

УДК 620.10 : 536.48 : 539.4 : 539.56

© 1992

ДОКРИТИЧЕСКИЙ РОСТ ТРЕЩИН В ГАЗОСОДЕРЖАЩИХ МАТЕРИАЛАХ

Э. П. Фельдман, В. М. Юрченко, В. А. Стрельцов,
Е. В. Володарская

Дано теоретическое описание эволюции трещины, находящейся в газонасыщенной среде, при нестационарном натекании газа в ее объем. Проведено количественное описание двух этапов развития трещины во времени с учетом связи между концентрацией примеси в матрице и давлением газа в полости трещины. Анализ осуществлен как для диссоциирующих, так и недиссоциирующих газовых молекул. Даны оценки времен жизни трещины (т. е. долговечности материала) в обоих случаях — как для слабо, так и хорошо растворимых газов.

Трещины в твердотельных материалах возникают внезапно вследствие концентрации напряжений. Время их образования мало по сравнению с характерными временами, определяющими дальнейшую эволюцию трещин. Длина $2L_0$ зародышевой трещины определяется рядом плохо контролируемых параметров, например конкретным распределением напряжений в микрообъемах. Поэтому при отслеживании дальнейшего развития трещины, а именно это и составляет нашу задачу, ее начальную длину следует считать заданной.

Нас будет интересовать развитие трещины в материале, представляющем собой раствор газа в твердотельной матрице. Речь может идти, например, о гелии или водороде в металлах, или в метане в угле.

Влияние растворенного газа на развитие трещины осуществляется двумя путями. Во-первых, молекулы газа, адсорбируясь на поверхности трещины, изменяют силы сцепления между берегами трещины в ее устье, и вследствие этого может произойти изменение длины трещины. Этот путь влияния исследован в [1] для случая сосредоточенной внешней нагрузки. Во-вторых, газ, скапливаясь в полости трещины, оказывает давление P на ее берега. Складываясь с внешней нагрузкой, это давление может привести к разрастанию трещины. Нам представляется, что именно для газа, а не произвольной нелетучей примеси в твердом растворе второй путь более действен. Поэтому в данной работе мы ограничиваемся рассмотрением этого второго пути в случае, когда внешние растягивающие напряжения σ однородны.

Качественно картина роста трещины в газосодержащем материале выглядит следующим образом. Если внешняя нагрузка σ больше критической гриффитсовской нагрузки, соответствующей начальной длине L_0 , т. е.

$$\sigma > \sigma_g \equiv \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{M_c}{\sqrt{L_0}}, \quad (1)$$

где M_c — модуль сцепления материала матрицы, то в соответствии с общепринятыми представлениями [2], произойдет неконтролируемый закритический рост трещины, т. е. разрушение материала. Если же $\sigma < \sigma_g$, то, согласно критерию механической устойчивости, такая трещина должна самопроизвольно

схлопнуться. В действительности этого не происходит и трещина поддерживается в раскрытом состоянии внешней нагрузкой. Газ, содержащийся в твердом растворе (или в микропорах, других дефектах), начинает заполнять полость трещины (мы считаем, что в момент зарождения трещина пуста, число частиц газа N в ее полости равно нулю). Давление P газа, содержащегося в трещине ($P=0$ в начальный момент), постепенно нарастает.

Складываясь с внешней нагрузкой, давление приводит к разбуханию трещины; увеличение длины трещины вначале не происходит, поскольку силы сцепления нарастают и удерживают трещину в равновесии [3]. Это происходит до тех пор, пока

$$\frac{\pi}{\sqrt{2}} (\sigma + P(t)) \sqrt{L_0} < M_c, \quad (2)$$

т. е. пока коэффициент концентрации напряжений в устье трещины меньше модуля сцепления материала.

Далее возможны различные ситуации.

1) Неравенство (2) выполняется вплоть до установления равновесия по отношению к обмену молекулами газовой примеси между матрицей и полостью трещины. Равновесное давление P_e определяется концентрацией C_∞ примеси в твердом растворе и, в простейшем случае эта связь выражается законом Генри

$$P_e = C_\infty \varphi(T), \quad (3)$$

где C_∞ — число молекул газовой примеси в единице объема, $\varphi(T)$ — вполне определенная функция температуры. Таким образом, если

$$\sigma + P_e < \sigma_g, \quad (4)$$

то объем полости трещины возрастает до некоторого предельного значения, трещина разбухает, но не трогается с места.

