

УДК 548.4 : 539.2.  
© 1992

## ДИСЛОКАЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВУКА ПРИ РАЗВИТИИ ТРЕЩИНЫ В КРИСТАЛЛЕ

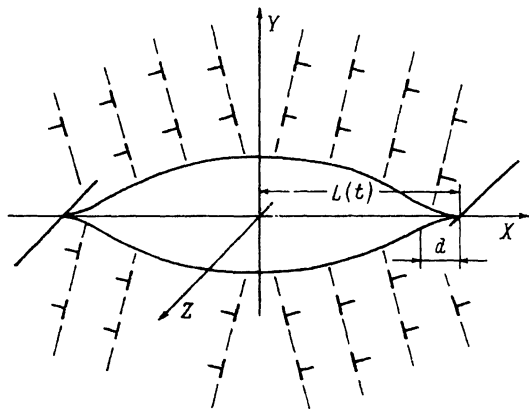
К. А. Чижко

Предложена модель усталостной трещины как источника акустической эмиссии в кристалле, интерпретирующая рост дефекта как процесс аннигиляции на его берегах, идущих из объема среды дислокационных потоков, пространственно-временная эволюция которых самосогласованным образом связана с перемещением берегов трещины при заданном законе изменения ее длины  $2L(t)$ . Суммарное звуковое излучение является суперпозицией импульсов переходного излучения отдельных дислокаций, выходящих на раскрытые поверхности трещины. Если края трещины движутся с одинаковыми скоростями и ускорениями в разные стороны, у трещины отсутствует дипольное излучение, главным в полях излучения оказывается квадрупольное слагаемое. Рассчитаны поле скоростей смещения точек среды и поле напряжений в волновой зоне на далеких расстояниях от трещины. Амплитуда полей излучения в основном пропорциональна второй производной по времени от величины свободного объема, раскрываемого в растущей трещине.

Трещины, развивающиеся в процессе деформации твердых тел, представляют собой источники мощного звукового излучения [1,2], регистрация которого является эффективным методом исследования кинетики разрушения кристаллов. Очевидный способ описания указанного явления заключается в решении динамической задачи теории упругости в двусвязной области с подходящими граничными условиями на берегах раскрывающейся трещины [3,4].

Наряду с этим в настоящее время практически не реализованными остаются возможности описания переменных упругих полей, порождаемых раскрывающимися трещинами, основанные на физических механизмах развития больших пластических деформаций вблизи таких дефектов. В работе [5] рассчитано звуковое излучение трещины, расширение которой интерпретируется как бездиффузионное восхождение краевых дислокаций в плоском скоплении. Такая модель, вполне адекватная случаю хрупкого разрушения, позволяет трактовать звуковые поля дефекта как суперпозицию волн от источников (дислокаций), распределенных с переменной плотностью  $\rho_{zy}(x, t)$  в плоскости раскрытия трещины  $y=0$ . Для пластичных материалов, где трещины возникают при наклепе на далеких стадиях упрочнения, более реалистичен механизм, трактующий перемещение берегов трещины как следствие аннигиляции на них направленных дислокационных потоков, приносящих с собой вектор Бюргерса такой, что в каждый момент времени в плоскости  $y=0$  поддерживается распределение дислокационной плотности  $\rho_{zy}(x, t)$ . При этом важно понимать, что речь идет не об аннигиляции реальных дислокаций на свободных поверхностях трещины, а об интерпретации перемещения ее берегов как процессе формирования пластического сдвига в трещине путем рождения (уничтожения) дислокаций на этих берегах. Такой подход вполне аналогичен использованному в работе [5]; отличие состоит в том, что необходимая плотность дислокаций в трещине поддерживается потоками скользящих дислокаций на берегах трещины, в то время как в [5] этот

процесс обеспечивается потоками восходящих дислокаций в концах трещины. Предполагается, что пространственно временная эволюция рождения—уничтожения дислокаций на берегах трещины может быть описана эффективным дислокационным потоком, самосогласованным образом связанным с движением концов трещины. Это в свою очередь позволяет трактовать звуковое излучение трещины как аннигиляционное излучение, обусловленное эффективными дислокационными потоками. В такой постановке в настоящей работе мы решим задачу о звуковом излучении растущей трещины, предполагая, что вся звуковая эмиссия дефекта обусловлена дислокациями, «бомбардирующими» его берега, расширяющиеся заданным образом.



