УДК 539.143.43

ЭФФЕКТЫ УСИЛЕНИЯ ЯМР И МАГНИТОУПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В МАГНЕТИКАХ

З. П. Суладзе, К. О. Хуцишвили

Исследуются эффекты усиления ЯМР с учетом магнитоупругой подсистемы. Получены выражения для коэффициента усиления ЯМР в ферро- и антиферромагнетиках. Показано, что в случае близости одной из мод свободных магнитоупругих колебаний и частоты ЯМР влияние упругой подсистемы приводит к заметному увеличению сигнала ЯМР.

В работе [1] при исследовании динамических свойств ядерной подсистемы в магнитоупорядоченных материалах, в частности в $FeBO_3$, наблюдалось значительное влияние упругой подсистемы на характеристики ядерного магнитного резонанса. Было высказано предположение, что в случае близости частот одной из мод свободных магнитоупругих колебаний и ядерного резонанса (при этом частота электронов находится гораздо больше) должно происходить увеличение наблюдаемого сигнала ЯМР.

Целью данной работы является исследование эффектов усиления в ферро- и антиферромагнетиках с учетом упругой подсистемы. Отметим, что в работе [2] был исследован случай, когда частота звука гораздо больше или меньше частоты ЯМР.

1. Рассмотрим сперва ферромагнетик кубической симметрии, намагниченный до насыщения вдоль одного из ребер куба, например [001] $\parallel$ **z**. Предположим, что к системе приложено постоянное магнитное поле $H_0 \parallel \mathbf{z}$ и линейно-поляризованное переменное магнитное поле h_x вдоль оси x. В частном случае магнитоупругих (МУ) волн, распространяющихся вдоль намагниченности (т. е. с волновым вектором $\mathbf{k} \parallel \mathbf{z}$), гамильтониан системы электронных и ядерных спинов можно задать в виде

$$\mathcal{H} = -H_0[M_z + m_z] + A(\nabla\mathbf{M})^2 + K[M_x^2M_y^2 + M_x^2M_z^2 + M_y^2M_z^2] + A_0\mathbf{mM} + B\left(M_y\frac{\partial u_y}{\partial z} + M_x\frac{\partial u_x}{\partial z}\right) + \frac{C}{2}\left[\left(\frac{\partial u_y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2\right] - h_x(M_x + m_x), \quad (1)$$

где A — коэффициент неоднородного обменного взаимодействия, K — перенормированная из-за магнитострикции константа анизотропии [3], B — компонента тензора магнитоупругих констант [3], A_0 — константа сверхтонкого взаимодействия, C — компонента тензора модуля упругости [3], **m** и **M** — ядерная и электронная намагниченности, **u** — вектор смещения.

Запишем уравнения движения для **M**, **m** и **u**

$$\mathbf{M} = \gamma_e\left[\mathbf{M}, \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\mathbf{M}}\right],$$

$$\mathbf{m} = \gamma_n\left[\mathbf{m}, \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\mathbf{m}}\right],$$

$$\rho \frac{d^2 u_i}{dt^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial \mathscr{H}}{\partial u_{ij}} \frac{1+\delta_{ij}}{2},$$

$$u_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right), \tag{2}$$

$\delta/\delta M$ — вариационная производная, γ_e, γ_n — гиромагнитные отношения электронов и ядер, ρ — плотность образца, u_{ij} — тензор деформации, $\delta_{ij}=1$ или 0 соответственно при $i=j$ и $i \neq j$.

Следует оговорить, что в дальнейшем будем рассматривать образцы с толщиной d, в которых укладывается целое число полуволн (например, в случае, если граничные условия таковы, что на поверхности образца ядерные спины закреплены). При этом имеем $k=k_z=\pi P/d$, где $P=1$, 3, 5, ... В этих граничных условиях однородным радиочастотным полем можно возбудить поляризованные в плоскости образца стоячие магнитоупругие колебания, для которых суммарный магнитный момент отличен от нуля.

Используя (1) в (2) и линеаризируя полученные уравнения по поперечным (относительно равновесных направлений) составляющим векторов **M** и **m**, можно вычислить полную восприимчивость электронно-ядерной спин-системы в линейном приближении относительно внешнего переменного поля. Представим ее в виде

$$\chi_{xx}(\omega) = \chi_{MM} + 2\chi_{mM} + \chi_{mm}, \tag{3}$$

$$\chi_{MM} = \gamma_e M_0 \frac{(\omega^2 - \omega_t^2)(\omega - \omega_n)}{D},$$

$$\chi_{mM} = -\gamma_e \gamma_n A_0 M_0 m_0 \frac{\omega^2 - \omega_t^2}{D},$$

$$\chi_{mm} = \gamma_n m_0 \frac{(\omega^2 - \omega_t^2)(\omega - \omega_e) - \zeta^2 \omega_t^2 \omega_e}{D}, \tag{4}$$

$$D = (\omega^2 - \omega_t^2)(\omega - \omega_e)(\omega - \omega_n) - \omega_T^2 (\omega^2 - \omega_t^2) - \zeta^2 \omega_t^2 \omega_e (\omega - \omega_n), \tag{5}$$

