), связаны дополнительным соотношением

$$(a-d)^2 + F_2^2 = 4\,. \tag{18}$$

Далее мы предполагаем, что прозрачность внешних барьеров мала по сравнению с прозрачностью одномерной цепочки, т. е. выполнено неравенство

$$e^{-2\varkappa l}\,|t|^{-1} \ll 1\,. \tag{19}$$

В этом приближении слагаемыми в (14а), (14б), пропорциональными $F_3 \exp(-2\varkappa l)$, можно пренебречь и коэффициент пропускания можно представить в виде

$$T = \frac{\Gamma}{\varepsilon - \bar{\varepsilon}_j + i\Gamma_t}\, e^{i\Phi_t}\,. \tag{20}$$

Здесь $\bar{\varepsilon}_j$ — корни уравнения

$$F_1(\varepsilon) + 2e^{-2\varkappa l} F_2\,\frac{\eta^2 - 1}{\eta^2 + 1} = 0\,,$$

совпадающие в нулевом приближении по малому параметру (19) с корнями уравнения (17)

$$\Gamma_t = \frac{4F_2(\bar{\varepsilon}_j)}{g_+ F'_1(\bar{\varepsilon}_j)}\, e^{-2\varkappa l}\,, \quad \Gamma e^{i\Phi_t} = \frac{4e^{-2\varkappa l}}{\left(1 + \frac{i}{2} g_-\right) F'_1(\bar{\varepsilon}_j)}\,. \tag{21}$$

Из (18), (20), (21) получаем

$$|T|^2 = \frac{\Gamma^2}{(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_j) + \Gamma^2 \left[1 + \left(\frac{a-d}{2}\right)^2\right]}\,.$$

Следовательно,

$$|T|^2_{\max} = \left[1 + \left(\frac{a-d}{2}\right)^2\right]^{-1} = \left[1 + \left(\mathrm{Re}\,\frac{r}{t}\right)^2\right]^{-1}. \tag{22}$$

Таким образом, при изменении энергии Ферми резонансное туннелирование должно приводить к мезоскопическим флуктуациям проводимости. Аналогичная идея была выдвинута Лифшицем и Кирпиченковым [3] и Азбелем [4] при обсуждении прохождения электрона через случайную цепочку конечной длины.

4. Подстройка на максимальную прозрачность электрическим полем

Пусть внешним воздействием можно повлиять на параметры матрицы переноса одномерной цепочки таким образом, чтобы при определенном значении энергии $\bar{\varepsilon}_j$ одновременно выполнялись условия

$$F_1 = 0\,, \quad \mathrm{Re}\,(r/t) = 0\,. \tag{23}$$

Тогда при $\varepsilon = \bar{\varepsilon}_j$ коэффициент пропускания достигает максимального значения $|T|^2_{\max} = 1$.

В электрическом поле E изменяются все параметры, входящие в выражения (9) для t_j и r_j. Однако наибольшему изменению подвержены фазы φ_t и φ_r. Мы будем предполагать, что начальное поле E_0 не разрушает экспоненциальной локализации электронов [5], и будем рассматривать подстройку на максимальную прозрачность за счет малых изменений $E—E_0$. В этом случае зависимостью ε_j от E можно пренебречь, а в выражениях для φ_t и φ_r достаточно учесть линейные члены

$$\varphi_{t,r}(E) = \varphi_{t,r}(E_0) + \varphi'_{t,r}(E - E_0)\,. \tag{24}$$

В качестве грубой оценки можно считать, что $\varphi_{\tau,\rho} \sim k_0 L\,(eU/\varepsilon)$, где U — приложенное к системе напряжение. Для простоты мы пренебрегаем влиянием электрического поля на проницаемость внешних барьеров, предполагая их высокими и узкими. Электрическое поле влияет как на функцию $F_1(\varepsilon)$, так и на функцию $r(\varepsilon)/t(\varepsilon)$. Поэтому значения энергии $\bar{\varepsilon}_j$ и поля $\bar{E}$, при которых прозрачность $|T|^2_{\max} = 1$, должны находиться из решения системы двух нелинейных уравнений (23). Мы проиллюстрируем эффект электрического поля, рассмотрев специальную систему, в которой между внешним барьером (скажем, левым) и одномерной цепочкой располагается свободный слой с $V(x) = 0$, имеющий толщину $\mathscr{L} \gg L$. В этом случае в уравнении (23) вместо коэффициентов r и t нужно подставить коэффициенты

$$re^{2i\Phi}, \quad te^{i\Phi},$$

где в первом порядке по полю

$$\Phi = k_0\mathscr{L}\,[1 + (eE\mathscr{L}/4\varepsilon)]\,. \tag{25}$$

Из уравнения

$$\mathrm{Re}\,(e^{i\Phi}r/t) = 0$$

следует, что искомая фаза Φ связана с $t(\bar{\varepsilon}_j)$, $r(\bar{\varepsilon}_j)$ соотношением

