1992 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 34, № 1
1992 SOLID STATE PHYSICS Vol. 34, N 1

УДК 534.2 : 539.2

ВЛИЯНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ПРОВОДНИКА И ГЕНЕРАЦИЯ КОМБИНАЦИОННЫХ ГАРМОНИК

А. П. Копасов

Рассматривается отражение электромагнитной волны частоты ω_1 от проводника, в котором возбужден продольный звук частоты ω_2 с вектором смещения, нормальным к поверхности, при аномальном скин-эффекте. Если $\omega_2 \neq 2\omega_1$, то акустическая волна вызывает появление нелинейной поправки к электромагнитному поверхностному импедансу $\Delta\zeta_{NL}$, квадратичной по амплитуде звука, причем $\Delta\zeta_{NL}(\omega_1) = \Delta\zeta^c_{NL}(\omega_1) + \Delta\zeta^h_{NL}(\omega_1)$, где $\Delta\zeta^c_{NL}(\omega_1)$ — вклад, обусловленный нелинейным откликом электронной системы, квадратичным по амплитуде акустической волны и линейным по амплитуде электромагнитной; $\Delta\zeta^h_{NL}(\omega_1)$ — вклад, связанный с генерацией комбинационных гармоник. Его появление объясняется следующим образом. Электромагнитная волна и звук генерируют электромагнитное излучение комбинационных частот $\omega \pm \omega_2$, которое, смешиваясь со звуком частоты ω_2, дает дополнительное излучение на частоте ω_1, что эквивалентно некоторому изменению импеданса. В настоящей работе получено выражение для $\Delta\zeta^h_{NL}$. Показано, что вклад $\Delta\zeta^h_{NL}$ не является малым по сравнению с $\Delta\zeta^c_{NL}$ (выражение для $\Delta\zeta^c_{NL}$ было получено ранее в [2]).

Изменение импеданса, вызванное акустической волной, может быть использовано для бесконтактной регистрации неизлучающего звука. Приведенные в работе оценки показывают, что данный метод позволяет регистрировать звук весьма малой интенсивности в диапазоне частот $\sim$1 ГГц.

Нелинейное взаимодействие акустических и электромагнитных волн при аномальном скин-эффекте изучалось в работах [1, 2]. В частности, там было показано, что возбужденная в проводнике звуковая волна весьма малой интенсивности может заметно влиять на электромагнитный поверхностный импеданс, если обе волны (акустическая и электромагнитная) эффективно взаимодействуют с одной и той же группой электронов. В случае, когда частоты волн одного порядка, последнее будет иметь место при глубине скин-слоя, близкой к длине волны звука. (В условиях аномального скин-эффекта основным механизмом нелинейности является нелинейность уравнений движения электронов в переменных неоднородных полях).

Заметим, что нелинейное взаимодействие акустических и электромагнитных волн может быть использовано для бесконтактной регистрации неизлучающего звука. Обычно бесконтактная регистрация звука в проводниках осуществляется путем приема излучаемых звуком электромагнитных волн. Если в проводнике возбужден продольный звук с вектором смещения, перпендикулярным к плоской поверхности образца, то электромагнитного излучения нет (в пренебрежении краевыми эффектами). В этом случае звук может быть зарегистрирован по изменению поверхностного импеданса, обусловленному акустической волной.

Если $\omega_2 \neq 2\omega_1$ (ω_2 — частота звука, ω_1 — частота электромагнитной волны), то нелинейная поправка к импедансу $\Delta\zeta_{NL}(\omega_1)$ квадратична по амплитуде звука, причем $\Delta\zeta_{NL}(\omega_1) = \Delta\zeta^c_{NL}(\omega_1) + \Delta\zeta^h_{NL}(\omega_1)$, где $\Delta\zeta^c_{NL}(\omega_1)$ — вклад, обусловленный нелинейным откликом электронной системы, квадратичным по амплитуде акустической волны и линейным по амплитуде электромагнитной; $\Delta\zeta^h_{NL}(\omega_1)$ — вклад, связанный с генерацией комбинационных гармоник. Действительно, электромагнитная волна частоты ω_1 и звуковая волна частоты ω_2 генерируют электромагнитное излучение комбинационных частот $\omega_1+\omega_2$ [1]. В свою очередь электромагнитное поле комбинационных частот $\omega_1+\omega_2$, смешиваясь со звуком частоты ω_2, дает дополнительное излучение на частоте ω_1, что эквивалентно некоторому изменению импеданса. Выражение для поправки к импедансу $\Delta\zeta^c_{NL}$ получено в работе [2]. Вклад процессов генерации комбинационных гармоник в импеданс $\Delta\zeta^h_{NL}$ ранее не рассматривался. Исследование данного эффекта является целью настоящей работы. Как будет видно из дальнейшего, его роль оказывается существенной.

