

Влияние кросскорреляций между неоднородностями обмена и магнитной анизотропии на спектр и затухание спиновых волн

© В.А. Игнатченко, Д.С. Полухин*

Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук,
Красноярск, Россия

* Сибирский федеральный университет,
Красноярск, Россия

E-mail: vignatch@iph.krasn.ru

(Поступила в Редакцию 8 июля 2008 г.)

Исследовано влияние кросскорреляций между неоднородностями параметров обмена и магнитной анизотропии на спектр и затухание спиновых волн в ферромагнетике. Рассмотрены одно- и трехмерные неоднородности. Показано, что положительные кросскорреляции приводят к увеличению модификации закона дисперсии и увеличению затухания спиновых волн. Отрицательные корреляции приводят к обратным эффектам: уменьшению модификации закона дисперсии и уменьшению затухания волн. Сравнение полученных в работе закономерностей с результатами целенаправленных экспериментальных исследований модификаций законов дисперсии и затухания в неоднородных магнетиках позволило бы определить вклад кросскорреляций в формирование стохастически неоднородного основного состояния в аморфных магнитных сплавах.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Президента Российской Федерации для ведущих научных школ № 3818.2008.3.

PACS: 75.30.Ds, 76.50.+g

1. Введение

Аморфные и нанокристаллические магнитные сплавы обладают рядом преимуществ перед поликристаллическими средами: низкой коэрцитивной силой, высокой восприимчивостью, узкой линией магнитного резонанса и т.д. Технология их получения проще, чем для монокристаллов. Это открывает широкий спектр возможностей использования названных сплавов при разработке устройств магнитной записи информации и высокочастотной техники.

С точки зрения теории аморфные и нанокристаллические магнитные сплавы характеризуются двумя основными свойствами: 1) неоднородностью всех параметров спинового гамильтониана (параметров обмена, магнитной анизотропии и т.д.); 2) протяженными корреляциями этих неоднородностей, корреляционный радиус которых может меняться в широких пределах (десятки и сотни межатомных расстояний). Наличие больших корреляционных радиусов делает невозможным использование хорошо развитых теоретических методов, учитывающих влияние некоррелированных (δ -коррелированных) неоднородностей, для расчета целого ряда эффектов в этих материалах.

Влияние неоднородностей с произвольными радиусами корреляций на спектр и затухание спиновых волн в модели сплошной среды было учтено в работах [1–3] в первом неисчезающем приближении теории возмущений. Затем в этом же приближении влияние коррелированных неоднородностей на спектр спиновых волн было

учтено в решеточной модели ферромагнетика [4,5] и снова в модели сплошной среды [6].

Главный результат теории [1–3] заключается в том, что в окрестности корреляционного волнового числа $k_c = r_c^{-1}$, где r_c — радиус корреляции неоднородности, должна наблюдаться модификация законов дисперсии $\omega'(k)$ и затухания $\omega''(k)$, и эта модификация имеет различную форму для неоднородностей различных физических параметров. На основе этой теории был развит экспериментальный метод корреляционной спин-волновой спектроскопии, с помощью которого были изменены корреляционные радиусы неоднородностей для многих аморфных и нанокристаллических сплавов [7].

Во всех работах, за исключением работы [3], влияние неоднородностей каждого параметра гамильтониана на спектр спиновых волн рассматривалось отдельно, так как неоднородности различных параметров считались стохастически независимыми между собой. В работе [3] наряду со стохастически независимыми неоднородностями константы обмена $\alpha(\mathbf{x})$ и модуля вектора намагниченности $M(\mathbf{x})$, где $\mathbf{x} = (x, y, z)$, были рассмотрены неоднородности этих параметров при наличии между ними взаимных корреляций (кросскорреляций); при этом исследовался предельный случай сильных кросскорреляций, при котором стохастическая взаимная корреляция случайных функций $\alpha(\mathbf{x})$ и $M(\mathbf{x})$ переходит в функциональную связь между ними. Целью настоящей работы является расчет совместного влияния неоднородностей обмена $\alpha(\mathbf{x})$ и величины магнитной анизотропии $\beta(\mathbf{x})$ на спектр и затухание спино-

вых волн при наличии между случайными функциями $\alpha(\mathbf{x})$ и $\beta(\mathbf{x})$ кросскорреляций произвольной величины и знака.

2. Модель и метод

Рассмотрим модель ферромагнетика, в котором неоднородными являются параметр обмена $\alpha(\mathbf{x})$ и величина одноосной анизотропии $\beta(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = \{x, y, z\}$. Направление анизотропии \mathbf{n} предполагается постоянным и совпадающим с направлением внешнего магнитного поля \mathbf{H} . Уравнением движения для вектора намагниченности \mathbf{M} является уравнение Ландау–Лифшица

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g[\mathbf{M}, \mathbf{H}^e], \quad (1)$$

где g — гиромагнитное отношение, \mathbf{H}^e — эффективное магнитное поле, которое определяется выражением

$$\mathbf{H}^e = -\frac{\partial W}{\partial \mathbf{M}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial W}{\partial (\partial \mathbf{M} / \partial \mathbf{x})}, \quad (2)$$

плотность энергии W в нашей модели имеет вид

$$W = \frac{1}{2}\alpha(\mathbf{x}) \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{x}} \right)^2 - \mathbf{M}\mathbf{H} - \frac{1}{2}\beta(\mathbf{x})(\mathbf{M}\mathbf{n})^2. \quad (3)$$

Представляем параметры обмена $\alpha(\mathbf{x})$ и анизотропии $\beta(\mathbf{x})$ в виде

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{x}) &= \alpha[1 + \gamma_\alpha \rho_\alpha(\mathbf{x})], \\ \beta(\mathbf{x}) &= \beta[1 + \gamma_\beta \rho_\beta(\mathbf{x})], \end{aligned} \quad \gamma_\alpha = \frac{\Delta\alpha}{\alpha}, \quad \gamma_\beta = \frac{\Delta\beta}{\beta}, \quad (4)$$

где $\alpha, \Delta\alpha$ и $\beta, \Delta\beta$ — средние значения и среднеквадратичные флуктуации этих параметров, $\rho_\alpha(\mathbf{x})$ и $\rho_\beta(\mathbf{x})$ — безразмерные центрированные ($\langle \rho_\alpha(\mathbf{x}) \rangle = 0$, $\langle \rho_\beta(\mathbf{x}) \rangle = 0$) и нормированные ($\langle \rho_\alpha^2(\mathbf{x}) \rangle = 1$, $\langle \rho_\beta^2(\mathbf{x}) \rangle = 1$) случайные функции координат. Угловые скобки обозначают среднее по ансамблю реализаций соответствующих случайных функций.