Рассмотрим трещину (см. рисунок), раскрывающуюся в плоскости  $y = 0$  таким образом, что ее берега расходятся в направлении оси  $oY$ . В направлении оси  $oZ$  трещина имеет бесконечную протяженность, а ее края в процессе расширения остаются параллельными этой оси. Мы предположим, что трещина расширяется симметрично относительно начала координат и обозначим ее длину через  $2L(t)$ . Если скорости перемещения концов трещины малы по сравнению со скоростью звука  $c$  в кристалле ( $dL/dt \ll c$ ), то трещина может быть представлена как скопление прямолинейных, параллельных оси  $oZ$  дислокаций с векторами Бюргера, направленными вдоль оси  $oY$ . Для такого скопления оказывается отличной от нуля единственная компонента тензора плотности дислокаций  $\rho_{zy}$ , причем в квазистатическом приближении зависимость этой функции от времени и координат может быть принята аналогично [5]

$$\rho_{zy}(x, y, t) = \frac{2ax\delta(y)}{\sqrt{L^2(t) - x^2}},$$

$$a = (1 - \sigma) \frac{p_0}{\mu}, \quad (1)$$

где  $L(t)$  — заданная функция времени,  $\mu$  — модуль сдвига,  $\sigma$  — коэффициент Пуассона,  $p_0$  — внешнее растягивающее напряжение. В каждый фиксированный момент времени  $t$  распределение (1) совпадает с плотностью дислокаций, моделирующей тонкую статическую трещину длиной  $2L$  [6, 7], а неравенство  $dL/dt \ll c$  представляет собой условие применимости квазистатического приближения, подробно обсужденного в [5].

Основное предположение нашей модели заключено в том, что распределение дислокаций (1) в каждый момент времени создается самосогласованными потоками дислокаций, аннигилирующих на берегах трещины (см.

рисунком). В нашем случае для поддержания смещения берегов вдоль оси  $oY$  необходимы потоки краевых дислокаций с векторами Бюргерса, у которых отлична от нуля компонента  $b_y$ , линии дислокаций же должны быть параллельны оси  $oZ$ . В этом случае не равна нулю единственная подходящая нам компонента  $j_{xy}$  тензора плотности потока дислокаций  $j_{ik}$  [6], которая и обуславливает развитие трещины по рассматриваемому механизму. В силу уравнения непрерывности [6] имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{zy} - \frac{\partial}{\partial y} j_{xy} = 0. \quad (2)$$

Соотношение (2) справедливо везде, где плотность подвижных дислокаций отлична от нуля. Распределение (1) относится к плоскому скоплению, лежащему в плоскости  $y=0$ . Таким образом, используя (1), мы можем получить из (2) градиент дислокационного потока на берегу раскрывающейся трещины

$$\frac{\partial}{\partial y} j_{xy} = - \frac{2\alpha x \dot{\delta}(y) L(t)}{(L^2(t) - x^2)^{3/2}} \frac{dL(t)}{dt}. \quad (3)$$

Выражение (3) дает нам поток дислокаций, которые должны аннигилировать на поверхностях, освобождающихся при растрескивании, чтобы поддержать заданное движение концов трещины  $L = L(t)$ .

Обратимся к звуковому излучению трещины в неограниченной изотропной среде. Будем рассматривать его как эмиссию при аннигиляции дислокаций в плоскости  $y=0$  на интервале  $|x| \leq L(t)$ . Поле скоростей смещения точек среды с дислокациями  $v(\mathbf{R}, t)$  ( $\mathbf{R}$  — двумерный радиус-вектор в плоскости  $XoY$ ; при избранной конфигурации трещины поля, как легко видеть, не зависят от координаты  $Z$ ) удовлетворяет динамическому уравнению теории упругости [6,8]

$$\rho \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} - \lambda_{iklm} \nabla_k \nabla_l v_m = f_i(\mathbf{R}, t). \quad (4)$$