Итак, пусть электромагнитная волна частоты ω_1 падает нормально на проводник, занимающий полупространство $z>0$. Будем считать, что в проводнике возбуждена продольная акустическая волна частоты ω_2 с вектором смещения $\mathbf{u}$, перпендикулярным к поверхности. Рассмотрим случай изотропного закона дисперсии электронов и зеркального отражения их поверхностью (характер поверхностного отражения и анизотропия закона дисперсии не сильно влияют на рассматриваемые эффекты; полученные ниже оценки остаются справедливыми в общем случае).

Сначала нам следует найти электромагнитное поле на частоте $\omega=\omega_1+$ $+\omega_2$—$\mathbf{E}^{(cr)}(z,\ t)$

$$\mathbf{E}^{(cr)}(z,\ t)=\mathbf{E}^{(cr)}(z,\ \omega)\exp\{-i\omega t\}+\text{к. с.}$$

Оно определяется из уравнений Максвелла

$$-\frac{d^2\mathbf{E}^{(cr)}}{dz^2}(z,\ \omega)=\frac{4\pi i\omega}{c^2}\,\hat{\sigma}(\omega)\,\mathbf{E}^{(cr)}(z,\ \omega)+\frac{4\pi i\omega}{c^2}\,\mathbf{j}^{(cr)}(z,\ \omega) \tag{1}$$

с граничным условием

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}^{(cr)}(z,\ \omega)\big|_{z=0}=-i\frac{\omega}{c}\left[\mathbf{n}\mathbf{E}^{(cr)}(0,\ \omega)\right], \tag{2}$$

соответствующим излучению, где $\mathbf{n}$ — единичный вектор вдоль оси z; $\hat{\sigma}(\omega)$ — оператор линейной нелокальной проводимости; $\mathbf{j}^{(cr)}(z,\ \omega)$ — амплитуда нелинейного тока на частоте ω, которая пропорциональна как амплитуде звука, так и амплитуде падающей на проводник электромагнитной волны.

Выражение для $\mathbf{j}^{(cr)}(z,\omega)$ было получено в [1]. Из него следует, что поляризация $\mathbf{j}^{(cr)}(z,\omega)$ совпадает с поляризацией электрического поля на частоте ω_1 — $\mathbf{E}(z,\ \omega_1)$. Следовательно, при линейной поляризации падающей волны все интересующие нас здесь электрические поля и токи будут иметь ту же поляризацию. Поэтому далее мы будем опускать соответствующие векторные индексы, считая падающую волну линейно-поляризованной. Ток $\mathbf{j}^{(cr)}$ вычислялся в [1] с использованием обычного приема продолжения решения кинетического уравнения с полупространства $z>0$ на область $z<0$, причем поперечное электрическое и поле деформации продолжались четным образом, а магнитное поле волны, которое также существенно, — нечетным. При таком продолжении ток $\mathbf{j}^{(cr)}(z,\ \omega)$ оказывается четной функцией z.

Уравнение (1) также решается путем четного продолжения решения на область $z<0$ и перехода к Фурье-представлению

$$E^{(cr)}(k,\ \omega)=\frac{1}{2\pi}\int dz e^{-ikz}E^{(cr)}(z,\ \omega),$$

$$j^{(cr)}(k,\ \omega)=\frac{1}{2\pi}\int dz e^{-ikz}j^{(cr)}(z,\ \omega).$$

Используя выражение для $\mathbf{j}^{(cr)}(k, \omega)$ (см. формулы (22), (24), (25) работы [1]) и учитывая малость поверхностного импеданса, компоненту Фурье поля $E^{(cr)}(z, \omega)$ можно представить в виде

$$E^{(cr)}(k, \omega) = \operatorname{sign}\omega \left| \frac{\omega}{\omega_1} \right| \left(\frac{k_s(\omega_2)}{\chi(\omega_1)} \right) \frac{(v_F\tau)^2 \chi^2(\omega_1)}{(\omega_2\tau + i)^2} \frac{\bar{\Lambda}_{zz}\bar{u}_{zz}(\omega_2)}{\bar{\varepsilon}} \times$$
$$\times \left(i \frac{\omega_1}{c} \frac{E(0, \omega_1)}{\zeta_L(\omega_1)\chi^2(\omega_1)} \right) \Phi(k/\chi(\omega), \omega_1, \omega_2), \tag{3}$$