Представляем $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ в виде $\mathbf{M}_0 + \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ и линеаризуем уравнение (2) обычным образом ($M_z \approx M_0$; $m_x(\mathbf{x}, t), m_y(\mathbf{x}, t) \ll M_0$). Полагая, что проекции намагниченности $m_x(\mathbf{x}, t), m_y(\mathbf{x}, t) \sim \exp(i\omega t)$, получаем для них систему линейных уравнений с зависящими от \mathbf{x} коэффициентами

$$\begin{aligned} -\frac{i\omega}{g}m_x &= M_0\beta m_y + M_0\beta\gamma_\beta\rho_\beta m_y + Hm_y \\ &\quad - M_0\alpha(\nabla^2 m_y + \gamma_\alpha\rho_\alpha\nabla^2 m_y + \gamma_\alpha\nabla\rho_\alpha\nabla m_y), \\ -\frac{i\omega}{g}m_y &= M_0\beta m_x + M_0\beta\gamma_\beta\rho_\beta m_x + Hm_x \\ &\quad - M_0\alpha(\nabla^2 m_x + \gamma_\alpha\rho_\alpha\nabla^2 m_x + \gamma_\alpha\nabla\rho_\alpha\nabla m_x). \end{aligned} \quad (5)$$

Проводим преобразование Фурье

$$\begin{aligned} m(\mathbf{x}) &= \int m(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}d\mathbf{k}, \\ m(\mathbf{k}) &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^d \int m(\mathbf{x})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}d\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (6)$$

где \mathbf{k} — волновой вектор, d — размерность пространства; интегрирование проводится по всему пространству волновых векторов и декартовых координат соответственно.

Вводя циркулярные проекции

$$m^\pm(\mathbf{k}) = m_x(\mathbf{k}) \pm im_y(\mathbf{k}), \quad (7)$$

получаем для резонансной проекции $m^+(\mathbf{k})$ интегральное уравнение (здесь и в дальнейшем индекс «+» опускаем)

$$\begin{aligned} (v - \mathbf{k}^2)m(\mathbf{k}) &= \gamma_\alpha \int (\mathbf{k}\mathbf{k}_1)\rho_\alpha(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)m(\mathbf{k}_1)d\mathbf{k}_1 \\ &\quad + \frac{\beta\gamma_\beta}{\alpha} \int \rho_\beta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)m(\mathbf{k}_1)d\mathbf{k}_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где введено обозначение $v = (\omega - \omega_0)/gM_0\alpha$. Здесь ω_0 — частота ферромагнитного резонанса. Для исследования этих стохастических уравнений используем метод теории возмущений в форме, предложенной в работах [1–3].

Усредним уравнение (8) по случайным реализациям функции $\rho_\alpha(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)$ и $\rho_\beta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)$

$$\begin{aligned} (v - \mathbf{k}^2)\langle m(\mathbf{k}) \rangle &= \gamma_\alpha \int (\mathbf{k}\mathbf{k}_1)\langle \rho_\alpha(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)m(\mathbf{k}_1) \rangle d\mathbf{k}_1 \\ &\quad + \frac{\beta\gamma_\beta}{\alpha} \int \langle \rho_\beta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)m(\mathbf{k}_1) \rangle d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражаем $\mathbf{m}(\mathbf{k})$ из уравнения (8) и повышаем в этом выражении индексы при \mathbf{k} на единицу

$$\begin{aligned} m(\mathbf{k}_1) &= \gamma_\alpha \int \frac{(\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2)\rho_\alpha(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)m(\mathbf{k}_2)}{v - \mathbf{k}_1^2} d\mathbf{k}_2 \\ &\quad + \frac{\beta\gamma_\beta}{\alpha} \int \frac{\rho_\beta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)m(\mathbf{k}_2)}{v - \mathbf{k}_1^2} d\mathbf{k}_2. \end{aligned} \quad (10)$$

На первом шаге расцепляем средние от произведений функций ρ_i и m в уравнении (9) по общим правилам на произведение средних и коррелятор от произведения центрированных значений этих функций

$$\langle \rho_i m \rangle = \langle \rho_i \rangle \langle m \rangle + \langle \rho_i \mathring{m} \rangle, \quad (10a)$$

где

$$\mathring{m}(\mathbf{k}_1) = m(\mathbf{k}_1) - \langle m(\mathbf{k}_1) \rangle. \quad (10b)$$

Произведение средних в выражении (10a) обращается в нуль ввиду центрированности функций ρ_i , поэтому

в усредненном уравнении будут отсутствовать члены, пропорциональные первым степеням γ_i . По этой же причине в корреляторе $\langle \rho_i \hat{m} \rangle$ обращается в нуль один из членов $\langle \rho_i \langle m(\mathbf{k}_1) \rangle \rangle$, который образуется после подстановки (10b) в (10a), и выражение (10a) превращается в тривиальное тождество. Таким образом, следующий шаг начинается с подстановки выражения (10) в уравнение (9), в результате которой получаем

$$\begin{aligned} & (v - \mathbf{k}^2) \langle m(\mathbf{k}) \rangle = \\ & = \iint \frac{\gamma^2(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2) \langle \rho_\alpha(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \rho_\alpha(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) m(\mathbf{k}_2) \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2}{v - \mathbf{k}_1^2} \\ & + \iint \frac{\gamma \eta_\beta(\mathbf{k} \mathbf{k}_1) \langle \rho_\alpha(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \rho_\beta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) m(\mathbf{k}_2) \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2}{v - \mathbf{k}_1^2} \\ & + \iint \frac{\gamma \eta_\beta(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2) \langle \rho_\beta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \rho_\alpha(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) m(\mathbf{k}_2) \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2}{v - \mathbf{k}_1^2} \\ & + \iint \frac{\eta_\beta^2 \langle \rho_\beta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \rho_\beta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) m(\mathbf{k}_2) \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2}{v - \mathbf{k}_1^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где введены обозначения $\gamma = \gamma_\alpha$, $\eta_\beta = \beta \gamma_\beta / \alpha$.