2) В наиболее интересном промежуточном случае

$$\sigma < \sigma_g < \sigma + P_e \quad (5)$$

разбухание трещины без изменения ее длины происходит до момента t_0 , при котором неравенство (2) превращается в равенство, т. е. трещина становится механически равновесной. Это равновесие при отсутствии газа ($P=0$), как показано Гриффитсом [2], неустойчиво. Если же трещина заполнена газом, то, как установлено в работе [4], равновесие может быть как неустойчивым, так и устойчивым в зависимости от соотношения между параметрами σ , L_0 и числом молекул газа в полости трещины $N(t_0)$. Если равновесие неустойчиво, то начиная с момента t_0 происходит неконтролируемый закритический рост трещины. Если же равновесие устойчиво, то в момент t_0 трещина трогается с места, ее длина начинает расти, давление газа в ней падает. Все это происходит до тех пор, пока к моменту t_c устойчивое равновесие перейдет в неустойчивое, после чего начинается закритический рост.

Таким образом, при выполнении неравенств ((5) трещина в газосодержащем материале существует ограниченное время (либо t_0 , либо t_c). Это время в определенной мере отражает долговечность материала.

Оценка разности $t_c - t_0$ в случае стационарного процесса натекания газа в полость трещины и при отсутствии функциональной связи между P и C предложена в [4]. Нами ставится задача количественного описания обоих этапов процесса (от 0 до t_0 и от t_0 до t_c) при нестационарном натекании и с учетом реально существующей связи между давлением газа и его концентрацией в матрице.

Пусть неограниченная в направлении z трещина находится в газосодержащем материале и залегает в плоскости zx (рис. 1). Тогда диффузия газовой примеси к полости трещины описывается стандартным уравнением

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right), \quad (6)$$

где C — объемная концентрация примеси, D — коэффициент диффузии. По поводу записи уравнения (6) необходимо сделать ряд замечаний. Вообще в диффузионном потоке необходимо учитывать слагаемое, пропорциональное градиенту следа тензора напряжений (силовой член в дилатационном приближении). Однако это слагаемое велико лишь вблизи устья трещины. Поскольку соответствующий размер зоны концентрации напряжений предполагается малым по сравнению с L_0 , то мал и вклад этого слагаемого в полный поток и, следовательно, в давление газа. Поэтому в контексте поставленной задачи силовым членом можно пренебречь. Мы не записываем также в (6) членов, описывающих источники и стоки. Вместо этого считаем, что вдали от трещины поддерживается неизменная концентрация примеси C_∞ . Строго говоря, C_∞ может меняться

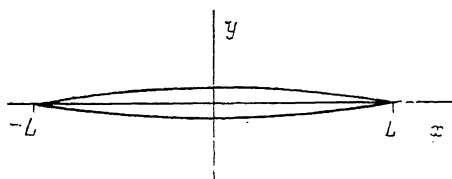


Рис. 1. Геометрия задачи.

со временем. Если не прекращается действие источников и стоков, то это обстоятельство принято (см., например, [4]) записывать путем введения в правую часть (6) слагаемых $-k^2DC+G$, где G — мощность источников, а k — параметр, определяющий мощность стоков. При таком способе описания $C_\infty = G/k^2D$ и для установления стационарного режима необходимо среди прочего постоянство k , т. е. насыщенность стоков.

Если же действие источников прекращено, то процесс натекания газа в трещину существенно нестационарен. Сопоставление выписанных в (6) слагаемых с величиной k^2DC позволяет заключить, что для времен $t_0 \ll 1/k^2D$ действием альтернативных (трещине) стоков можно пренебречь и соответственно считать C_∞ не зависящим от времени параметром. Используя найденную нами оценку t_0 (см. формулу (40)), приходим к критерию $\gamma^2 k^2 / T^2 C_\infty^2 \ll 1$ (γ — поверхностная энергия матрицы) постоянства C_∞ . Численные оценки показывают, что даже при $kL_0 \gg 1$ этот критерий срабатывает в широкой области концентраций. Что же касается неальтернативных стоков, т. е. учета влияния соседних трещин, то соответствующий анализ приведен ниже.

