

ФЛУКТУАЦИИ ДРЕЙФОВОЙ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ В УСЛОВИЯХ РАЗМЕРНОГО ЭФФЕКТА ФУКСА

О. М. Булашенко, О. В. Кочелап

УДК 539.216.2 : 621.391.822.3

© 1992

Впервые проведено исследование флуктуации дрейфовой скорости электронов в условиях классического размерного эффекта, когда толщина пленки d меньше или порядка длины свободного пробега λ . Методом Монте-Карло рассчитаны автокорреляционные функции и спектральные плотности флуктуаций в зависимости от двух параметров: $\gamma = \lambda/d$ и p_r — степени зеркальности поверхности. Показано, что с увеличением γ , а также с уменьшением p_r в спектре флуктуации происходит перераспределение шума по частотам — падение в области низких частот и увеличение в области высоких. Спектр флуктуаций при $d < \lambda$ и $p_r \neq 1$ не является лоренцевским.

Исследование проводимости тонких металлических пленок представляет большой интерес в связи с многочисленными применениями в электронике, в частности для соединения деталей микросхем, микроконтактов и т. д. [1]. При уменьшении толщины пленки, когда ее поперечный размер d становится сравнимым со средней импульсной длиной рассеяния λ , помимо рассеяний в объеме становятся существенными столкновения электронов с поверхностью, что вызывает дополнительное сопротивление. Такое явление получило в литературе название классического размерного эффекта (в отличие от квантового, когда толщина пленки d становится сравнимой с длиной волны де-Бройля электронов). Первую количественную теорию этого эффекта предложил Фукс [2]. В дальнейшем этому вопросу посвящалось большое количество работ, основная часть которых связана с вычислением проводимости тонкой пленки в зависимости от температуры, толщины, условий отражения электронов на границе (см. обзор [3]).

Однако помимо проводимости не менее важной характеристикой явлений переноса являются флуктуации тока (дрейфовой скорости) относительно среднего значения. Основные характеристики флуктуаций случайной величины: автокорреляционная функция и спектральная плотность, связанные между собой преобразованием Фурье [4]. Для их вычисления наиболее удобным методом, позволяющим связать флуктуирующие величины с микроскопическим движением заряженных частиц, является метод Монте-Карло. В ряде работ методом Монте-Карло проводились расчеты этих функций для описания флуктуаций скорости носителей тока в некоторых полупроводниковых материалах: InP [5, 6], p -Ge [7], Si [8-11], GaAs [6, 8, 11-13], InSb [14].

Во всех перечисленных работах рассматривались объемные образцы, движение носителей в которых определялось только рассеянием внутри вещества. Изменение флуктуационных характеристик, обусловленное рассеянием на границах образца, т. е. в условиях размерного эффекта, насколько нам известно, не рассматривалось.

Цель данной работы состоит в выяснении основных закономерностей изменения автокорреляционной функции и спектральной плотности флуктуаций

дрейфовой скорости электронов в тонкой металлической пленке при уменьшении ее поперечных размеров и при изменении степени зеркальности поверхности.

1. Физическая модель

Пусть электроны с изотропным параболическим законом дисперсии движутся в стационарном электрическом поле, приложенном вдоль тонкой ($d \sim \lambda$) металлической пленки. Длина дебаевского экранирования в металлах намного меньше длины импульсного рассеяния, поэтому искажением поля вблизи поверхности можно пренебречь. Задача рассматривается для низких температур (~ 4 К), когда фононы выморожены и основное рассеяние происходит на примесях. В чистых монокристаллах при этих условиях длина пробега электронов может достигать нескольких сантиметров [15], а соответствующие частоты столкновений — 10^8 с⁻¹. Среднее время между столкновениями на примесях обозначим τ . При низких температурах из-за принципа Паули ускоряться, а также рассеиваться могут только электроны, находящиеся вблизи поверхности Ферми. Поэтому время τ можно считать не зависящим от энергии, а электроны, дающие вклад в проводимость, характеризовать одинаковой скоростью $V = V_F$, где V_F — скорость на поверхности Ферми. Электрон-электронными столкновениями пренебрегается.