Здесь  $\rho$  — плотность среды,  $\nabla_i \equiv \partial/\partial x_i$ ,  $\lambda_{iklm}$  — тензор модулей упругости изотропной среды

$$\lambda_{iklm} = \rho (c_l^2 - 2c_t^2) \delta_{ik} \delta_{lm} + \rho c_t^2 (\delta_{im} \delta_{kl} + \delta_{il} \delta_{km}), \quad (5)$$

где  $c_l$  и  $c_t$  — соответственно скорости продольного и поперечного звука. Сила  $f$  в правой части (4) равна [6,8]

$$f_i = \lambda_{iklm} \nabla_k j_{lm}. \quad (6)$$

С учетом сказанного выше находим, что у этой силы отлична от нуля одна компонента

$$f_x = \rho c_t^2 \frac{\partial}{\partial y} j_{xy}, \quad (7)$$

отвечающая возмущению среды при аннигиляции дислокаций на берегах трещины.

Звуковое излучение трещины представляет собой асимптотики поля скоростей смещения точек среды  $v(\mathbf{R}, t)$  и поля напряжений  $\sigma_{ik}(\mathbf{R}, t)$  в волновой зоне на далеких расстояниях  $R \gg L(t)$  от трещины. Для получения необходимого нам результата произведем мультипольное разложение решения уравнения (4)

$$v_i(\mathbf{R}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int d^3r' G_{ik}^{(0)}(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t') f_k(\mathbf{R}', t'), \quad (8)$$

где  $G_{ik}^{(0)}$  — функция Грина динамической задачи теории упругости в неограниченной изотропной среде [7-9]. Процедура разложения вполне аналогична известной из электродинамики задаче теории излучения [10]. Легко видеть, что дипольный (нулевой по  $L/R \ll 1$ ) член интересующего нас разложения, пропорциональный

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-L}^L \rho(x', t) dx',$$

обращается в нуль благодаря четности по переменной  $x$  функции (1). По этой причине мы не можем непосредственно воспользоваться известными формулами для полей аннигиляционного излучения краевых дислокаций [11], выписанными в дипольном приближении, и должны будем вычислить квадрупольное слагаемое полей излучения системы прямолинейных параллельных оси  $oZ$  краевых дислокаций. В результате находим

$$v_i(\mathbf{R}, t) = \frac{\cos \varphi}{2\pi\rho\sqrt{2R}} \sum_{\lambda=l,t} \frac{\Phi_{ik}^{(\lambda)}(N)}{c_{\lambda}^{5/2}} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \ddot{Q}_{xx}(t-\tau-\frac{R}{c_{\lambda}}), \quad (9)$$

где  $R, \varphi$  — полярные координаты точки наблюдения,  $N = R/R$ , а  $\Phi_{ik}^{(\lambda)}(N)$  — функции, задающие угловое распределение излучения [11]

$$\Phi_{ik}^{(l)} = N_i \cos \varphi, \quad \Phi_{ik}^{(t)} = \delta_{ik} - N_j \cos \varphi. \quad (10)$$

Через  $\ddot{Q}_{xx}$  обозначена вторая производная по времени от компоненты свертки тензора квадрупольного момента системы дислокаций с ортом  $N$  [12]

$$\dot{Q}_{xx}(t) = \int_{-L}^L x f_x dx dy = -4\rho c_t^2 a L \dot{L} \int_0^L \frac{x^2 dx}{(L^2 - x^2)^{3/2}}. \quad (11)$$

Интеграл (11) расходится на верхнем пределе, что связано с неприменимостью формулы (1) для описания концевых областей трещины с размерами  $\sim d \ll L$ . В этих областях трещины имеют «клюв» [6], в котором берега плавно сходятся, а плотность дислокаций эквивалентного скопления стремится к нулю как  $\rho_{zy} \sim \sqrt{L^2 - x^2}$ . При этом размер концевой области  $d$  не зависит от размера трещины  $L$ . С учетом этого обстоятельства интеграл (11) можно оценить как

$$\dot{Q}_{xx}(t) \approx -4\rho c_t^2 a L \dot{L} \sqrt{\frac{2L}{d}}. \quad (12)$$