Сопоставление порядков величин первого и второго слагаемых в правой части (6) приводит к заключению, что на временах $t \ll L_0^2/D$ первым слагаемым можно пренебречь, а на остальных временах эти слагаемые одного масштаба. Поэтому вполне разумно с целью получения конструктивного результата ограничиться вторым слагаемым, т. е. рассмотрением одномерной задачи

$$\frac{\partial C(t, y)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(t, y)}{\partial y^2}. \quad (7)$$

В момент внезапного возникновения трещины (этот момент принимается за начальный) концентрация примеси однородна

$$C(0, y) = C_\infty. \quad (8)$$

Граничное условие при $|y| \rightarrow \infty$ к уравнению (7) уже пояснялось

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} C(t, y) = C_\infty. \quad (9)$$

Особо следует остановиться на граничном условии на берегах трещины ($|y| \rightarrow 0$, $|x| < L$, L — длина трещины в произвольный момент времени). Устоявшееся представление [5] состоит в том, что на границе матрица—полость трещины мгновенно устанавливается локальное равновесие по отношению к обмену частицами примеси между граничащими средами.

Конкретный вид возникающей таким образом связи между концентрацией C_s газовой примеси на поверхности и давлением P газа в полости трещины зависит от предположений об идеальности газа, слабости твердого раствора, а также от того, происходит ли на границе химическая реакция (например, атомы водорода при выходе в полость объединяются в молекулы).

В простейшем случае эта связь дается законом Генри

$$P(t) = C_s(t) \varphi(T), \quad (10)$$

где $\varphi(T)$ — определенная функция температуры. Для одноатомного газа (например, гелия)

$$\varphi(T) = T \Omega_0 \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{\psi/T}, \quad (11)$$

где ψ — энергия растворения примеси в матрице; Ω_0 — объем, занимаемый одним атомом в матрице; m — масса молекулы газа. Для некоторых газов, например метана [6], величина $\varphi(T)$ и ее температурная зависимость определены экспериментально. Для двухатомного газа (для определенности — водорода)

$$P(t) = C_s^2 \varphi_H(T) \Omega_0, \quad (10a)$$

$$\varphi_H(T) = T \Omega_0 \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{\psi_H/T}, \quad (11a)$$

где ψ_H — энергия растворения, затрачиваемая на разделение молекулы на два атома и последующее внедрение этих атомов в твердый раствор.

Газ, заполняющий полость трещины, будем считать идеальным. Следовательно, в произвольный момент

$$P(t) V(t) = N(t) T. \quad (12)$$

Объем трещины $V(t)$ определяется суммой внешнего напряжения и давления газа и находится из решения стандартной задачи теории упругости [7]

$$V = \frac{\pi(1-\nu)}{\mu} [\sigma + P] L^2. \quad (13)$$

Здесь μ — модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона. Поскольку рассматривается трещина, не ограниченная в одном направлении, то N означает число частиц в расчете на единицу длины трещины, V — площадь поперечного сечения трещины.

Осталось записать уравнение материального баланса. Для тонкой трещины с учетом предположения о зависимости концентрации только от координаты y имеем

$$\frac{dN}{dt} = 4LD(\nabla C)_s, \quad (14)$$

где введено обозначение

$$(\nabla C)_s \equiv \left. \frac{\partial C(t, y)}{\partial y} \right|_{y=0}.$$

По предположению

$$N(0) = 0, \quad P(0) = 0. \quad (15)$$

Совокупность выписанных выше уравнений, соотношений, начальных и граничных условий позволяет аналитически описать первый этап развития трещины. На этом этапе $L=L_0$ выполняется неравенство (2) и мы следим за изменением давления $P(t)$. На втором этапе (если он реализуется) необходимо подключить к рассмотрению уравнение

$$\frac{\pi}{\sqrt{2}} (\sigma + P(t)) \sqrt{L(t)} = M_c \quad (16)$$

и основной интерес представляет зависимость длины трещины от времени.