Образовавшиеся под интегралами средние от произведений трех случайных функций расцепляем в первом неисчезающем приближении теории возмущений (приближение Бурре [8])

$$\begin{aligned} & \langle m(\mathbf{k}_2) \rho_i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \rho_j(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \rangle \\ & \approx \langle m(\mathbf{k}_2) \rangle \langle \rho_i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \rho_j(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

где каждый из индексов i и j принимает значения α и β . В этом выражении в правой части отброшен коррелятор вида $\langle \hat{m}(\mathbf{k}_2) \hat{P}_{ij} \rangle$, где $\hat{P}_{ij} = \rho_i \rho_j - \langle \rho_i \rho_j \rangle$. Подстановка выражения (10b) с повышенными на единицу индексами при \mathbf{k} в этот коррелятор привела бы к следующему члену ряда теории возмущений и т.д.

Так как $\rho_i(\mathbf{x})$ и $\rho_j(\mathbf{x})$ — однородные случайные функции, для них справедливо соотношение

$$\langle \rho_i(\mathbf{k}') \rho_j^*(\mathbf{k}'') \rangle = S_{ij}(\mathbf{k}') \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}''), \quad (13)$$

где $S_{ij}(\mathbf{k})$ — спектральная плотность корреляционной функции неоднородностей $K_{ij}(\mathbf{r})$. Корреляционная функция определяется выражением

$$K_{ij}(\mathbf{r}) = \langle \rho_i(\mathbf{x}) \rho_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle, \quad (14)$$

где \mathbf{r} — расстояние между двумя точками. $K_{ij}(\mathbf{r})$ связана с $S_{ij}(\mathbf{k})$ преобразованием Фурье (теорема Винера—

Хинчина для однородных случайных функций)

$$\begin{aligned} K_{ij}(\mathbf{r}) & = \int S_{ij}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \\ S_{ij}(\mathbf{k}) & = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^d \int K_{ij}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (15)$$

Учитывая соотношения (12) и (13), приводим в уравнении (11) интегрирование по \mathbf{k}_2 . После этого $\langle m(\mathbf{k}) \rangle$ может быть вынесено из-под знака интеграла, и мы получаем общий вид дисперсионного уравнения для спиновых волн в виде

$$\begin{aligned} & v - \mathbf{k}^2 = \\ & = \int \frac{\gamma^2(\mathbf{k} \mathbf{k}_1)^2 S_{\alpha\alpha}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) + 2\gamma \eta_\beta(\mathbf{k} \mathbf{k}_1) S_{\alpha\beta}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) + \eta_\beta^2 S_{\beta\beta}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)}{v - \mathbf{k}_1^2} d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Члены, пропорциональные γ^2 и η_β^2 , учитывают в этом уравнении влияние неоднородностей обмена и анизотропии соответственно. Член, пропорциональный произведению $\gamma \eta_\beta$, учитывает влияние корреляций между неоднородностями обмена и анизотропии.

3. Законы дисперсии и затухания спиновых волн

Рассмотрим отдельно случаи одномерных (1D) и трехмерных (3D) неоднородностей.

3.1. 1D-неоднородности. Предполагаем, что спад корреляций является экспоненциальным как для автокорреляционных функций обмена $K_{\alpha\alpha}(r)$ и анизотропии $K_{\beta\beta}(r)$, так и для функции кросскорреляций между флуктуациями обмена и анизотропии $K_{\alpha\beta}(r)$

$$\begin{aligned} K_{\alpha\alpha}(r) & = K_{\beta\beta}(r) = \exp(-k_c r), \\ K_{\alpha\beta} & = \kappa \exp(-k_c r), \end{aligned} \quad (17)$$

где $r = |x - x'|$, k_c — корреляционное волновое число ($r_c = 1/k_c$ — корреляционный радиус неоднородностей), κ — безразмерный коэффициент кросскорреляции, лежащий в интервале $-1 < \kappa < 1$. Мы принимаем для простоты, что корреляционный радиус r_c одинаков для всех трех корреляционных функций.

В соответствии с формулой (15) при $d = 1$ этим корреляционным функциям соответствуют спектральные плотности вида

$$\begin{aligned} S_{\alpha\alpha}(k) & = S_{\beta\beta}(k) = \frac{1}{\pi} \frac{k_c}{k_c^2 + k^2}, \\ S_{\alpha\beta}(k) & = \frac{\kappa}{\pi} \frac{k_c}{k_c^2 + k^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

После подстановки этих выражений в уравнение (16) последнее приобретает вид

$$\nu - k^2 = I_{\alpha\alpha} + I_{\alpha\beta} + I_{\beta\beta}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} I_{\alpha\alpha} &= \frac{\gamma^2 k^2 k_c}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k_1^2}{(\nu - k_1^2)(k_c^2 + (k - k_1)^2)} dk_1, \\ I_{\alpha\beta} &= \frac{2\kappa\gamma\eta_\beta k k_c}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k_1}{(\nu - k_1^2)(k_c^2 + (k - k_1)^2)} dk_1, \\ I_{\beta\beta} &= \frac{\eta_\beta^2 k_c}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(\nu - k_1^2)(k_c^2 + (k - k_1)^2)} dk_1. \end{aligned} \quad (20)$$

Вычисляя эти интегралы методом теории вычетов, получаем

$$\begin{aligned} I_{\alpha\alpha} &= \gamma^2 k^2 \frac{k^2 + ik_c \sqrt{\nu} + k_c^2}{(\sqrt{\nu} - ik_c)^2 - k^2}, \\ I_{\alpha\beta} &= \frac{2\kappa\gamma k^2 \eta_\beta}{(\sqrt{\nu} - ik_c)^2 - k^2}, \\ I_{\beta\beta} &= \frac{\eta_\beta^2}{(\sqrt{\nu} - ik_c)^2 - k^2} \left(1 - \frac{ik_c}{\sqrt{\nu}}\right). \end{aligned} \quad (21)$$

