

УДК 548 : 537; 538.955.405

© 1991

СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ МАГНЕТИКАХ

Э. К. Садыков

Вычислена магнитная восприимчивость системы ферро(ферри)магнитных суперпарамагнитных частиц (СПЧ) типа «легкая ось» (ЛО), подвергнутой модуляции РЧ полем вдоль ЛО. Поведение особенности восприимчивости с изменением температуры (шума) может рассматриваться как реализация стохастического резонанса (СР) в магнитной системе. Предложен двухчастотный радиоспектроскопический метод наблюдения СР. Проведены оценки интенсивности сигнала, отношения сигнал/шум для типичных магнитных характеристик (железа). Показана роль неоднородности системы по размерам частиц и по направлению их ЛО.

1. Мелкодисперсные магнетики изучаются сравнительно давно [1-6]. Здесь, как в магнетизме в целом, применяются методы статической магнитной восприимчивости [1, 2], магнитного резонанса [3, 4], а также мессбауэровской спектроскопии [5, 6]. Специфика этих объектов заключается в необходимости учета стохастического поведения (суперпарамагнетизма) малых магнитных частиц при применении к ним указанных методов исследования.

Наряду с этим в последние годы появились работы [7-9] по исследованию поведения стохастических бистабильных систем (СБС), подвергнутых воздействию внешнего когерентного (вообще говоря, малого) сигнала. Постановка задачи в данном случае имеет другой акцент: рассматриваются эффекты, обусловленные модуляцией (сигналом) стохастического движения в системе. В частности, теоретически и экспериментально исследовалось явление СР. Суть СР заключается [8, 9] в «резонансной» зависимости (возрастание до максимума и дальнейшее монотонное убывание) сигнала и отношения сигнал / шум на выходе СБС от интенсивности шума на ее входе. Другое, более естественное объяснение термина СР состоит в том, что максимум сигнала на выходе достигается при совпадении частоты сигнала на входе ω_s со средней скоростью стохастических переходов между устойчивыми состояниями бистабильной системы.

В данной работе предпринята попытка перенести эти идеи в область мелкодисперсного магнетизма. Обсуждается возможность СР в системе СПЧ типа «легкая ось», представляющих собой по сути СБС, в РЧ поле, приложенном вдоль ЛО. В данном случае РЧ поле вызывает временную модуляцию скорости суперпарамагнитной релаксации W_0 и, как результат этого, модуляцию вероятности нахождения магнитного момента СПЧ вблизи двух направлений ЛО. Спектральная плотность автокорреляционной функции для намагниченности вдоль ЛО содержит особенность на частоте РЧ поля ω_s . Теперь входному сигналу и шуму (в общей теории СР [8, 9]) сопоставим РЧ поле и температуру T образца, а выходному сигналу и шуму — особенность в спектральной плотности и значение спектральной плотности в непосредственной близости к ω_s . Предполагая двухчастотный (модулирующее и пробное поля) радиоспектроскопический метод (в отличие от метода мессбауэровской спектроскопии, предложенного ранее [10]) регистрации сигнала на выходе, вычислим магнитную

восприимчивость системы СПЧ, подвергнутой воздействию модулирующего поля.

2. Поведение намагниченности M ферро(ферри)магнитной однодоменной частицы описывается уравнением Гильберта

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \left[-\frac{\partial V}{\partial \mathbf{M}} - \eta \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right], \quad (1)$$

где V — плотность свободной энергии, учитывающей энергию магнитной анизотропии (с константой K) и взаимодействие с внешним полем; η — коэффициент диссипации; γ — гиромагнитное отношение. В случае одноосной магнитной анизотропии, полагая также модулирующее поле ω , направленным вдоль ЛО и учитывая наличие пробного поля ω , имеем

$$V(\theta, t) = -K \cos^2 \theta - M_s H_s \cos \theta \cos(\omega_s t + \varphi_s) - M_s (\mathbf{H}_1 \cdot \boldsymbol{\mu}) \cos \omega t, \quad \boldsymbol{\mu} = \mathbf{M}/M_s. \quad (2)$$

Теперь, следуя [2], сопоставим (1) уравнение Фоккера—Планка (УФП)

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \{L_0 + L_s(t) + L_1(t)\} W, \quad (3)$$