Мы проведем анализ для случая недиссоциирующего при растворении газа, а затем укажем те изменения в процессе роста трещин, которые порождаются диссоциацией (на примере водорода).

Натекание газа в полость трещины подчиняется уравнению (7). Из теории этого уравнения [8] известна «импедансная» связь между граничными значениями самой концентрации и ее производной

$$(\nabla C)_s(t) = -\frac{1}{\sqrt{\pi D}} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{C_s(\tau) - C_\infty}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau. \quad (17)$$

На первом этапе процесса, когда $L(t) = L_0 = \text{const}$, еще одна связь между $(\nabla C)_s$ и C_s следует из (10), (12), (13) и (14)

$$(\nabla C)_s(t) = \frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} \frac{\varphi L_0}{DT} \frac{d}{dt} (C_s(t)(\sigma + P(t))). \quad (18)$$

Если теперь ввести безразмерное время

$$\tau \equiv \frac{t}{t_*}, \quad t_* \equiv \frac{\pi^2(1-\nu)^2 L_0^2 \varphi^2 C_\infty^2}{16 D \mu^2 T^2}, \quad (19)$$

а давление и напряжения выражать в единицах P_e , т. е.

$$p(t) \equiv \frac{P(t)}{P_e} \equiv \frac{P(t)}{C_\infty \varphi}, \quad n = \frac{\sigma}{P_e}, \quad (20)$$

то комбинация (17) и (18) приводит к следующему уравнению для давления газа в полости трещины:

$$p(\tau)[n + p(\tau)] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{1 - p(\tau')}{(\tau - \tau')^{1/2}} d\tau'. \quad (21)$$

По мере роста давления может наступить момент τ_0 , когда сумма внешнего напряжения и давления сравняется с гриффитсовским напряжением, так что

$$n + p(\tau_0) = n_g \equiv \frac{\sigma_g}{P_e}. \quad (22)$$

Поскольку $0 < p(\tau) < 1$, конечное значение τ_0 реализуется при выполнении неравенств $0 < n_g - n < 1$, т. е. $\sigma < \sigma_g < \sigma + P_e$, которые были выписаны ранее.

В момент τ_0 начинает меняться длина трещины. Поэтому соотношение (18) следует заменить иным соотношением, получающимся путем комбинации (10), (12), (13), (14) и (16)

$$(\nabla C)_s(\tau) = \frac{(1-\nu) M_c^2}{2\pi\mu T L_0 C_\infty} \frac{n-2p(\tau)}{[n+p(\tau)]^2} \frac{dp}{d\tau}. \quad (23)$$

Сопоставление (23) и (17) приводит к эволюционному уравнению 2-го этапа

$$n_g^2 \left[\frac{3n(p(\tau) - n_g + n)}{n_n(n+p(\tau))} - 2 \ln \frac{n+p(\tau)}{n_g} + \frac{n_g - n}{n_g} \right] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{1-p(\tau')}{(\tau-\tau')^{1/2}} d\tau'. \quad (24)$$

Уравнения (21) и (24) в совокупности описывают изменение со временем давления в полости трещины и (на втором этапе) ее длины; на интервале $0 < \tau < \tau_0$ «работает» уравнение (21), а при $\tau > \tau_0$ уравнение (24).

Из уравнения (21) следует, что при $p(\tau) \ll 1$

$$p(\tau) [n+p(\tau)] \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tau^{1/2}, \quad (25)$$

а при $(1-p(\tau)) \ll 1$ в левой части уравнения (21) допустима замена $p(\tau)$ на единицу. В результате (21) превращается в точное решаемое уравнение Абеля и приводит к

$$p(\tau) \approx 1 - \sqrt{\pi} \frac{(1+n)}{\tau^{1/2}}. \quad (26)$$

Из (25) и (26) легко получить детализированные асимптотики $p(\tau)$ и соответствующие критерии на τ_0 в случаях $n \ll 1$ и $n \gg 1$. Из определения (22) и асимптотик (25) и (26) следует, что