где $k_s(\omega_2) = \omega_2/s$ — волновое число звука, s — скорость звука, v_F — скорость Ферми, τ — время свободного пробега, $\chi^{-1}(\omega_1)$ — глубина скин-слоя на частоте ω_1, $\zeta_L(\omega_1)$ — линейный поверхностный импеданс, для которых при зеркальном отражении имеем [3]

$$\chi(\omega) = |e^2 p_F^2 c^{-2} \omega|^{1/3},$$
$$\zeta_L(\omega) = \frac{4|\omega|}{3\sqrt{3}\, c\chi(\omega)} \exp\left\{ -i\frac{\pi}{3}\operatorname{sign}\omega \right\}, \tag{4}$$

p_F — импульс Ферми; c — скорость света; $E(0, \omega_1)$ — амплитуда электрического поля частоты ω_1 на поверхности проводника

$$\bar{\varepsilon} = [v_F^2/2(\partial v_z/\partial p_z)]|_{p_z=0,\, \varepsilon=\varepsilon_F},$$

ε_F — энергия Ферми; v_z и p_z — компоненты скорости и квазиимпульса вдоль оси z; $\bar{\varepsilon} \sim \varepsilon_F$; $\bar{\Lambda}_{zz} = -1/3 \cdot \lambda_2(p_F^2)$, где $\lambda_2(p^2)$ есть функция, входящая в выражение для введенного, согласно [4], деформационного потенциала $\lambda_{ik}(p)$, справедливое при изотропном законе дисперсии

$$\lambda_{ik}(p) = \lambda_1(p^2)\delta_{ik} + \lambda_2(p^2) p_i p_k/p^2.$$

При получении (3) считалось, что длина затухания звука частоты ω_2 много больше $\chi^{-1}(\omega)$, $\chi^{-1}(\omega_1)$.

Если звук возбуждается с поверхности $z=0$, то деформацию $u_{zz}(z, t)$ после четного продолжения можно представить в виде

$$u_{zz}(z, t) = \bar{u}_{zz}(\omega_2) \exp\{ik_s(\omega_2)|z| - i\omega_2 t\} + \text{к. с.} \tag{5}$$

Если же звук возбуждается со второй поверхности массивного проводника, а поверхность $z=0$ является свободной, то

$$u_{zz}(z, t) = \bar{u}(\omega_2) \sin(k_s(\omega_2)|z|) \exp\{-i\omega_2 t\} + \text{к. с.} \tag{6}$$

Выражениями (5) и (6) определяется входящая в (3) амплитуда деформации $\bar{u}_{zz}(\omega_2)$ у поверхности проводника.

Функция $\Phi(k, \omega_1, \omega_2)$ имеет вид

$$\Phi(k, \omega_1, \omega_2) = -i\pi(\chi(\omega_1)/k_s(\omega_2))^2 e_\perp(k, \omega) \int_{-\infty}^{\infty} dk_1 dk_2 \delta(k - k_1 - k_2) \times$$
$$\times e_\perp(k_1\chi(\omega)/\chi(\omega_1), \omega_1) e_\parallel(k_2\chi(\omega)/k_s(\omega_2), \omega_2) \times$$
$$\times \left\{ \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{\Theta(-kk_2) kk_1 |k_2|}{\left(k_1 - k_2 \frac{\omega_1\tau}{\omega_2\tau + i}\right)^2} + \frac{\Theta(-kk_1) kk_2 |k_1|}{\left(k_2 \frac{\omega_1\tau + i}{\omega_2\tau + i} - k_1 \frac{\omega_2\tau}{\omega_2\tau + i}\right)^2} \right\}, \tag{7}$$

где $\Theta(-kk_1)$ — тэта-функция,

$$e_\perp(k, \omega) = -(1/\pi)(k^2 - i\operatorname{sign}\omega/|k|)^{-1}. \tag{8}$$

Функция $e_\parallel(k_2, \omega_2)$ при возбуждении звука с поверхности $z=0$ определяется выражением

$$e_\parallel(k_2, \omega_2) = (i/\pi)(1 - k^2 + i\,\mathrm{sign}\,\omega_2)^{-1}. \tag{9}$$

Если поверхность $z=0$ является свободной, то

$$e_\parallel(k_2, \omega_2) = (1/\pi)(1 - k_2^2)^{-1}. \tag{10}$$

Особенность при $k_2^2=1$ в (10) должна интегрироваться в смысле главного значения. (Фигурирующие в (7)—(10) переменные k, k_1, k_2 являются безразмерными).