$$e^{i\overline{\Phi}} = \pm\, i\,\frac{t}{r}\left|\frac{r}{t}\right|.$$

Подстановка этого выражения в уравнение $F_1(\varepsilon) = 0$ позволяет свести задачу к уравнению второго порядка для $\delta\varepsilon_j = \overline{\varepsilon}_j - \varepsilon_j$

$$(2\sin\varphi + g_-\cos\varphi - g_+)(\delta\varepsilon_j)^2 + (2\cos\varphi - g_-\sin\varphi)(\gamma_t + \gamma_r)\,\delta\varepsilon_j - \\ - \gamma_r\,[\gamma_t(2\sin\varphi + g_-\cos\varphi) + \gamma_r g_+] = 0, \tag{26}$$

где $\varphi = \varphi_r - 2\varphi_t$. Анализ дискриминанта этого уравнения показывает, что оно имеет вещественные корни при

$$\frac{\gamma_t}{\gamma_r} \geqslant 1 \text{ или } \frac{\gamma_t}{\gamma_r} \leqslant -2\left(\frac{g_+ - 2\sin\varphi - g_-\cos\varphi}{2\cos\varphi - g_-\sin\varphi}\right)^2. \tag{27}$$

Для цепочки с плохим пропусканием выполняется неравенство $\gamma \ll \gamma_t$ и поэтому $|\gamma_t/\gamma_r| \approx 1$ (см. (10)). Из (4), (9) следует, что при изменении направления оси z на противоположное величина γ_r меняет знак. Поэтому первое из альтернативных условий (27) всегда можно выполнить, помещая свободный слой по ту сторону, для которой $\gamma_r > 0$.

Зависимость $|T|^2_{\max}$ от Φ при $\Phi \approx \overline{\Phi}$ имеет резонансный характер

$$|T|^2_{\max} = \frac{1}{1 + \left(\dfrac{\Phi - \overline{\Phi}}{\Phi_0}\right)^2}, \tag{28}$$

где $\Phi_0 \sim \gamma/\gamma_t$.

В заключение отметим следующее.

1. Экспериментальное наблюдение предсказанного эффекта возможно в структурах типа полевого МОП-транзистора (см. например, [6–9]), когда при изменении тянущего поля должен возникнуть всплеск кондактанса при энергии $\overline{\varepsilon}_j$ с полушириной Γ_t. При изменении напряжения на затворе одновременно должно изменяться и резонансное электрическое поле, обеспечивающее максимальную прозрачность.

2. Интересно сравнить время $\tau(\varepsilon)$ прохождения электрона через рассмотренную структуру с временем прохождения частицей одномерной цепочки со свободными концами $\tau_0(\varepsilon_j) = 1/\gamma_t$. Согласно [10],

$$\tau(\varepsilon) = -\hbar\,|T(\varepsilon)|^{-2}\,\mathrm{Im}\left[T^*(\varepsilon)\,\frac{\partial T(\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\right]$$

и в резонансе $\tau(\overline{\varepsilon}_j) = 1/\Gamma_t \gg \tau_0(\varepsilon_j)$ из-за многократных отражений от наружных барьеров. Поэтому для наблюдения эффекта время, сбивающее фазу и разрушающее когерентность, должно превышать не только время $\tau_0(\varepsilon_j)$, но и время $1/\Gamma_t$.

Список литературы

[1] Mott N. F., Twose W. D. // Adv. Phys. 1961. V. 10. N 38. P. 107—163.
[2] Johnston R., Kramer B. // Preprint, PTB, Braunschweig, April, 1986.
[3] Лифшиц И. М., Кирпичников В. Я. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 9. С. 989—1016.
[4] Azbel M. Ya. // Solid State Commun. 1983. V. 45. N 7. P. 527—530.
[5] Пригодин В. Н. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. № 12. С. 2338—2355.
[6] Fowler A. B., Hartstein A., Webb R. A. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. N 3. P. 196—199.
[7] Weeber R. G., Choi K. K., Goel A., Wisnieff R., Prober D. E. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. N 22. P. 1674—1677.
[8] Skocpol W. J., Jackel L. D., Hu E. L., Howard R. E., Fetier L. A. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. N 13. P. 951—955.

[9] Kwasnick R. F., Kastner M. A., Melngailis J., Lee P. A. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. N 3. P. 224—227.
[10] Белиничер В. И., Ивченко Е. Л., Стурман Б. И. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. № 8. С. 649—661.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе
РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
31 октября 1991 г.