$$\tau_0 \sim (n_g - n)^2 n_g^2, \quad n_g - n \ll 1, \quad (27)$$

$$\tau_0 \sim \frac{(1+n)^2}{(1+n-n_g)^2}, \quad (1+n-n_g) \ll 1, \quad (28)$$

т. е. если $1+n \approx n_g$. В (27) и (28) опущены несущественные константы порядка единицы. Объединяя (27) и (28) в общую интерполяционную формулу, получим

$$\tau_0 \approx \frac{(n_g - n)^2 n_g^2}{(1+n-n_g)^2}, \quad (29)$$

справедливую по порядку для произвольных значений входящих в нее параметров. Некоторая (впрочем, непринципиальная) детализация анализа дает несколько уточненную формулу

$$\tau_0 \approx \frac{(n_g - n)^2 [n^2 + (n_g - n)^2]}{(1+n-n_g)^2}, \quad (30)$$

которая по порядку совпадает с (29) для всех $0 < n < n_g$. Оценка (30) лучше, чем (29), согласуется с результатами численного расчета, проведенного по (21).

Для дальнейшего анализа необходимо продифференцировать по τ уравнения (21) и (24)

$$(2p(\tau) + n) \frac{dp}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau \frac{1-p(\tau')}{(\tau-\tau')^{1/2}} d\tau', \quad 0 < \tau < \tau_0, \quad (21a)$$

$$n_g^2 \frac{n-2p(\tau)}{(n+p(\tau))^2} \frac{dp}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau \frac{1-p(\tau')}{(\tau-\tau')^{1/2}} d\tau', \quad \tau > \tau_0. \quad (24a)$$

Из (21), (24), (21a), (24a) следует, что давление в точке τ_0 непрерывно, а производная от него по времени испытывает в этой точке скачок, так что на кривой

$p(\tau)$ в точке τ_0 имеется излом. Из (24а) и (21а) находим отношение производной правой стороны к левосторонней производной с учетом того, что производная от интеграла, стоящая в правых частях (21а) и (24а), непрерывна

$$\frac{(dp/d\tau)(\tau_0+0)}{(dp/d\tau)(\tau_0-0)} = \frac{2n_g - n}{3n - 2n_g}. \quad (31)$$

При натекании газа длина трещины может лишь нарастать, поэтому, согласно (16), для $\tau > \tau_0$ давление может лишь убывать, т. е. должно быть $(dp/d\tau)(\tau_0+0) < 0$. Но, поскольку из (21) следует положительность производной $dp/d\tau$ для $\tau < \tau_0$ и, кроме того, $2n_g - n > 0$, отрицательность правосторонней производной может быть обеспечена лишь условием

$$n_g > \frac{3}{2} n. \quad (32)$$

Неравенство (32) можно истолковать таким образом, что для реализации 2-го этапа развития трещины необходимо не просто $\sigma < \sigma_g$, но более сильное требование $\sigma < (2/3)\sigma_g$. В противном случае разрушение произойдет немедленно по окончании 1-го этапа. Можно то же самое выразить иначе, а именно должно быть

$$L_0 < L_c \equiv \frac{8}{9} \frac{M_c^2}{\pi^2 \sigma^2}. \quad (33)$$

Выражение (33) для критической длины L_c было найдено в [1] иным способом.

Итак, при выполнении неравенств

$$\sigma < \frac{3}{2} \sigma < \sigma_g < \sigma + P. \quad (34)$$

процесс развития трещины идет в два этапа. На втором из них давление газа в трещине уменьшается от $P(\tau_0) = \sigma_g - \sigma$ до $P(\tau_c) = (1/2)\sigma$. В момент τ_c окончания процесса производная $dp/d\tau$, согласно (24а), обращается в минус бесконечность. Соответственно длина трещины возрастает от L_0 до L_c , причем по мере приближения $L(\tau)$ к L_c скорость роста трещины резко нарастает (формально до бесконечности). Для того чтобы установить закон нарастания скорости приближения $L(\tau)$ к L_c , необходим детальный асимптотический анализ уравнения (24а) при τ , близких к τ_c . Для этих времен $p(\tau)$ близко к $n/2$, поэтому естественно ввести в рассмотрение асимптотически малую величину $y(\tau) \equiv p(\tau) - n/2$. В знаменателе левой части (24а) можно положить $p(\tau) = p(\tau_c) = n/2$. В правой части (24а) следует явно произвести дифференцирование (предварительно, однако, необходимо осуществить интегрирование по частям). Промежуточное асимптотическое уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{d}{d\tau} y^2(\tau) = -\frac{9}{4} \frac{n^2}{n_g^2} a, \quad (35)$$