где операторы ФП в сферической системе координат

$$L_0 = \frac{v}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \sin \theta (K \sin 2\theta) \cdot + \frac{kT}{v} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \cdot \right\} + \frac{v}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \frac{1}{\alpha} K \sin 2\theta \cdot + \frac{kT}{v} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \cdot \right\}, \quad (4)$$

$$L_s(t) = v M_s H_s \cos(\omega_s t + \varphi_s) \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin^2 \theta \cdot) + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial \varphi} \cdot \right\} \quad (5)$$

($\alpha = \gamma \eta M_s$; $v = \alpha \gamma / (1 + \chi^2) M_s$; M_s, v — намагниченность и объем частицы) ответственны за невозмущенное движение системы и возмущение ее за счет модулирующего поля ($L_1(t)$ обязан пробному полю).

Определим через W_s решение, удовлетворяющее уравнению

$$\frac{\partial W_s}{\partial t} = (L_0 + L_s(t)) W_s. \quad (6)$$

W_s должно быть использовано ниже при получении корреляционных функций для намагниченности. При достаточно малом поле H_s , полагая $W_s = W_0 + \Delta W$, вместо (6) имеем

$$\frac{\partial \Delta W}{\partial t} = L_0 \Delta W + L_s(t) W_0 + \dots, \quad (7)$$

W_0 — стационарное решение (соответствующее L_0), ΔW — малая добавка к нему, треть слагаемое в (7) считается пренебрежимо малым. Очевидно, формальное решение (7) выглядит как

$$\Delta W = \int_{-\infty}^t d\tau \exp \{L_0(t - \tau)\} L_s(\tau) W_0(\tau). \quad (8)$$

Поскольку W_0 является стационарным решением, согласно (2), не зависящим от φ , не будет зависеть от φ и W_s . Таким образом, если нас не интересуют переходные процессы и свободная энергия имеет вид (2), уравнение (3) сводится к одномерному.

3. Вычислим теперь восприимчивость по отношению к малому пробному полю. Для этого представим в (3) $W = W_s + W_1$, где W_1 можно записать [11, 12]

$$W_1 = \int_{-\infty}^t d\tau \hat{T} \exp \left\{ \int_{\tau}^t dt' (L_0 + L_s(t')) \right\} L_1(\tau) W_s(\tau), \quad (9)$$

\hat{T} — оператор упорядочения во времени.

Если мы рассмотрим ситуацию, когда пробное поле (с амплитудой H_1) также направлено вдоль ЛО, изменение намагниченности системы вдоль ЛО благодаря W_1 равно

$$\Delta M_z(t) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta W_1(\theta, t) \cos \theta = \operatorname{Re} \{ \chi(\omega) H_1 \exp(i\omega t) \}. \quad (10)$$

Для искомой восприимчивости из (10) имеем

$$\chi(\omega) = \frac{vM_s^2}{kT} \left\{ \langle x^2(t) \rangle - i\omega \int_0^{\infty} d\tau \exp(-i\omega\tau) \langle x(t+\tau)x(t) \rangle \right\}, \quad (11)$$

где корреляционная функция определена

$$\langle x(\tau+t)x(t) \rangle = \iint dx_0 dx \cdot x P(x, \tau+t | x_0, t) x_0 W_s(x_0, t), \quad x = \cos \theta. \quad (12)$$

Здесь

$$P(x, \tau+t | x_0, t) = 2\pi \hat{T} \exp \left\{ \int_t^{t+\tau} dt' (L_0 + L_s(t')) \right\} \delta(x - x_0)$$

— условная вероятность перехода [12].

Простое соотношение (11) получено в приближении, которое можно определить (вместо (6)) уравнением

$$(L_0 + L_s(t)) W_{qs} = 0. \quad (13)$$

Сравнивая (13) с (6), видим, что в качестве W_{qs} можно воспользоваться решением (13), если

$$\omega_s \Delta W \ll \frac{vK}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin^2 \theta \cos \theta \Delta W) \approx 2vK \Delta W.$$

Иными словами, необходимо, чтобы W_s можно было считать квазистационарным. Отметим, что следующее из этих соотношений неравенство $\omega_s \ll 2vK$ совпадает по существу с условием квазиadiaбатичности, вводимым при рассмотрении СР.