Каждый акт рассеяния на примеси считается упругим и полностью хаотизирующим скорость электронов, т. е. рассеяние равновероятно по углам. Кроме столкновений в объеме, учитывается рассеяние электронов на поверхности, которое полагается упругим и характеризуется параметром Фукса p_r — вероятности зеркального отражения [2]. Значение $p_r = 1$ соответствует зеркальному отражению электронов, а $p_r = 0$ — диффузному.

Таким образом, задача имеет всего два безразмерных параметра: 1) $\gamma = \lambda/d = V_F \tau/d$ — отношение длины рассеяния к толщине пленки, 2) p_r — коэффициент отражения на границе.

Микроскопическое движение электрона представляется в виде последовательности случайных столкновений в объеме и на границах материала. Между столкновениями электрон движется баллистически, а время свободного пробега определяется вероятностным образом. Обозначим буквой V значение компоненты скорости электрона, параллельной напряженности электрического поля. Эта переменная и будет определять дрейфовую скорость электронов. Зная значения $V(t)$ каждого отдельного электрона в произвольный момент времени t , можно найти автокорреляционную функцию

$$C_v(t) = \langle \delta V(t') \delta V(t' + t) \rangle, \quad (1)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю, $\delta V(t) = V(t) - \langle V \rangle$ — флуктуация скорости относительно среднего значения $\langle V \rangle$. Для стационарного процесса функция $C_v(t)$ не зависит от выбора момента времени t' .

Спектральная плотность $S_v(\omega)$ и автокорреляционная функция $C_v(t)$ связаны, согласно теореме Винера—Хинчина [4], соотношением

$$S_v(\omega) = 4 \int_0^{\infty} C_v(t) \cos \omega t dt. \quad (2)$$

Вычисление функций $C_v(t)$ и $S_v(\omega)$ по формулам (1), (2) в зависимости от параметров γ и p_r — цель данной работы.

2. Моделирование методом Монте-Карло

В металлах дрейфовая скорость электронов обычно намного меньше V_F , т. е. приращение скорости на длине свободного пробега, обусловленное действием электрического поля, мало. Поэтому, рассматривая флуктуации скорости относительно средней, достаточно рассмотреть флуктуации самой величины скорости, считая, что среднее значение пренебрежимо мало. Случайный процесс является стационарным и эргодическим, поэтому вместо усреднения по ансамблю будем проводить усреднение по времени.

Для решения задачи используется одночастичный метод Монте-Карло, основные принципы которого достаточно хорошо описаны в [16]. Траектория электрона моделируется в виде последовательности случайных событий, состоящих из участков свободного пробега и столкновений. Так как вероятность пролета электроном времени t_r без столкновений описывается экспоненциальным законом $\exp(-t_r/\tau)$, розыгрыш t_r осуществляется по формуле [16] $t_r = -\tau \ln r$, где r — случайное число с равномерной плотностью вероятности на отрезке $[0; 1]$. При зеркальном рассеянии на поверхности для наших условий угол отражения равен углу падения. Поэтому при моделировании компонента скорости электрона, перпендикулярная границе после зеркального отражения, меняет знак. Остальные компоненты скорости остаются неизменными. При диффузном рассеянии связь между углами падения и отражения теряется. Происходит хаотизация скорости того же типа, что и при столкновениях в объеме. Но при этом для розыгрыша угла диффузного отражения θ_r необходимо учесть тот факт, что должно выполняться равенство потоков электронов к границе и от границы. Равенство потоков обеспечивает однородность концентрации электронов по толщине пленки и выполнение условия квазинейтральности. Из этого условия следует, что электрон вылетает с поверхности в направлении Ω внутри элементарного телесного угла $d\Omega$ с вероятностью $\cos \theta d\Omega/\pi$, где θ — угол по отношению к нормали. Косинусный закон для диффузно рассеивающихся частиц, в данном случае — электронов, имеет место также в теории излучения (закон Ламберта) и в теории рассеяния молекул газа поверхностью (закон Кнудсена) [17]. Соотношение между равномерно распределенным случайным числом r и θ_r имеет вид

$$r = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_r} \cos \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi. \quad (3)$$

Отсюда можно получить формулу для косинуса угла диффузного отражения электронов от поверхности

$$\cos \theta_r = \sqrt{r}, \quad (4)$$

где r — случайное число, $r \in [0; 1]$.