где

$$a = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{1}{\tau^{1/2}} - \int_0^\tau \frac{dy(\tau')/d\tau'}{(\tau - \tau')^{1/2}} d\tau' \right].$$

Если предположить, что a стремится к конечному пределу при $\tau \rightarrow \tau_c$, то уравнение (35) имеет элементарное решение

$$y(\tau) = \frac{3}{2} \frac{n}{n_g} a^{1/2}(\tau) (\tau_c - \tau)^{1/2}.$$

Подстановка этого решения в выражение для a показывает, однако, что $a(\tau)$ логарифмически расходится при $\tau \rightarrow \tau_c$. Это обстоятельство наталкивает на мысль, что необходимо «подправить» элементарное решение, так что окончательно

$$y(\tau) \sim -(\tau_c - \tau)^{1/2} \ln(\tau_c - \tau). \quad (36)$$

В правильности (36) можно убедиться непосредственной подстановкой этого выражения в (35).

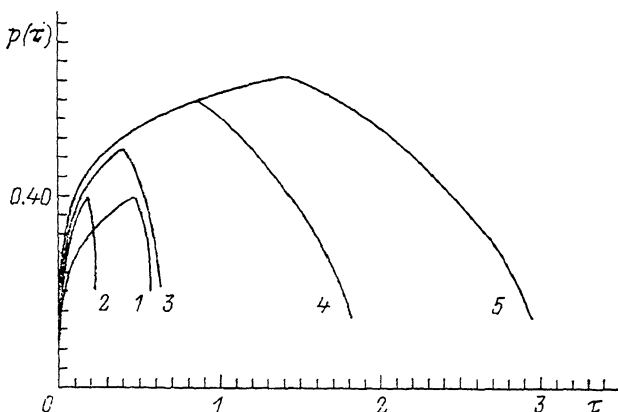


Рис. 2. Результаты численного расчета зависимости давления p от времени τ для диссоциирующего (1) и недиссоциирующего (2—5) газа.

$n_g, n:$ 1, 2 — 0.8, 0.4; 3 — 0.8, 0.3; 4 — 0.8, 0.2; 5 — 0.85, 0.2.

Учитывая теперь связь (16) между давлением и длиной трещины, приходим к закону, по которому $L(\tau)$ приближается к L_c

$$L_c - L(\tau) \sim -(\tau_c - \tau)^{1/2} \ln(\tau_c - \tau). \quad (37)$$

Формулы, описывающие докритический рост трещины в среде, насыщенной водородом, незначительно отличаются от обсужденных выше. Именно теперь

$$P_c^H = C_\infty^2 \varphi_H(T) \Omega_0, \quad (38)$$

а относительное давление $p(t) = P(t)/P_c^H$ удовлетворяет уравнениям, отличающимся от (21) и (24) лишь заменой $p(\tau')$ на $p^{1/2}(\tau')$ в правых частях и заменой масштаба времени t_* на

$$t_*^H = \frac{\pi^2 (1 - \nu)^2 L_0^3 \varphi_H^4 C_\infty^2}{4 D \mu^2 T^2} (C_\infty \Omega_0)^4. \quad (39)$$

Можно убедиться в том, что подобная замена не влияет на асимптотики $p(\tau)$ при малых τ и $\tau \rightarrow \tau_c$. Поэтому выписанные ранее соотношения сохраняются (быть может, с точностью до несущественных мультипликативных констант).

На рис. 2 приведены зависимости $p(\tau)$, полученные путем численного решения уравнений (21) и (24), для различных значений параметров n и n_g , удовлетворяющих неравенствам (34).

Перейдем теперь к более подробному обсуждению оценок длительности первого и второго этапа развития трещины.