Далее, пользуясь стандартными методами [11], выделим мнимую часть $\chi(\omega)$

$$\chi''(\omega) = \frac{vM_s^2 \omega}{2kT} S(\omega) = \frac{vM_s^2 \omega}{2kT} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} \langle x(t+\tau)x(t) \rangle_t, \quad (14)$$

где проведено также усреднение корреляционной функции по периоду модуляции (это оправдано тем, что такое усреднение, как правило, осуществляется в процессе измерения, если не предприняты специальные меры). Итак, восприимчивость модулированной стохастической системы представлена через флуктуационно-диссипативную теорему. Однако следует помнить область применимости (в смысле малости и квазиadiaбатичности модулирующего сигнала) полученного результата.

4. Вычисление корреляционной функции (12) в (14) все еще трудная задача. Характер ожидаемых эффектов, по-видимому, можно получить, если допустить выполнение условия модели дискретных ориентаций (МДО); $vK/kT \gg 1$. Это означает, что непрерывная диффузия магнитного момента СПЧ по сфере заменяется беспорядочными скачками его между двумя (в нашем случае) ориентациями. УФП заменяется управляющим уравнением с модулированными во времени скоростями перехода Крамерса, которые определяются по аналогии с [13] соотношением

$$W_{12}(t) = W_{21}(t + \pi/\omega_s) = \alpha_0 \exp \left[-\frac{vK}{kT} - \frac{M_s H_s v}{kT} \cos(\omega_s t + \varphi_s) \right], \quad (15)$$

$$\alpha_0 = 2\alpha\gamma K [\sqrt{2\pi}(1 + \alpha^2)M_s]^{-1}.$$

В рамках МДО корреляционная функция $\langle \dots \rangle_t$ и ее спектральная плотность $S(\omega)$ были вычислены для СБС в предположении малости модулирующего сигнала [7]. С учетом этого результата выражение (14) в приближении МДО имеет вид

$$\chi''(\omega) = \frac{\nu M_s^2 \omega W_0}{kT(W_0^2 + \omega^2)} \left[1 - \frac{W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \omega_s^2)} \right] + \frac{\nu M_s^2 \omega \pi W_1^2 A^2}{2kT(W_0^2 + \omega_s^2)} \delta(\omega - \omega_s), \quad (16)$$

$$W_1 = W_0 = \alpha_0 \exp(-\nu K/kT), \quad A = \nu M_s H_s/kT.$$

Как видно, эффект модуляции состоит в появлении δ -образной особенности на фоне широкого релаксационного спектра. В отсутствие L_s (16) точно совпадает с предельным ($\nu K/kT \gg 1$) выражением для $\chi''(\omega)$, полученным в работе [3]. Если указанную особенность взять в качестве

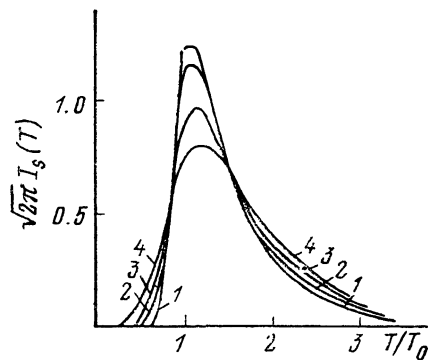


Рис. 1. Зависимость от T выходного сигнала ($I_s(T)$ в (17а)), усредненного по распределению объемов СПЧ (19) для $D=0.01$ (1), 0.1 (2), 0.2 (3), 0.3 (4).

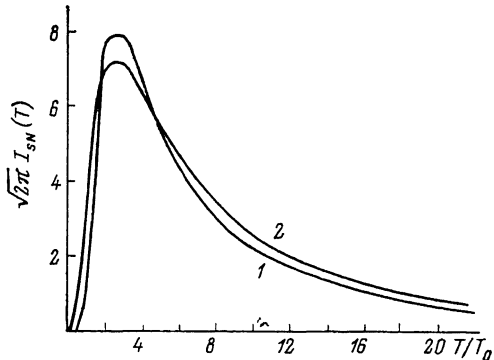


Рис. 2. Зависимость от T отношения сигнал/шум на выходе ($I_{sN}(T)$ в (18а)), усредненного по распределению объемов СПЧ (19) для $D=0.01$ (1) и 0.3 (2).