Компонента Фурье электрического поля разностной частоты может быть получена из (3) заменой ω_1 на $-\omega_1$ или ω_2 на $-\omega_2$ (заметим, что, согласно (5), $\bar{u}_{zz}(-\omega_2) = \bar{u}^*_{zz}(\omega_2)$, тогда как из (6) следует $\bar{u}_{zz}(-\omega_2) = -\bar{u}^*_{zz}(\omega_2)$).

Теперь нам необходимо найти амплитуду электрического поля частоты ω_1 на поверхности проводника $\Delta E\,(0, \omega_1)$, которое генерируется электромагнитным полем комбинационных частот $\omega_1 \pm \omega_2$ и звуковой волной частоты ω_2. Соответствующая нелинейная поправка к импедансу $\Delta\zeta^h_{NL}(\omega_1) = \zeta_L(\omega_1)\,(\Delta E\,(0, \omega_1)/E\,(0, \omega_1))$. Используя выражение для компонент Фурье поля комбинационных частот (3), выражение для $j^{(cr)}$ из [1], после некоторых преобразований можно получить

$$\frac{\Delta\zeta^h_{NL}(\omega_1)}{\zeta_L(\omega_1)} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}\, e^{i\frac{\pi}{3}} \left|\frac{\bar{\Lambda}_{zz}\bar{u}_{zz}(\omega_2)}{\bar{\varepsilon}}\right|^2 \frac{l^4\chi^4(\omega_1)}{[(\omega_2\tau)^2+1]^2} \times$$

$$\times \{A(\omega_1, \omega_2) + B(\omega_1, \omega_2) + A(\omega_1, -\omega_2) + B(\omega_1, -\omega_2),\quad \omega_1 > 0, \tag{11}$$

где

$$A(\omega_1, \omega_2) = -2\pi\gamma\,\frac{\omega_2}{\omega_1}\int_0^\infty dk_1 \int_0^{k_1} dk_2\, e_\perp(k_1 - k_2, \omega_1) \times$$

$$\times\, e_\parallel(k_2\chi(\omega_1)/k_s(\omega_2), -\omega_2)\,\Phi(k_1\chi(\omega_1)/\chi(\omega_1+\omega_2), \omega_1, \omega_2)\, k_1 k_2 (k_1 - k_2) \times$$

$$\times \left(k_1 + k_2\,\frac{(\omega_1+\omega_2)\tau}{i - \omega_2\tau}\right)^{-2}, \tag{12}$$

$$B(\omega_1, \omega_2) = 2\pi\gamma\,\frac{\omega_1+\omega_2}{\omega_1}\int_0^\infty dk_2 \int_0^{k_2} dk_1\, e_\perp(k_1 - k_2, \omega_1) \times$$

$$\times\, e_\parallel(k_2\chi(\omega_1)/k_s(\omega_2), -\omega_2)\,\Phi(k_1\chi(\omega_1)/\chi(\omega_1+\omega_2), \omega_1, \omega_2)\, k_1 k_2 (k_2 - k_1) \times$$

$$\times \left(k_1\,\frac{\omega_2\tau}{i - \omega_2\tau} - k_2\,\frac{(\omega_1+\omega_2)\tau + i}{i - \omega_2\tau}\right)^{-2}, \tag{13}$$

$l = v_F\tau$ — длина свободного пробега. Входящий в (12) и (13) множитель $\gamma=1$, если справедливо выражение (10), и $\gamma=-1$, если выполняется (9).