Мы рассмотрим комплексный закон дисперсии (19) в первом порядке теории возмущений, положив в правых частях выражений (21) $\sqrt{\nu} \approx k$. Представляя ν в виде $\nu = \nu' + i\nu''$, получим закон дисперсии спиновых волн с учетом взаимных корреляций между неоднородностями параметров обмена и магнитной анизотропии в виде

$$\nu'/k_c^2 = u^2 \left(1 - \gamma^2 \frac{1 + 3u^2}{1 + 4u^2} - \frac{2\kappa\gamma\eta}{1 + 4u^2}\right) + \frac{\eta^2}{1 + 4u^2} \quad (22)$$

и затухание спиновых волн в виде

$$\nu''/k_c^2 = u^2 \left(\gamma^2 \frac{u(1 + 2u^2)}{(1 + 4u^2)} + \frac{4\kappa\gamma\eta u}{(1 + 4u^2)}\right) + \frac{\eta^2(1 + 2u^2)}{u(1 + 4u^2)}, \quad (23)$$

где введены безразмерные обозначения $u = k/k_c$, $\eta = \eta_\beta/k_c^2$.

3.2. 3D-неоднородности. Предполагаем, что спад корреляций характеризуется изотропными корреляционными функциями, зависящими только от модуля радиус-вектора $r = |\mathbf{r}|$,

$$\begin{aligned} K_{ii}(r) &= K_{jj}(r) = \exp(-k_c r), \\ K_{ij}(r) &= \kappa \exp(-k_c r). \end{aligned} \quad (24)$$

В соответствии с формулой (15) этим корреляционным функциям отвечают спектральные плотности вида

$$\begin{aligned} S_{\alpha\alpha}(\mathbf{k}) &= S_{\beta\beta}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\pi^2} \frac{k_c}{(k_c^2 + \mathbf{k}^2)^2}, \\ S_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) &= \frac{\kappa}{\pi^2} \frac{k_c}{(k_c^2 + \mathbf{k}^2)^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Подставляем выражения (25) в уравнение (16) и разбиваем интеграл, входящий в (16), на три интеграла

$$\nu - \mathbf{k}^2 = I_{\alpha\alpha} + I_{\alpha\beta} + I_{\beta\beta}, \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} I_{\alpha\alpha} &= \frac{\gamma^2 k_c}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{(\mathbf{k}\mathbf{k}_1)^2}{(\nu - \mathbf{k}_1^2)[k_c^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2]^2} d\mathbf{k}_1, \\ I_{\alpha\beta} &= \frac{2\kappa\gamma k_c \eta_\beta}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{(\mathbf{k}\mathbf{k}_1)}{(\nu - \mathbf{k}_1^2)[k_c^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2]^2} d\mathbf{k}_1, \\ I_{\beta\beta} &= \frac{\eta_\beta^2 k_c}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{1}{(\nu - \mathbf{k}_1^2)[k_c^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2]^2} d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (27)$$

Переход в сферическую систему координат, проводя интегрирование по азимутальному углу φ , делая замену $x = \cos\theta$ и вводя безразмерные величины $u = k/k_c$, $u_1 = k_1/k_c$, $u_\nu = \sqrt{\nu}/k_c$, получим

$$I_{\alpha\alpha} = \frac{2\gamma^2 k_c^2 u^2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^1 \frac{u_1^4 x^2 du_1 dx}{(u_\nu^2 - u_1^2)(1 + u^2 + u_1^2 - 2uu_1 x)^2},$$

$$I_{\alpha\beta} = \frac{4\kappa\gamma\eta_\beta}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^1 \frac{uu_1^3 x du_1 dx}{(u_\nu^2 - u_1^2)(1 + u^2 + u_1^2 - 2uu_1 x)^2},$$

$$I_{\beta\beta} = \frac{2\eta_\beta^2}{\pi k_c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^1 \frac{u_1^2 du_1 dx}{(u_\nu^2 - u_1^2)(1 + u^2 + u_1^2 - 2uu_1 x)^2}. \quad (28)$$

Здесь мы изменили пределы интегрирования, воспользовавшись соотношением $\int_0^+ \int_{-1}^1 \rightarrow \int_{-\infty}^+ \int_0^1$, справедливым для этих подынтегральных функций.

Интегралы по u_1 вычислялись методом вычетов. В результате были получены громоздкие выражения, которые в первом порядке теории возмущений при $u_\nu \approx u$

принимают вид

$$I_{\alpha\alpha} = 2\gamma^2 k_c^2 u^5 i \int_0^1 \frac{x^2 dx}{A} - \gamma^2 k_c^2 u^2 \int_0^1 x^2 D^3 \frac{C(D^2 - 2u^2) dx}{B} - \gamma^2 k_c^2 u^4 \int_0^1 x^2 D^4 \frac{dx}{B},$$

$$I_{\alpha\beta} = 4\gamma\kappa\eta\beta u^3 i \int_0^1 \frac{xu^3 dx}{A} + \gamma\kappa\eta\beta u \int_0^1 x D^2 \frac{C[D^2 - 3u^2] dx}{B} + \gamma\kappa\eta\beta u \int_0^1 x D^3 \frac{(D^2 + u^2)}{B},$$

$$I_{\beta\beta} = -2\frac{\eta_\beta^2}{k_c^2} u i \int_0^1 \frac{dx}{A} + \frac{\eta_\beta^2}{k_c^2} \int_0^1 D \frac{(-D^3 + u^2 C) dx}{B}, \quad (29)$$

где $A = (2u^2(x+1) + 1)^2$, $B = (u^2 - (ux + i \times \sqrt{1 + u^2(1-x^2)})^2)^2 (1 + u^2(1-x^2))^{3/2}$, $C = ux - i \sqrt{1 + u^2(1-x^2)}$ и $D = ux + i \sqrt{1 + u^2(1-x^2)}$.