Отслеживая траекторию электрона, значения компоненты скорости V , параллельной полю, записываем в память ЭВМ через равные промежутки времени Δt . Длина прослеживаемой траектории содержит $\sim 10^5$ столкновений, хаотизирующих скорость. Полученный временной ряд $V(t_j)$, определенный в N точках, используется для вычисления автокорреляционной функции

$$C_v(t_j) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-j} V(t_i) V(t_i + j\Delta t), \quad j = 0, N_T. \quad (5)$$

Формула (5) дает $(N_T + 1)$ значение автокорреляционной функции в моменты времени $t_j = j\Delta t$.

Функция $S_v(\omega)$ рассчитывается как интеграл (2) по формуле трапеций.

Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2. Рассмотрим некоторые особенности функций $C_v(t)$ и $S_v(\omega)$. Для удобства нормируем эти функции соответственно на $1/3 \cdot V_F^2$ и на $4/3 \cdot V_F^2 \tau$. На рис. 1, а приводятся кривые $C_v(t)$ для разных значений γ и при $p_r=0$ (полностью диффузное отражение). Значение $\gamma=0$ соответствует случаю $\lambda \ll d$, когда границы пленки бесконечно удалены и не влияют на процессы рассеяния электронов.

В работе [6] отмечалось, что если выполнены следующие условия: 1) вероятность пролета электрона без рассеяния подчиняется экспоненциальному закону, 2) каждый акт рассеяния полностью хаотизирует скорость, то автокорреля-

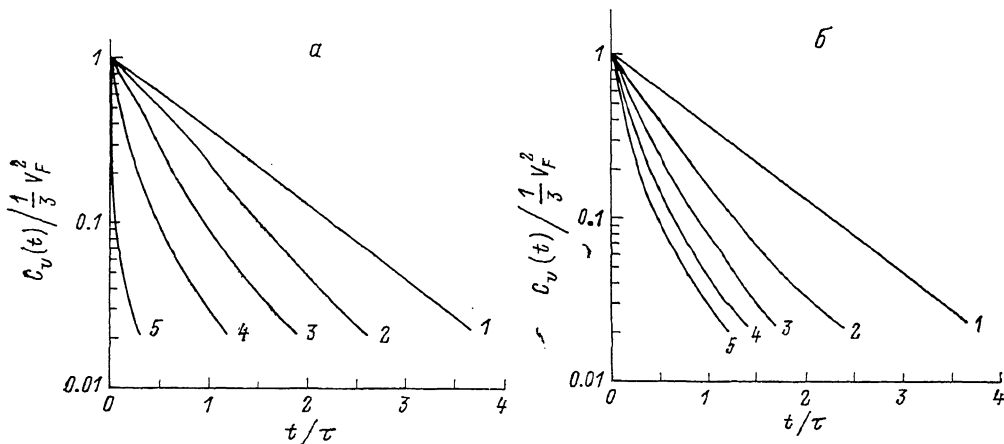


Рис. 1. Автокорреляционная функция флуктуаций дрейфовой скорости электронов для $p_r=0$ в зависимости от параметра γ (а) и для $\gamma=10$ в зависимости от параметра p_r (б).

$\gamma=0$ (1), 1 (2), 3 (3), 10 (4), 100 (5); $p_r=1$ (1), 0,75 (2), 0,5 (3), 0,25 (4), 0 (5).

ляционная функция скорости должна иметь вид экспоненты с характерным временем убывания, равным τ — среднему времени пробега. В нашей задаче эти условия выполняются. Полученная из расчетов функция $C_v(t)$ соответствует теоретической. Кривая 1 на рис. 1, а практически совпадает с функцией $\exp(-t/\tau)$ (в полулогарифмическом масштабе — прямая линия). Значение $C_v(t)$ при $t=0$ в данном случае равно $1/3 \cdot V_F^2$, что соответствует значению $\langle V^2 \rangle$ — среднему квадрату компоненты скорости, параллельной полю. Этим объясняется величина нормировки автокорреляционной функции. Время τ при $\gamma=0$ фактически играет роль времени корреляции.