Пусть частоты ω_1 и ω_2 одного порядка и, кроме того, $k_s(\omega_2)/\chi(\omega_1) \sim 1$. В металлах и полуметаллах последнее условие выполняется на частотах $\omega_{1,2} \leqslant 10^9$. При этом обычно $\omega_{1,2}\tau \leqslant 1$. В данной ситуации основной вклад в интегралы (12) и (13) дает область k_1, $k_2 \sim 1$, причем характерные значения подынтегральных выражений в этой области тоже порядка единицы. Следовательно, $|A(\omega_1, \pm\omega_2)| \sim |B(\omega_1, \pm\omega_2)| \sim 1$ и справедлива оценка

$$\frac{\Delta\zeta^h_{NL}(\omega_1)}{\zeta_L(\omega_1)} \sim \left|\frac{\bar{\Lambda}_{zz}\bar{u}_{zz}(\omega_2)}{\bar{\varepsilon}}\right|^2 (k_s(\omega_2)\, l)^4 = (\omega_0\tau)^4. \tag{14}$$

Величина $\bar{\Lambda}_{zz}\bar{u}_{zz}(\omega_2)$ есть амплитуда создаваемого звуком эффективного потенциального поля; ω_0 — характерная частота колебаний электронов, захваченных звуковой волной. Согласно [2], поправка $\Delta\zeta^{e}_{NL}(\omega_1)$ в рассматриваемом случае того же порядка, что и $\Delta\zeta^{h}_{NL}(\omega_1)$.

Как уже отмечалось выше, изменение импеданса, вызванное акустической волной, может быть использовано для бесконтактной регистрации неизлучающего звука. В условиях, когда справедлива оценка (14), для минимальной регистрируемой интенсивности звука $P_{\min}$ имеем $P_{\min} \sim P_0 (\Delta\zeta/\zeta)_{\min}$, где P_0 — интенсивность звука, при которой параметр $\omega_0\tau=1$, $(\Delta\zeta/\zeta)_{\min}$ — минимальное регистрируемое относительное изменение импеданса. В чистых металлах и полуметаллах при гелиевых температурах $P_0 \sim 0.1 \div 0.01$ Вт/см^2, полагая $(\Delta\zeta/\zeta)_{\min} \sim 10^{-6}$, что является вполне реальным, получаем $P_{\min} \sim 10^{7} \div 10^{-8}$ Вт/см^2 (в диапазоне частот ~ 1 ГГц).

Когда частота звука $\omega_2=2\omega_1$, то возникает поправка к импедансу, линейная по амплитуде звука [1] (в данной ситуации имеет место вырожденное параметрическое взаимодействие электромагнитной и звуковой волн). Если при этом $k_s(\omega_2)/\chi(\omega_1) \sim 1$, то, как следует из результатов [1], $P_{\min} \sim P_0 (\Delta\zeta/\zeta)^2_{\min}$. Отсюда при $P_0 \sim 0.1 \div 0.01$ Вт/см^2, $(\Delta\zeta/\zeta)_{\min} \sim 10^{-6}$ получаем $P_{\min} \sim 10^{-13} \div 10^{-14}$ Вт/см^2.

Как мы видим, данный метод позволяет регистрировать звук малой интенсивности. Следует, однако, принимать во внимание, что мы рассматривали здесь (так же, как и в [1, 2]) случай распространения звука строго нормально к плоской поверхности проводника. При отклонении направления распространения звука от нормали на конечный угол $\Delta\psi$ и/или при конечной расходимости звукового пучка $\Delta\psi_D$ влияние акустической волны на поверхностный импеданс может заметно ослабиться. Нетрудно убедиться, что приведенные выше оценки для $P_{\min}$ остаются справедливыми при выполнении условий $\Delta\psi$, $\Delta\psi_D \lessdot |\omega_1 + i\tau^{-1}|/v_F\chi(\omega_1) \sim 10^{-3}$.

Нелинейные поправки к импедансу могут также подавляться не очень сильным магнитным полем ($H \gtrsim mc\,|\omega_1+i\tau^{-1}|^2 (|e|\,v_F\chi(\omega_1))^{-1}$, m — эффективная масса), параллельным поверхности.

Список литературы

[1] Копасов А. П. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 6 (12). С. 2140—2149.
[2] Копасов А. П. // ФНТ. 1987. Т. 13. № 3. С. 325—328.
[3] Reuter G. E., Sondheimer E. H. // Proc. Roy. Soc. 1949. V. A195. P. 336—364.

Нижегородский исследовательский физико-технический институт

Поступило в Редакцию 11 июля 1991 г.