Выполняя в выражениях (29) интегрирование по x , подставляя их в уравнение (26) и разделяя действительную и мнимую части, получаем закон дисперсии $v'(k)$ и затухание спиновых волн $v''(k)$ с учетом взаимных корреляций между 3D-неоднородностями параметров обмена и магнитной анизотропии в виде

$$v'/k_c^2 = u^2 \left(1 - \gamma^2 \left(\frac{1+5u^2}{1+4u^2} + \frac{1}{u^2} - \frac{(1+2u^2) \arctan(2u)}{2u^3} \right) \right) + 2\kappa\gamma\eta \left(\frac{\arctan(2u)}{2u} - \frac{3u^2+1}{1+4u^2} \right) - \frac{\eta^2}{(1+4u^2)}, \quad (30)$$

$$v''/k_c^2 = \gamma^2 u^3 \left(\frac{1}{u^2} + \frac{2u^2}{1+4u^2} - \frac{(1+2u^2) \ln(1+4u^2)}{4u^4} \right) + 2\kappa\gamma\eta \left(\frac{u(1+2u^2)}{1+4u^2} - \frac{\ln(1+4u^2)}{4u} \right) + \frac{2\eta^2 u}{(1+4u^2)}. \quad (31)$$

В этих выражениях члены, пропорциональные γ^2 и η^2 , были получены ранее [1–3], а члены, пропорциональные $\gamma\eta$, которые описывают взаимные корреляции, учтены здесь впервые.¹

4. Исследование законов дисперсии и затухания

Исследование законов дисперсии и затухания для 1D-неоднородностей (22) и (23) и для 3D-неоднородностей (30) и (31) приводилось как аналитически, так и численными методами.

¹ Для членов пропорциональных γ^2 , в работах [1–3] приводились приближенные выражения. Полные выражения были опубликованы в препринте [9].

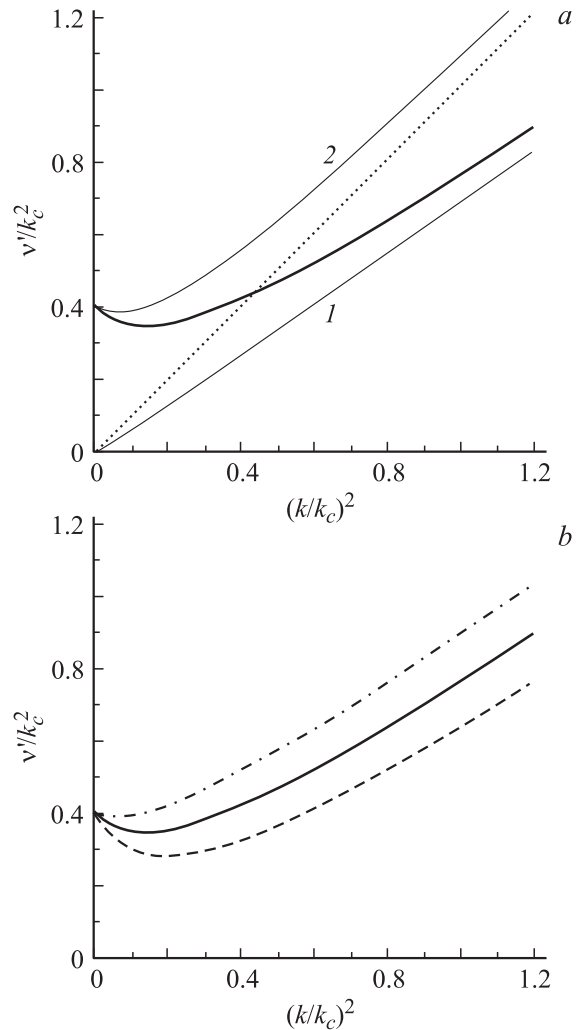


Рис. 1. Закон дисперсии спиновых волн в ферромагнетике с 1D-неоднородностями обмена и анизотропии для $\kappa = 0$ (жирные сплошные кривые), $\kappa = 0.8$ (штриховая кривая) и $\kappa = -0.8$ (штрихпунктирная кривая). Тонкие сплошные кривые 1 и 2 — законы дисперсии при неоднородности только обмена и только анизотропии соответственно. Пунктир — закон дисперсии в однородном ферромагнетике.

4.1. 1D-неоднородности. Модификации закона дисперсии, обусловленные 1D-неоднородностями обмена и анизотропии и описываемые формулой (22), показаны на рис. 1, *a, b*.

На рис. 1, *a* пунктирной линией показан закон дисперсии $v' = k^2$, соответствующий однородному ферромагнетизму ($\gamma = \eta = 0$). Тонкая кривая 1 соответствует присутствию только неоднородностей обмена ($\gamma \neq 0$, $\eta = 0$), тонкая кривая 2 — присутствию только неоднородностей анизотропии ($\gamma = 0$, $\eta \neq 0$). В соответствии с формулой (22) на кривой 1 имеется изгиб в окрестности точки $(k/k_c)^2 = 1/4$, который плохо виден в масштабах рис. 1, *a*. Из вида кривой 2 следует, что неоднородности магнитной анизотропии помимо модификации зависимости $v'(k)$ приводят также к смещению частоты ферромагнитного резонанса, которому соответствует $k = 0$.

Жирная сплошная кривая на рис. 1, *a* соответствует суммарной модификации закона дисперсии, к которой приводит одновременное присутствие неоднородностей обмена и анизотропии при отсутствии взаимных корреляций между ними ($\gamma \neq 0, \eta \neq 0, \kappa = 0$).

На рис. 1, *b* показано влияние кросскорреляций между неоднородностями обмена и анизотропии на закон дисперсии. Жирная сплошная кривая на этом рисунке повторяет такую же кривую на рис. 1, *a* и соответствует суммарному действию взаимно некоррелированных неоднородностей обмена и анизотропии ($\gamma \neq 0, \eta \neq 0, \kappa = 0$). Штриховая кривая соответствует действию положительных ($\kappa > 0$), а штрихпунктирная кривая — отрицательных ($\kappa < 0$) кросскорреляций. Были также исследованы приближенные аналитические выражения, соответствующие разложению точной формулы (22) в ряд при $k \rightarrow 0$ и асимптоте этой формуле при $k \rightarrow \infty$,

$$v'/k_c^2 \approx \begin{cases} u^2(1 - \gamma^2 - 2\kappa\gamma\eta - 4\eta^2) + \eta^2, & 2u \ll 1, \\ u^2(1 - \frac{3}{4}\gamma^2) - \frac{\gamma^2}{16} - \frac{1}{2}\kappa\gamma\eta, & 2u \gg 1. \end{cases} \quad (32)$$

Из этих выражений видно, что при $2u \ll 1$ эффективная спин-волновая жесткость (коэффициент перед u^2) зависит как от неоднородностей обмена, так и от неоднородностей анизотропии, а также от величины и знака коэффициента корреляций κ .