Рассмотрим кривые $C_v(t)$ при $\gamma \neq 0$. С возрастанием γ характерное время спада уменьшается. Диффузное рассеяние электронов на границе пленки вызывает уменьшение средней эффективной длины свободного пробега и соответственно времени корреляции. Однако поведение кривых $C_v(t)$ уже нельзя описать экспоненциальной функцией: чем больше γ , тем больше отклонение от экспоненты.

Зависимости $C_v(t)$ при $\gamma=10$ и разных коэффициентах отражения p_r представлены на рис. 1, б. По мере увеличения диффузности отражения ($p_r \rightarrow 0$) время спада уменьшается. Зеркальные отражения изменяют знак компоненты скорости, перпендикулярной границе, но не хаотизируют скорость, т. е. компонента, параллельная поверхности пленки, остается неизменной. Поэтому время корреляции и соответственно характерное время спада автокорреляционной функции определяются только диффузными отражениями и столкновениями в объеме. При $p_r=1$, когда диффузные отражения отсутствуют, рассчитан-

ные значения кривой $C_v(t)$ точно совпадают со значениями автокорреляционной функции, вычисленными при $\gamma=0$, т. е. для безграничного случая. Это соответствует и теории Фукса, согласно которой сопротивление тонкой пленки с зеркальными поверхностями тождественно сопротивлению объемного образца, если поверхность Ферми материала сферически-симметрична.

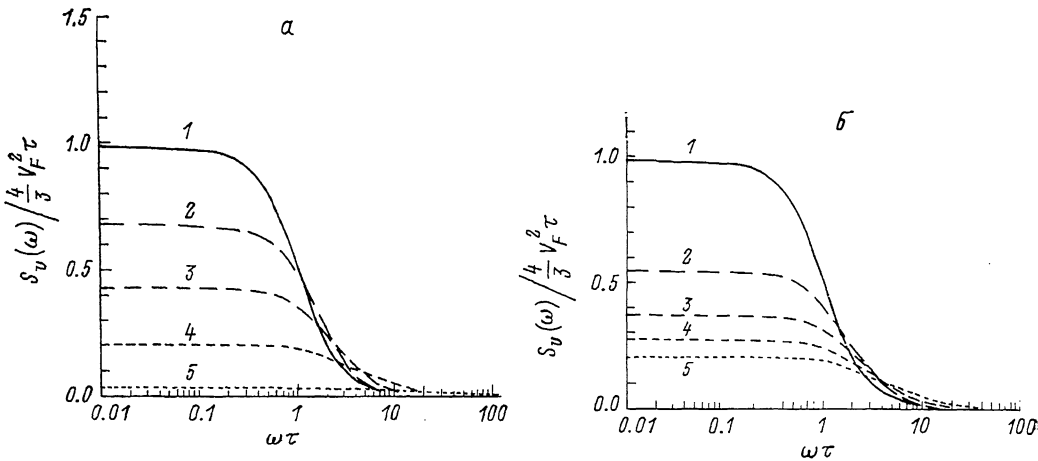


Рис. 2. Спектральная плотность флуктуаций дрейфовой скорости электронов для $p_c=0$ в зависимости от параметра γ (а) и для $\gamma=10$ в зависимости от параметра p_r (б).

$\gamma=0$ (1), 1 (2), 3 (3), 10 (4), 100 (5); $p_r=1$ (1), 0.75 (2), 0.5 (3), 0.25 (4), 0. (5).

На рис. 2, а, б представлены кривые для спектральной плотности флуктуаций скорости $S_v(\omega)$, соответствующие автокорреляционным функциям $C_v(t)$ рис. 1, а, б.