В случае малорастворимого газа энергия растворения $\psi \gg T$ и поэтому как внешнее σ , так и гриффитсовское напряжения значительно меньше P_c . Следовательно,

$$t_0 = \tau_0 t_* \sim \frac{L_0^2 (\sigma_g - \sigma)^2 [\sigma^2 + (\sigma_g - \sigma)^2]}{D \mu^2 T^2 C_\infty^2}. \quad (40)$$

Формулой (40) нельзя пользоваться в пределе $L_0 \rightarrow 0$, поскольку для весьма малых L_0 гриффитсовское напряжение, пропорциональное $L_0^{1/2}$, сравняется с суммой $\sigma + P_c$ и τ_0 , согласно (30), обратится в бесконечность. Это отвечает физической картине — с уменьшением размера зародышевых трещин долговечность материала возрастает. При приближении σ к σ_g долговечность материала, как и должно быть, падает до нуля. Температурная зависимость t_0 определяется в основном температурной зависимостью коэффициента диффузии. Обратим особое внимание на то, что из соотношения (40) выпала энергия растворения. В сочетании с тем обстоятельством, что, как правило, $t_c \sim t_0$ (исключение составляет случай $\sigma \ll \sigma_g$, рассмотренный отдельно ниже), мы приходим к выводу, что долговечность материала не зависит в этом случае от растворимости газа.

Этот результат можно пояснить следующим образом. Объем трещины, согласно (13), оценивается как $V \sim \sigma_g L_0^2 / \mu$, поскольку давление в полости трещины $P \sim \sigma_g - \sigma < \sigma_g \ll P_c$. Количество молекул газа в полости трещины к моменту старта $N \sim C_\infty L_0 \sqrt{D t_0}$, так как растворенный газ, уходящий из матрицы в полость трещины, «выкачивается» из объема $\sim L_0 \sqrt{D t_0}$. Подставляя эти оценки в уравнение состояния, получим (в более грубом виде) оценку (40). Другими словами, все дело в том, что для разрушения необходимо поднять давление газа в трещине до величины $\sigma_g - \sigma$, никак не связанной с P_c (именно эта последняя величина определяется растворимостью газа).

Попутно оценивается и опустошенный от примесей объем V_m матрицы

$$V_m \sim L_0^2 \frac{(\sigma_g - \sigma) [\sigma^2 + (\sigma_g - \sigma)^2]^{1/2}}{\mu T C_\infty}. \quad (41)$$

Так как опустошенный объем должен быть много меньше объема L_m^2 , приходящегося на одну трещину, то среднее расстояние между трещинами L_m должно удовлетворять неравенству

$$L_m \gg L_0 \left[\frac{(\sigma_g - \sigma) [\sigma^2 + (\sigma_g - \sigma)^2]^{1/2}}{\mu T C_\infty} \right]^{1/2}. \quad (42)$$

В противном случае примеси попросту не хватит для реализации процесса разрушения.

Для малорастворимого газа можно получить простую оценку времени второго этапа. С этой целью в правых частях (21) и (24) пренебрежем p (τ) по сравнению с единицей (т. е. P по сравнению с P_c , слабая растворимость). Уравнение (21) записываем для момента τ_0 . В правой части интеграл вычисляется и дает $(2/\sqrt{\pi}) \sqrt{\tau_0}$, в левой же части $p(\tau_0) = n_g - n$. Уравнение (24) записываем для момента τ_c . Правая часть — это $(2/\sqrt{\pi}) \sqrt{\tau_c}$, а в левой заменяем $p(\tau_c)$ на $n/2$. Составляя сумму и разность правых и левых частей полученных таким способом уравнений и умножая сумму на разность, после элементарных преобразований получим результат

$$t_c - t_0 \sim \frac{L_0}{D} \frac{(\sigma_g - \sigma) [\sigma^2 + (\sigma_g - \sigma)^2]^{1/2} \left(\sigma_g - \frac{3}{2} \sigma \right)^2}{\mu^2 T^2 C_\infty^2}. \quad (43)$$

Температурная зависимость $t_c - t_0$ повторяет температурную зависимость t_0 . Основной особенностью величины $t_c - t_0$ является ее исчезновение при приближении σ_g к $(3/2)\sigma$. Длительность второго этапа, как видно из (43) и численных результатов (рис. 2), практически всегда меньше длительности первого. Исключе-

чение составляет ситуацию предельно малой внешней нагрузки, когда $\sigma/\sigma_g \ll 1$. Эта ситуация рассмотрена ниже отдельно.