В системе координат v', k^2 выражениям (32) соответствуют прямые линии — касательные к штриховой и штрихпунктирной кривым на рис. 1, *b*. Несмотря на существенное различие между точными кривыми $v'(k^2)$, соответствующими положительным и отрицательным кросскорреляциям, касательные к ним, как и к сплошной кривой, пересекаются вблизи одного и того же значения $(k/k_c)^2 = 1/4$. Это обусловлено одинаковым видом знаменателя во всех членах формулы (22), соответствующих модификации закона дисперсии.

Затухание $v''(k)$, обусловленное 1D-неоднородностями обмена и анизотропии и описываемое формулой (23), показано на рис. 2, *a, b*. На рис. 2, *a* тонкая кривая 1 соответствует затуханию, обусловленному неоднородностями обмена ($\gamma \neq 0, \eta = 0$), а тонкая кривая 2 — неоднородностями анизотропии ($\gamma = 0, \eta \neq 0$). Жирные сплошные кривые на рис. 2, *a, b* соответствуют суммарному эффекту, к которому приводят одновременное присутствие неоднородностей как обмена, так и анизотропии при отсутствии взаимных корреляций между ними ($\gamma \neq 0, \eta \neq 0, \kappa = 0$). Расходимость величины затухания при $k \rightarrow 0$ под действием 1D-неоднородностей анизотропии свидетельствует о неприменимости теории в области малых k . Это естественно, так как для волн в присутствии 1D-неоднородностей существует конечный радиус локализации l , и приближенное исследование законов дисперсии и затухания возможно только для длин волн, много меньших l ($k \gg l^{-1}$).

На рис. 2, *b* показано влияние кросскорреляций между неоднородностями обмена и анизотропии на затухание спиновых волн. Штриховая кривая соответствует $\kappa > 0$,

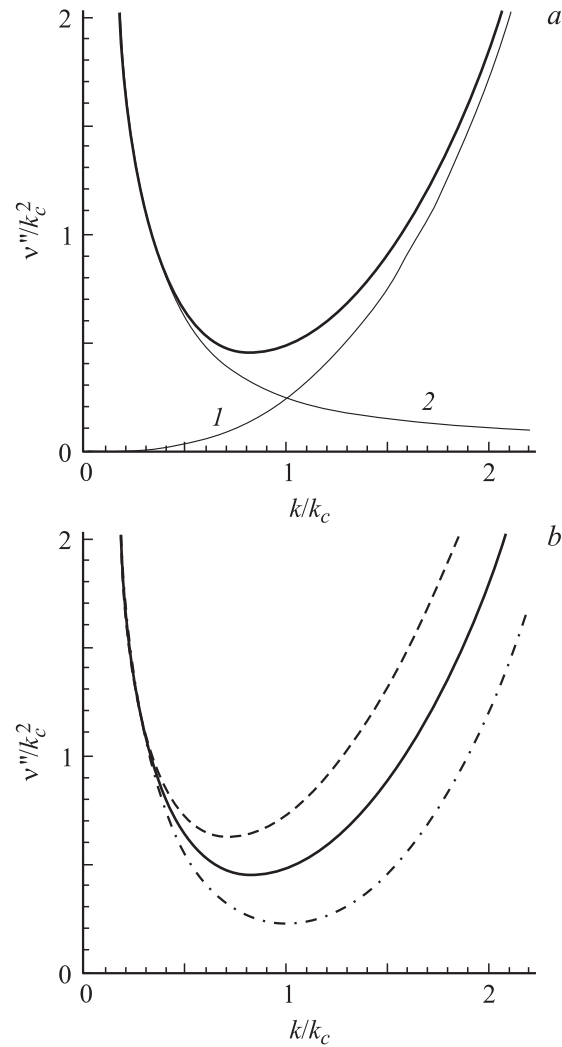


Рис. 2. Затухание спиновых волн в ферромагнетике с 1D-неоднородностями обмена и анизотропии. Обозначение кривых то же, что на рис. 1.

а штрихпунктирная — $\kappa < 0$. Видно, что положительные кросскорреляции приводят к возрастанию, а отрицательные — к уменьшению затухания волн. Приближенные выражения, соответствующие разложениям точной формулы (23) в ряд при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$, имеют вид

$$v''/k_c^2 \approx \begin{cases} \gamma^2 u^3 + 4\kappa\gamma\eta u^3 + \eta^2 \frac{1}{u}, & 2u \ll 1, \\ \frac{1}{2}\gamma^2 u^3 + \kappa\gamma\eta u + \eta^2 \frac{1}{u}, & 2u \gg 1. \end{cases} \quad (33)$$

4.2. 3D-неоднородности. Модификации закона дисперсии, обусловленные 3D-неоднородностями обмена и анизотропии и описываемые формулой (30), показаны на рис. 3, *a, b*.

Пунктирной линией на этих рисунках показан закон дисперсии $v' = k^2$, соответствующий однородному ферромагнетик ($\gamma = \eta = 0$). Тонкая кривая 1 соответствует присутствию только неоднородностей обмена ($\gamma \neq 0, \eta = 0$), тонкая кривая 2 — присутствию только неоднородностей анизотропии ($\gamma = 0, \eta \neq 0$). Жирные сплош-