При $\gamma=0$, когда $C_v(t)$ определяется формулой

$$C_v(t) = \frac{1}{3} V_F^2 e^{-t/\tau}, \quad (6)$$

соответствующая $S_v(\omega)$ имеет лоренцевский вид

$$S_v(\omega) = \frac{4}{3} V_F^2 \tau \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (7)$$

Расчитанные значения хорошо совпадают с этой зависимостью. Значение $S_v(\omega)$ при $\omega \rightarrow 0$ связано с коэффициентом диффузии частицы в неограниченном образце формулой [18]

$$S_v(\omega)|_{\omega \rightarrow 0} = 4D. \quad (8)$$

В данном случае

$$D = \frac{1}{3} V_F^2 \tau = \frac{1}{3} V_F \lambda, \quad (9)$$

что соответствует выражению для классического коэффициента диффузии в кинетической теории газов.

При диффузном отражении электронов с уменьшением толщины пленки величина $S_v(\omega)$ в области низких частот уменьшается с одновременным увеличением в области высоких (рис. 2, а). Аналогичное явление происходит при увеличении степени диффузности рассеяния на поверхности для фиксированного γ (рис. 2, б). Общая площадь под кривой $S_v(\omega)$, характеризующая интегральный шум, соответствует значению автокорреляционной функции при $t=0$, т. е. дисперсии случайной величины V

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} S_v(\omega) d\omega = C_v(0) = \langle V^2 \rangle. \quad (10)$$

Эта величина с изменением γ и p_r остается неизменной. Таким образом, в рассмотренном случае наличие поверхности образца, диффузно отражающей электроны, приводит к перераспределению шума по частотам при сохранении его интеграла по спектру. Главная особенность этого перераспределения состоит в подавлении шума в низкочастотной области.

Как известно, флуктуации системы, находящейся в термодинамическом равновесии, должны выражаться через линейный отклик на внешнее возмущение. Это утверждение следует из флуктуационно-диссипационной теоремы [19]. Условия нашей задачи соответствуют равновесным, так как электрическое поле является слабым и поправка к равновесной функции распределения мала. Поэтому следует ожидать, что значение спектральной плотности флуктуаций

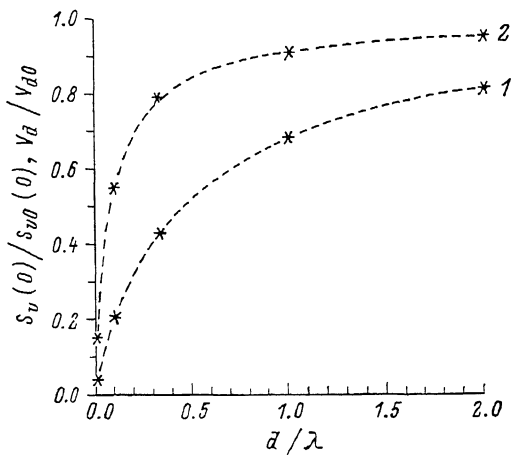


Рис. 3. Зависимости дрейфовой скорости электронов V_d (работа [20]) и низкочастотной спектральной плотности флуктуаций $S_v(0)$, нормированные на объемные значения, от толщины пленки d .

— $p_r=0, 2$ — 0.75. Штриховые линии — V_d/V_{d0} , точки — $S_v(0)/S_{v0}(0)$.

дрейфовой скорости при $\omega \rightarrow 0$ пропорционально самой дрейфовой скорости, которая является линейным откликом системы. Для сравнения воспользуемся данными по сопротивлению тонкой металлической пленки, вычисленными в условиях модели Фукса и приведенными в обзоре [20]. На рис. 3 приводятся зависимости дрейфовой скорости V_d (обратно пропорциональной сопротивлению пленки) и низкочастотной спектральной плотности флуктуаций $S_v(0)$, нормированные на соответствующие значения для объемного образца, от толщины пленки (в единицах λ). Кривые представлены для двух значений параметра зеркальности: $p_r=0$ и 0.75. Высокая точность совпадения говорит о том, что для низкочастотных флуктуаций выполняется флуктуационно-диссипационная теорема. Этот результат позволяет для вычисления $S_v(0)$ в некоторых предельных случаях использовать аналитические формулы, полученные для сопротивления тонкой пленки. По аналогии с выражениями, приведенными в [20], можно записать:

1) для $\gamma \gg 1, p_r \ll 1$

$$S_v(0) = V_F^2 \tau \frac{\ln \gamma}{1} (1 + 2p_r), \quad (11)$$

2) для $\gamma \ll 1$

$$S_v(0) = \frac{4}{3} V_F^2 \tau \left(1 - \frac{3}{8} \gamma (1 - p_r) \right). \quad (12)$$

При $d < \lambda$ функция $S_v(\omega)$ не является лоренцевской, так как соответствующая автокорреляционная функция $C_v(t)$ не экспоненциальна. Поэтому зависимость спектральной плотности флуктуаций от частоты нельзя описать с хорошей точностью формулой вида (7), необходимо делать численные расчеты.