Поле напряжений, создаваемое растущей трещиной в среде, может быть получено из (9) с помощью закона Гука

$$\sigma_{ik}(\mathbf{R}, t) = \lambda_{iklm} \frac{\cos \varphi}{2\pi\rho\sqrt{2R}} \sum_{\lambda=l,t} \frac{N_j \Phi_{mj}^{(\lambda)}(N)}{c_{\lambda}^{7/2}} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \ddot{Q}_{xx}(t-\tau-\frac{R}{c_{\lambda}}). \quad (13)$$

Таким образом, интересующее нас излучение состоит из цилиндрических волн сжатия и сдвига, распространяющиеся со скоростями  $c_l$  и  $c_t$  соответственно. Амплитуды полей (9), (13), как легко заключить из (12), определяются как скоростями  $\dot{L} = dL/dt$ , так и ускорениями концов трещины. По существу это означает, что источниками излучения являются концы трещины; этот результат вполне понятен, поскольку дислокационные потоки максимальны вблизи концов растущей трещины (на расстояниях  $\sim L-d$  от начала координат,  $d \ll L$ ).

Изученное нами излучение, как отмечено выше, является квадрупольным. В отличие от тормозного квадрупольного излучения, амплитуда которого пропорциональна производной по времени от ускорения источника [12] (в полной аналогии с квадрупольным излучением электромагнитных волн системой зарядов [10]), здесь мы имеем дело с переходным излучением, возникающим при аннигиляции дислокаций на берегах растущей трещины. В дипольном приближении аннигиляционное излучение дислокаций пропорционально их скорости в момент аннигиляции или выхода на поверхность [11, 13]. В случае трещины, дипольное излучение которой [5] пропорционально второй производной от объема раскрываемой области (см. также [14]), следовало бы ожидать, что амплитуды полей будут пропорциональны второй производной по времени от объема, раскрываемого на единице длины дефекта, т. е.  $\sim (d^2/dt^2)(aL^2)$ , поскольку излучение является квадрупольным. Действительно, из (9) и (12) видно, амплитуды скоростей смещения точек среды (и напряжений) пропорциональны

$$\dot{Q}_{xx} \sim \sqrt{L} \left\{ \frac{d^2}{dt^2} (aL^2) + \frac{1}{2L} \frac{dL}{dt} \frac{d}{dt} (aL^2) \right\}, \quad (14)$$

т. е. наряду с ожидаемой зависимостью в полях излучения имеется дополнительное слагаемое, обусловленное наличием в скорости изменения квадрупольного момента (12) множителя  $\sqrt{L/d} \gg 1$ . Последний, вообще говоря, может оказаться достаточно большим в силу условия  $L \gg d$ , так что квадрупольное аннигиляционное излучение может иметь достаточно большую интенсивность, несмотря на то что оно имеет более высокий порядок малости по сравнению с дипольным по параметру  $(1/c)(dL/dt) \ll 1$  [10, 12].

В работе [5] эмиссия трещины рассматривалась как излучение плоского дислокационного скопления (1), расширяющегося бездиффузионным восхождением вдоль оси  $OX$ , т. е. с отличной от нуля компонентой  $j_{yy}$  тензора плотности потока дислокаций  $j_{ik}$ . В нашем случае излучение связано с компонентой  $j_{xy}$  потока дислокаций, выходящих на берега трещины. В общем случае, когда работают оба упомянутых фактора, обуславливающих рост трещины, уравнение непрерывности (2) должно быть записано в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{zy} - \frac{\partial}{\partial y} j_{xy} + \frac{\partial}{\partial x} j_{yy} = 0. \quad (15)$$