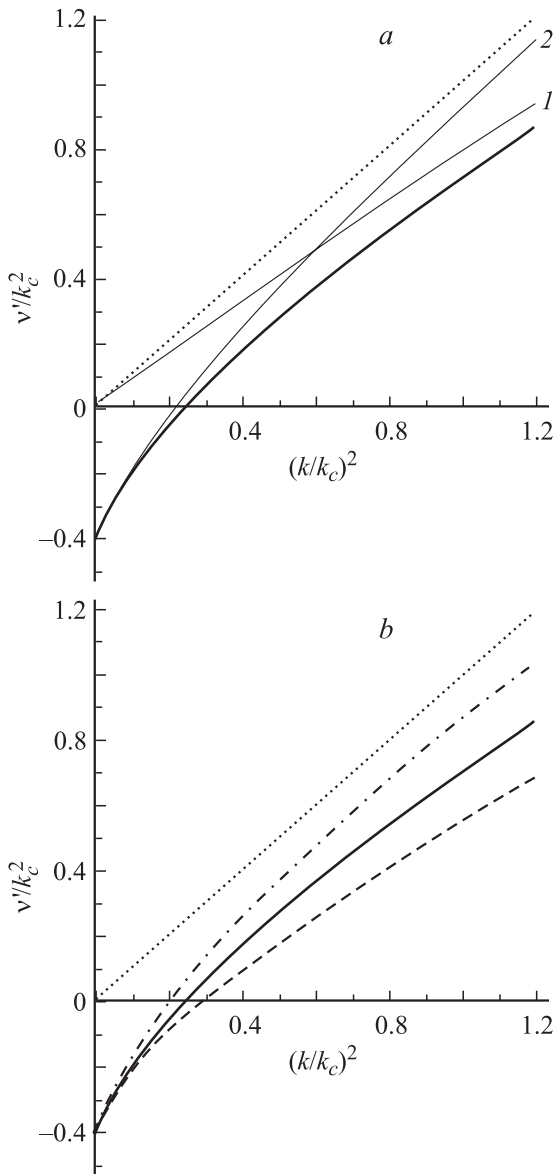


Рис. 3. Закон дисперсии спиновых волн в ферромагнетике с 3D-неоднородностями обмена и анизотропии. Обозначения кривых то же, что на рис. 1.

ные кривые на этом рисунке соответствуют суммарной модификации закона дисперсии, к которой приводит одновременное присутствие неоднородностей обмена и анизотропии при отсутствии взаимных корреляций между ними ($\gamma \neq 0$, $\eta \neq 0$, $\kappa = 0$). Видно, что неоднородности анизотропии помимо модификации зависимости $v'(k)$ приводят также к смещению частоты ферромагнитного резонанса, которой соответствует $k = 0$. В отличие от случая 1D-неоднородностей (рис. 1, *a*) это смещение происходит в сторону уменьшения частоты ферромагнитного резонанса. На рис. 3, *b* показано влияние кросскорреляций между неоднородностями обмена и анизотропии на закон дисперсии. Видно, что положительные кросскорреляции (штриховая кривая, $k > 0$) приводят к большему отступлению закона дисперсии, а отрица-

тельные (штрихпунктирная кривая, $\kappa < 0$), напротив, уменьшают модификацию этого закона по сравнению с той, которая обусловлена совместным действием некоррелированных неоднородностей обмена и анизотропии. Приближенные выражения, соответствующие разложению точной формулы (30) в ряд при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$, имеют вид

$$v'/k_c^2 \approx \begin{cases} u^2 \left(1 - \frac{\gamma^2}{3} - \frac{2}{3} \kappa \gamma \eta + 4\eta^2 \right) - \eta^2, & 2u \ll 1, \\ u^2 \left(1 - \frac{5}{4} \gamma^2 \right) + \frac{\pi}{2} \gamma^2 u - \frac{23}{16} \gamma^2 - \frac{3}{2} \kappa \gamma \eta, & 2u \gg 1. \end{cases} \quad (34)$$

Как и для 1D-неоднородностей, эффективная величина спин-волновой жесткости для 3D-неоднородностей при $2u \ll 1$ зависит от γ^2 , η^2 и κ . Точка пересечения для предельных кривых (34) определяется более сложным выражением, чем для прямых (32); при некоторых значениях параметров кривые (34) могут не иметь такой точки. Однако из общей структуры выражений (34) видно, что точка $(k/k_c)^2 = 1/4$ ($2u = 1$) как для 1D-, так и для

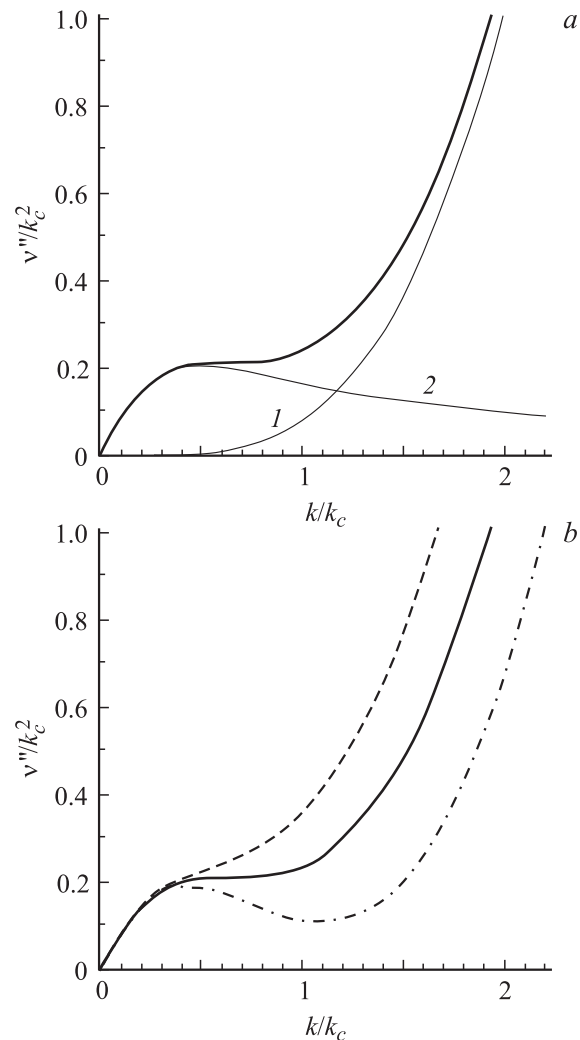


Рис. 4. Затухание спиновых волн в ферромагнетике с 3D-неоднородностями обмена и анизотропии. Обозначение кривых то же, что на рис. 1.

3D-случаев является на дисперсионной кривой точкой кроссовера, в окрестности которой закономерности, соответствующие малым k , сменяются закономерностями, соответствующими большим k .