В заключение перечислим основные результаты работы и сделаем выводы.

Впервые проведено исследование флуктуаций скорости электронов в тонкой металлической пленке в условиях размерного эффекта Фукса. Методом Монте-Карло рассчитаны основные шумовые характеристики: автокорреляционная функция и спектральная плотность флуктуаций в зависимости от толщины пленки и условий отражения электронов на границе. Показано, что автокорреляционные функции в тонкой пленке ($d < \lambda$) не описываются экспоненциальной функцией, как это имело место для безграничного образца, а соответствующее спектральное распределение шума не является лоренцевским. С уменьшением толщины d , а также с увеличением степени диффузности поверхности происходит перераспределение шумов по спектру — уменьшение в области низких частот и увеличение в области высоких. Эффект размерного подавления низкочастотных шумов может быть достаточно сильным и достигать, к примеру, нескольких десятков раз при $d \sim 0.01\lambda$. Показано что для низкочастотных флуктуаций выполняется флуктуационно-диссипационная теорема.

Список литературы

- [1] Active and passive thin film devices / Ed. T. J. Coutts. N. Y., 1978. 858 p.
- [2] Fuchs K. // Proc. Cambridge Phil. Soc. 1938. V. 34. N 1. P. 100—108.
- [3] Tellier C. R., Tosser A. J. Size effects in metallic thin films. Amsterdam, 1982. 310 p.
- [4] Ван-дер-Зил А. Флуктуационные явления в полупроводниках. М., 1961. 232 с.
- [5] Hill G., Robson P. N., Fawcett W. // J. Appl. Phys. 1979. V. 50. N 1. P. 356—360.
- [6] Deb Roy M., Nag B. R. // Appl. Phys. A. 1982. V. 28. N 3. P. 195—204.
- [7] Барейкис В., Гальдикас А., Милюшите П., Матуленис А. // ФТП. 1979. Т. 13. № 6. С. 1123—1126.
- [8] Fauquembergue R., Zimmerman J., Kaszynski A., Constant E., Microondes G. // J. Appl. Phys. 1980. V. 51. N 2. P. 1065—1071.
- [9] Zimmerman J., Constant E. // Sol. St. Electron. 1980. V. 23. N 9. P. 915—925.
- [10] Ferry D. K., Barker J. R. // J. Appl. Phys. 1981. V. 52. N 2. P. 818—824.
- [11] Brunetti R., Jacoboni C. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. N 10. P. 5739—5748.
- [12] Grondin R. O., Blakey P. A., East J. R., Rothman E. D. // IEEE Trans. Electron Dev. 1981. V. 28. N 8. P. 914—923.
- [13] Nag B. R., Ashmed S. R., Deb Roy M. // Appl. Phys. A. 1986. V. 41. P. 197—199.
- [14] Deb Roy M., Nag B. R. // Appl. Phys. A. 1981. V. 26. N 2. P. 131—138.
- [15] Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М., 1978. 792 с.
- [16] Jacoboni C., Reggiani L. // Rev. Mod. Phys. 1983. V. 55. N 3. P. 645—705.
- [17] Гудман Ф., Вахман Г. Динамика рассеяния газа поверхностью. М., 1980. 423 с.
- [18] Price P. J. Fluctuation Phenomena in solids / Ed. R. E. Burgess. N. Y., London, 1965. P. 355—380.
- [19] Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Статистическая физика. Ч. I. М., 1976. 584 с.
- [20] Чопра К. Л. Электрические явления в тонких пленках. М., 1972. 435 с.

Институт полупроводников АН Украины
Киев

Поступило в Редакцию
26 июля 1991 г.