Если преобладает компонента  $j_{yy}$  потока дислокаций, то трещина излучает звук так, как предсказано в работе [5]. Если же раскрытие берегов в основном обусловлено потоком  $j_{xy}$  внешних дислокаций, «сваливающихся» в трещину, то излучение имеет вид (9), (13). Если же обе упомянутые компоненты потока имеют одинаковый порядок величины, то ситуация усложняется: суммарная эмиссия есть суперпозиция квадрупольного переходного излучения (9), (13) и дипольного тормозного излучения [5]. Для определения доли каждого механизма в полном звуковом сигнале необходимо дополнить (15) соотношением, связывающим компоненты  $j_{xy}$  и  $j_{yy}$  дислокационного потока и тем самым позволяющим выразить их через функцию  $\rho_{zy}$ . Такое соотношение может быть получено как результат решения уравнения движения трещины, что представляет собой весьма серьезную проблему. В реальной же экспериментальной ситуации ожидаемый характер излучения можно оценить следующим образом: в хрупких кристаллах, где скольжение дислокаций затруднено, излучение будет осуществляться по механизму, описанному в [5]. В пластичных кристаллах с большим числом легко скользящих дислокаций будет преобладать механизм, исследованный в настоящей работе, если только потоки дислокаций, падающих на поверхности трещины, не лимитируются какими-либо объемными эффектами в областях кристалла, непосредственно прилегающих к растущему дефекту.

Важно еще раз подчеркнуть, что задача, решаемая в настоящей работе (а также в работе [5]), относится только к трактовке трещины как источника звуковых полей в кристалле в терминах эквивалентного дислокационного скопления, эволюцию которого в силу уравнения непрерывности (15) нуждается в наличии дислокационных потоков  $j_{yy}$  и  $j_{xy}$  в плоскости  $y=0$ . Такой подход позволяет свести сложную задачу динамической теории упругости в двусвязной области [3,4] к расчету звукового излучения дислокаций, потоки которых  $j_{yy}$  и  $j_{xy}$  являются заданными функциями координат и времени. При этом надо, однако, помнить, что дислокационные потоки в (15) описывают не движение реальных дислокаций, а лишь определяют баланс вектора Бюргерса (т. е. полного геометрического смещения) на берегах трещины, закон расширения которой соответствует функции (1). Поэтому, хотя в работе и используется термин «аннигиляция дислокаций», следует помнить, что речь идет лишь о способе описания, который приводит к механизму, аналогичному аннигиляционному излучению.

Рассмотренную в настоящей работе задачу не следует смешивать с вопросом о том, как трещина в процессе своего распространения взаимодействует с реальными дислокациями в кристалле и какая акустическая эмиссия имеет при этом место. Форма реальной трещины во время ее движения может сильно отличаться от (1), а релаксация берегов дефекта может осуществляться как путем испускания, так и путем поглощения решеточных дислокаций подходящего знака, если таковые найдутся на пути трещины. Исследование такого механизма полностью выходит за рамки настоящей работы и заслуживает специального рассмотрения. Здесь же мы только отметим, что при наличии поглощения (испускания) трещиной решеточных дислокаций в (15) должны появиться дополнительные члены, учитывающие вклад этих дефектов в потоки  $j_{yy}$  и  $j_{xy}$ , а также поправки, принимающие во внимание отклонение формы реальной трещины от конфигурации, соответствующей квазистатическому дислокационному скоплению (1).

#### Список литературы

- [1] Jaffrey D. Sources of Acoustic Emission in Metals. A Review. Pt 3. Non-Destructive Testing. Australia, 1979. P. 19—28.
- [2] Бойко В. С., Кривенко Л. Ф. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 3. С. 716—723.
- [3] Поручиков В. Б. Методы динамической теории упругости. М.: Наука, 1986. 328 с.
- [4] Крылов В. В. // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 6. С. 790—798.
- [5] Чишко К. А. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 3. С. 226—233.
- [6] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 203 с.
- [7] Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972. 599 с.
- [8] Косевич А. М. Дислокация в теории упругости. Киев: Наукова думка, 1978. 219 с.
- [9] Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
- [10] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.
- [11] Нацик В. Д., Чишко К. А. // ФТТ. 1978. Т. 20. № 2. С. 457—465.
- [12] Чишко К. А. // УФЖ. 1974. Т. 19. № 11. С. 1264—1270.
- [13] Нацик В. Д., Чишко К. А. // Акуст. журн. 1982. Т. 26. № 2. С. 421—429.
- [14] Чишко К. А. // Акуст. журн. 1990. Т. 36 (в печати).

Физико-технический институт  
низких температур АН Украины  
Харьков

Поступило в Редакцию  
12 июля 1991 г.  
В окончательной редакции  
2 октября 1991 г.