выходного сигнала, а значение первого слагаемого в (16) при $\omega = \omega_s$ — в качестве выходного шума, то зависимость от параметров системы для сигнала и отношения сигнал / шум на выходе будет следующей:

$$S_{\text{вых}} = \frac{\nu M_s^2 \omega_s W_1^2 A^2}{kT(W_0^2 + \omega_s^2) \chi}, \quad (17)$$

$$S_{\text{вых}}/N_{\text{вых}} = \frac{W_1 A^2}{\chi} \left[1 - \frac{W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \omega_s^2)} \right]^{-1}. \quad (18)$$

Здесь введена конечная ширина сигнала χ , которая, как правило, имеет аппаратный смысл. Сопоставляя (14) и (16), прежде всего видим, что интеграл от $S(\omega)$ не зависит от H_s . Это означает, что рост интенсивности сигнала (второго слагаемого в (16)) с ростом H_s происходит за счет уменьшения интегрального шума на выходе. Следовательно, эффект модуляции сводится к перекачиванию интенсивности шума на выходе в интенсивность сигнала. При заданных ω_s и H_s , $S_{\text{вых}}$ вначале возрастает с ростом T , а затем монотонно убывает, т. е. обнаруживает характерную для явления СР зависимость. Зависимость $S_{\text{вых}}$ от частоты модуляции (при постоянстве других параметров) аналогичная (здесь однако нужно помнить о необходимости соблюдения условия квазиadiaбатичности). Зависимость (18) от T также имеет «резонансный» характер, но максимум по T , как и в [9], смещен в сторону больших значений T (рис. 1, 2).

5. Вышеприведенные результаты справедливы для одной СПЧ с объемом ν и передают суть обсуждаемого явления. В реальных системах СПЧ необходимо принять во внимание имеющийся всегда разброс частиц

по размерам, а также возможное пространственное распределение их осей магнитной анизотропии. Кроме того, предполагается, что взаимодействие частиц друг с другом должно быть достаточно слабым. Как показывает анализ, самое существенное — это учет распределения частиц по размерам. Допустим, что это распределение характеризуется функцией Гаусса

$$f(v) = \frac{1}{\Delta v \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\left(\frac{v - v_0}{\Delta v} \right)^2 / 2 \right]. \quad (19)$$

Результат усреднения выражений (17) и (18) с учетом $f(v)$ будет зависеть от значения параметра D (определяемого соотношением $\Delta v = v_0 D$)

$$S_{\text{вых}} = \frac{M_s^4 H_s^2 \omega_s [\ln(\alpha_0/\omega_s)]^3}{2\pi K^3} I_s(T), \quad (17a)$$

$$S_{\text{вых}}/N_{\text{вых}} = \frac{M_s^2 H_s^2 \omega_s [\ln(\alpha_0/\omega_s)]^2}{2\pi K^3} I_{sN}(T). \quad (18a)$$

В качестве иллюстрации влияния разброса частиц по размерам на рис. 1, 2 приведены зависимости $I_s(T)$ и $I_{sN}(T)$, определяющие температурную зависимость $S_{\text{вых}}$ и $S_{\text{вых}}/N_{\text{вых}}$ в случае $\alpha_0/\omega_s \approx 10^2$ при различных значениях D . Видно, что с ростом D происходит сглаживание «резонанса» для $S_{\text{вых}}$. Очевидно, для больших значений α_0/ω_s это сглаживание с ростом D будет более сильным. Эта тенденция должна быть учтена при выборе частоты ω , с точки зрения условия квазиadiaбатичности. Нормировочная температура T_0 определена соотношением

$$T_0 = v_0 K / k \ln(\alpha_0/\omega_s).$$

Последствия хаотического распределения ЛО СПЧ легко учесть. Если оба поля совпадают по направлению, то выражение (17), например, следует дополнить множителем

$$\frac{1}{2} \int_0^\pi d\varphi \cos^3 \varphi \sin \varphi = 1/4$$

и т. д. При этом пренебрегается перпендикулярными (по отношению к ЛО) компонентами РЧ поля, поскольку эти поля не возбуждают СР. Их роль в области высоких частот (ферромагнитного резонанса) для СПЧ рассмотрена в работе [3].