В случае хорошо растворимого газа (мы имеем в виду прежде всего водород) оценка времени первого этапа, базирующаяся на (10а), (30) и (39), дает

$$t_0 \sim \frac{(\sigma_g - \sigma)^2 [\sigma^2 + (\sigma_g - \sigma)^2]^{1/2}}{(\sigma + C_\infty^2 \Omega_0 \sigma_H^2(T) - \sigma_g)^2} \frac{\varphi_H C_\infty^2 \Omega_0^2}{\mu^2 T^2} \frac{L_0^2}{D}. \quad (44)$$

С увеличением температуры величина $\varphi_H(T)$ уменьшается за счет уменьшения показателя экспоненты в (11а). При этом имеется тенденция к уменьшению t_0 за счет возрастания коэффициента диффузии и наличия множителя φ_H^2 . Однако вполне возможна ситуация, когда знаменатель в (44) при изменении температуры станет весьма малым, что приведет к резкому возрастанию t_0 . Аналогичным образом ведет себя и длительность второго этапа. Мы приходим к заключению, что в случае хорошо растворимого газа температурная зависимость долговечности материала имеет минимум. Температура, при которой достигается минимум (т. е. наихудшая с точки зрения долговечности), зависит от большого числа факторов (σ , σ_g , φ_H , C_∞) и ее лучше определять из (44) численно для каждой конкретной ситуации.

Для важного предельного случая $\sigma \rightarrow 0$, т. е. при исчезновении внешней нагрузки продолжительность первого этапа конечна, а продолжительность второго этапа возрастает до бесконечности, правда, логарифмически медленно ($t_c - t_0 \sim \ln^2(\sigma/\sigma_g)$). Хотя формально долговечность материала стремится к бесконечности при $\sigma \rightarrow 0$, в действительности за счет того, что в материале всегда присутствуют конечные, быть может, малые внутренние напряжения, и за счет медленности роста логарифма величина $t_c - t_0$ практически возрастает не очень заметно при $\sigma \rightarrow 0$. Это означает, что разрушение материала определяется сопоставимым образом как внешней нагрузкой, так и давлением газа в полости трещины.

Таким образом, установлено, что зародышевые трещины в газосодержащих материалах могут привести к разрушению материала даже при относительно небольших внешних напряжениях. Латентный период развития этих трещин определяется скоростью процессов диффузии и (или) фильтрации газа в полость трещин. Трещины разбухают, затем трогаются с места и, наконец, «выстреливают». Время ожидания «выстреливания» определяется формулами (40), (43) и (44). Эти результаты позволяют прогнозировать долговечность газосодержащего материала, в частности выбросоопасность угольных пластов, насыщенных метаном, или надежность металлических оболочек, насыщенных водородом или гелием. По-видимому, наиболее рациональным использованием этих формул является численный расчет времен t_0 и t_c с привлечением конкретных данных по температуре, концентрации, размерам зародышевых трещин, упругим модулям, коэффициентам диффузии, энергии растворения для каждого материала.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Стрельцов В. А., Фельдман Э. П. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 10. С. 3118—3125.
- [2] Griffith A. A. // Phil. Trans Roy. Soc. 1920. V. A221. P. 153—198.
- [3] Баренблатт Г. И. // ПМГФ. 1961. № 4. С. 3—56.
- [4] Бородин В. А., Маничев В. М., Рязанов А. И. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 2. С. 570—578.
- [5] Лифшиц И. М. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. № 4. С. 1349—1367.
- [6] Иванов Б. М., Фейт Г. Н., Яновская М. Ф. Механические и физико-химические свойства углей выбросоопасных пластов. М.: Наука, 1979. 195 с.
- [7] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.
- [8] Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1969.

Донецкий физико-технический институт АН Украины

Поступило в Редакцию
26 февраля 1991 г.
В окончательной редакции
1 октября 1991 г.