Затухание $\nu''(k)$, обусловленное 3D-неоднородностями обмена и анизотропии и описываемое формулой (31), показано на рис. 4, *a, b*. Жирные сплошные кривые на этих рисунках соответствуют суммарному эффекту, к которому приводят одновременное присутствие неоднородностей обмена и анизотропии при отсутствии взаимных корреляций между ними ($\gamma \neq 0, \eta \neq 0, \kappa = 0$), кривая 1 соответствует затуханию, обусловленному неоднородностями обмена ($\gamma \neq 0, \eta = 0$), а кривая 2 — неоднородностями анизотропии ($\gamma = 0, \eta \neq 0$). На рис. 4, *b* показано влияние кросскорреляций между неоднородностями обмена и анизотропии на затухание спиновых волн. Видно, что, как и для случая 1D-неоднородностей, положительные кросскорреляции (штриховая кривая, $\kappa > 0$) приводят к возрастанию, а отрицательные (штрихпунктирная кривая, $\kappa < 0$) — к уменьшению затухания волн. Изменение величины затухания под действием кросскорреляций является функцией k или соответственно частоты. Для $\kappa < 0$ наиболее сильное уменьшение затухания должно наблюдаться в окрестности $k \sim k_c$.

Приближенные выражения, соответствующие разложению точной формулы (31) в ряд при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$, имеют вид

$$\nu''/k_c^2 \approx \begin{cases} 2\eta^2 u - 8\eta^2 u^3 + 2u^5 \left(\frac{\gamma^2}{3} + \frac{35}{3} \kappa \gamma \eta + 16\eta^2 \right) & 2u \ll 1, \\ \frac{1}{2} \gamma^2 u^3 + u \left(\frac{7}{8} \gamma^2 - \gamma^2 \ln(2u) + \kappa \gamma \eta \right) + \frac{1}{2u} \left(\eta^2 + \frac{1}{2} \kappa \gamma \eta - \gamma^2 \ln(2u) \right), & 2u \gg 1. \end{cases} \quad (35)$$

5. Заключение

В работе исследовано влияние взаимных корреляций (кросскорреляций) между неоднородностями параметров обмена и магнитной анизотропии на модификацию закона дисперсии и затухание спиновых волн в ферромагнетике. Рассматривались как одно-, так и трехмерные неоднородности. Исследование проведено в первом исчезающем порядке теории возмущений, которому соответствуют квадраты относительных среднеквадратичных отклонений неоднородностей обмена (γ^2), магнитной анизотропии (η^2) и произведение среднеквадратичных отклонений ($\gamma\eta$) для члена, описывающего влияние кросскорреляций. Последний член характеризуется безразмерным коэффициентом корреляций κ , значения которого могут лежать в интервале $-1 < \kappa < 1$. Конкретные значения κ определяются микроскопической моделью неоднородностей, рассмотрение которой выходит за рамки настоящей работы. Поэтому численное исследование полученных общих аналитических выражений для законов дисперсии $\nu'(k)$ и затухания $\nu''(k)$

проводилось для трех значений: $\kappa = -0.8, 0$ и 0.8 . Значение $\kappa = 0$ соответствует суммарному действию на спектр и затухание спиновых волн взаимно некоррелированных неоднородностей обмена и анизотропии. При значениях $\kappa = 0.8$ и -0.8 графики полученных выражений описывают влияние положительных или отрицательных взаимных корреляций соответственно.

Показано, что положительные кросскорреляции приводят к большему отступлению закона дисперсии $\nu'(k)$ от невозмущенного закона по сравнению с суммарной действием взаимно некоррелированных неоднородностей. Положительные кросскорреляции вызывают также увеличение затухания спиновых волн. Отрицательные кросскорреляции приводят к обратным эффектам: уменьшению модификации закона дисперсии и уменьшению затухания. Изменяется также характер зависимости закона затухания ν'' от k : появляется своеобразное „окно“ со значительно уменьшенным затуханием в окрестности $k \sim k_c$.

Корреляции между неоднородностями различных параметров ферромагнетика возникают, в частности, тогда, когда имеется общая причина происхождения этих неоднородностей. Например, в аморфных сплавах как неоднородности обмена, так и неоднородности анизотропии в значительной мере являются следствием неоднородностей межатомных расстояний в этих материалах. Поэтому в этих сплавах можно ожидать существования корреляций ($\kappa \neq 0$) между неоднородностями обмена и магнитной анизотропии. При отжиге аморфные сплавы переходят в нанокристаллическое состояние, и эта причина для кросскорреляций исчезает. Следовательно, при отжиге аморфных сплавов можно ожидать уменьшения модуля коэффициента кросскорреляций или даже обращения его в нуль. Это приведет к изменению законов дисперсии и затухания спиновых волн.

Таким образом, сравнение полученных в работе закономерностей с результатами целенаправленных экспериментальных исследований модификаций законов дисперсии и затухания в неоднородных магнетиках позволило бы определить вклад кросскорреляций в формирование стохастически неоднородного основного состояния в аморфных магнитных сплавах.

Список литературы

- [1] В.А. Игнатченко, Р.С. Исхаков. ЖЭТФ **72**, 3, 1005 (1977).
- [2] В.А. Игнатченко, Р.С. Исхаков. ЖЭТФ **74**, 4, 1386 (1978).
- [3] В.А. Игнатченко, Р.С. Исхаков. ЖЭТФ **75**, 10, 1438 (1978).
- [4] М.В. Медведев. ФТТ **22**, 7, 1944 (1980).
- [5] М.В. Медведев, М.В. Садовский. ФТТ **23**, 7, 1943 (1981).
- [6] K. Handrich, R. Ötting. Phys. Status Solidi B **216**, 1073 (1999).
- [7] В.А. Игнатченко, Р.С. Исхаков. В сб.: Магнитные свойства кристаллических и аморфных сред / Под ред. В.А. Игнатченко. Наука, Новосибирск (1989). С. 128.
- [8] R.C. Bourret. Nuovo Cimento **26**, 1 (1962).
- [9] В.А. Игнатченко, Р.С. Исхаков. К спин-волновой спектроскопии аморфных магнетиков. Препринт Ин-та физики СО АН СССР № 268Ф. Красноярск (1984).