Оценим на основе (17) и (18) величину эффекта для реальных объектов. Используем значения $K = 4 \cdot 10^4$ Дж/м³, $M_s = 1.72 \cdot 10^6$ А/м, $\alpha \sim 1$ (для железа), отсюда следует $\alpha_0 \sim 10^{10}$ с⁻¹; кроме того, положим $\omega_s \sim 10^8$ с⁻¹, $\times \sim 10^4$ с⁻¹. Тогда множитель перед I_{sN} в правой части (17a) достигает значения ~ 1 при $H_s \sim 10^{-4}$ Тл. При оценке выражения (17a) для $S_{\text{вых}}$ при тех же параметрах для множителя перед $I_s(T)$ имеем значение $\sim (1.7)^4 \times 10^8$ А/м · Тл. Однако нужно помнить, что выражением (17) восприимчивость определяется на единичный объем СПЧ. Следовательно, поскольку предполагается работа с образцами, в которых СПЧ является почти изолированным кластером, необходимо при использовании (17) ввести «разрыхляющий» коэффициент, равный отношению суммарного объема СПЧ к полному объему образца.

6. Таким образом, в данной работе теоретически показано возникновение узкого сигнала на фоне релаксационного спектра системы одноосных СПЧ в результате модуляции этой системы низкочастотным полем. Интенсивность этого сигнала или отношение сигнал/шум для него имеют зависимость от температуры, характерную для явления СР. Это есть результат модуляции скорости стохастических переходов между двумя положениями равновесия, приводящей к некоему упорядочению во времени теплового движения намагниченности.

Вычислена восприимчивость СПЧ на основе решения УФП в приближении МДО. Показано, что при малом модулирующем сигнале и малой его частоте восприимчивость может быть выражена в виде флуктуационно-диссипативной теоремы. Это приближение можно сопоставить приближению линейного отклика, использованного при рассмотрении явления СР в работе [14].

Наблюдение сигнала СР в магнитных системах (о возможности этого свидетельствует, например, работа [15]), кроме общефизического значения, может оказаться актуальным в связи с исследованиями мелкодисперсных магнетиков. Следует, однако, уточнить, что использование этого метода вряд ли позволит получать информацию фундаментального характера; скорее всего — это информация о магнитной текстуре образца и о ее поведении со временем.

В заключение выражаю признательность Ф. Л. Аухадееву и Ш. Ш. Башкирову за обсуждение данного вопроса.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Neel L. // *Rev. Mod. Phys.* 1953. V. 25. N 1. P. 293—317.
- [2] Brown W. F. (jr.) // *Phys. Rev.* 1963. V. 130. N 3. P. 1677—1686.
- [3] Райхер Ю. Л., Шлиомис М. И. // *ЖЭТФ*. 1974. Т. 67. № 3. С. 1060—1073.
- [4] Петраковский Г. А., Аплеснин С. С., Пискорский В. П. // *Изв. вузов, физика*. 1984. № 10. С. 46—68.
- [5] Белозерский Г. Н., Павлов Б. С. // *ФТТ*. 1983. Т. 25. № 6. С. 1690—1697.
- [6] Афанасьев А. М., Седов В. Е. // *Изв. АН СССР, физика*. 1986. Т. 50. № 12. С. 2348—2353.
- [7] McNamara W., Wiesenfeld K. // *Phys. Rev. A*. 1989. V. 39. N 9. P. 4854—4869.
- [8] Fox R. F. // *Phys. Rev. A*. 1989. V. 39. N 8. P. 4148—4153.
- [9] Gang H., Nicolis G., Nicolis C. // *Phys. rev. A*. 1990. V. 42. N 4. P. 2030—2041.
- [10] Садыков Э. К., Скворцов А. И. // *ЖЭТФ (письма)*. 1990. Т. 52. № 2. С. 752—755.
- [11] Agarwal G. S. // *Z. Physik*. 1972. V. 252. N 1. P. 25—35.
- [12] Risken H. // *The Fokker—Planck Equation*. berlin : Springer Verlag, 1984. P. 454.
- [13] Caroli B., Caroli C., Roulet B., Saint-James D. // *Physica A*. 1981. V. 108. N 1. P. 233—256.
- [14] Дыкман М. И., Макклиток П. В. Е., Маннела Р., Стокс Н. // *ЖЭТФ (письма)*. 1990. Т. 52. № 3. С. 780—782.
- [15] Альтшулер С. А., Аухадеев Ф. Л., Гревцев В. А., Малкин Б. З., Теплов М. А., Феллер Г. // *ЖЭТФ*. 1977. Т. 72. № 5. С. 1907—1912.

Казанский государственный университет
им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в Редакцию
25 марта 1991 г.
В окончательной редакции
14 июня 1991 г.