где M_0 и m_0 — равновесная электронная и ядерная намагниченности, ω_n — несмещенная частота ЯМР, ω_t — частота свободной звуковой волны, $\omega_e=\gamma_e (H_0+H_a+H^0_{\text{му}}+Ak^2)$ — несмещенная частота электронных спинов, H_a — поле анизотропии, H_n — сверхтонкое поле, $H^0_{\text{му}}$ — поле спонтанной магнитострикции [3], $\omega_T^2=\gamma_e\gamma_n A_0^2 M_0 m_0$ описывает «перепутывание» электронных и ядерных колебаний, ζ^2 — безразмерный параметр магнитоупругой связи [3].

Полагая $\omega_d \gg \omega_n$, ω_t, для восприимчивости вблизи частоты ЯМР имеем

$$\chi_{xx}(\omega) = \chi_{mm}(\Omega_n)(1+\eta)^2, \tag{6}$$

$$\eta = \frac{\chi_{MM}(\Omega_n)}{\chi_{mM}(\Omega_n)} = \frac{\chi_{mM}(\Omega_n)}{\chi_{mm}(\Omega_n)},$$

$$\chi_{mm}(\Omega_n) = \frac{\gamma_n m_0}{\Omega_n - \omega} \frac{\Omega_t - \omega_n'}{\Omega_t - \Omega_n},$$

$$\Omega_n = \omega_n' - \omega_n \eta_A \eta_э \frac{m_0}{M_0}, \quad \Omega_t = \omega_t' + \omega_n \eta_э \eta_A \frac{m_0}{M_0}. \tag{7}$$

Здесь $\omega_t' = \omega_t [1 - \zeta^2 \omega_t/(\omega_t + \omega_n)]$, $\omega_n' = \omega_n (1 - \eta_э m_0/M_0)$. Для определенности мы считаем, что $\omega_t > \omega_n$.

Величина η является коэффициентом усиления сигнала ЯМР. Она имеет вид

$$\eta = \eta_э (1 + \eta_A), \tag{8}$$

$$\eta_э = \frac{\gamma_e H_0}{\omega_e},$$

$$\eta_A = \frac{\zeta^2\omega_t^2}{(\omega_t+\omega_n)(\Omega_t-\omega_n^*)}.$$

Легко видеть, что $\eta_э$ в основном обусловлен влиянием электронной подсистемы на ядра. А η_A можно трактовать как коэффициент усиления, связанный с наличием упругой подсистемы. Как будет показано ниже, при определенных условиях η_A может внести весьма существенный вклад в усиление сигнала ЯМР. Используя выражения для Ω_t и ω_n', нетрудно показать, что

$$\eta_A = \frac{2\xi}{1+(1+\sigma)^{1/2}}, \tag{9}$$

$$\sigma = 4\xi^2 \frac{\gamma_e}{\gamma_n}\frac{\omega_n^2(\omega_t+\omega_n)}{\zeta^2\omega_t^2\omega_e}\frac{m_0}{M_0}, \qquad \xi = \frac{\zeta^2\omega_t^2}{(\omega_t+\omega_n)(\omega_t'-\omega_n')},$$

где σ — параметр связанности ядерной и упругой подсистемы.

В случае слабой связанности ($\sigma \ll 1$), чему способствуют условие $\omega_t' \gg \omega_n'$ и относительно высокие температуры (отношение m_0/M_0 мало), из (9) имеем

$$\eta_A = \frac{\zeta^2\omega_t}{(\omega_t+\omega_n)\left(1-\zeta^2\dfrac{\omega_t}{\omega_t+\omega_n}\right)}. \tag{10}$$

Как следует из (10), величина η_A зависит от параметра ζ^2, который по величине меньше или равен единице [3]. Можно показать, что условие $\omega_t' \gg \omega_n'$ удовлетворяется при $\zeta^2 \ll 1$, т. е. в случае $\sigma \ll 1$ упругая подсистема почти не влияет на величину коэффициента усиления ЯМР. Отметим, что появление в выражении $\chi_{mn}(\Omega_n)$ коэффициента $(\Omega_t-\omega_n')/(\Omega_t-\Omega_n)$ обусловлено наличием динамической связи между ядерной и упругой подсистемами. В случае $\sigma \ll 1$ этот коэффициент равен единице.

При $\sigma \gg 1$, чему способствуют условие $\omega_t' \sim \omega_n'$ и относительно низкие температуры, из (9) получим

$$\eta_A = \left[\frac{\gamma_n}{\gamma_e}\frac{\zeta^2\omega_t^2\omega_e}{\omega_n^2(\omega_t+\omega_n)}\frac{M_0}{m_0}\right]^{1/2}.$$

Для оценки величины η_A отметим, что условие $\omega_t' \sim \omega_n'$ удовлетворяется в двух случаях: 1) $\omega_t \gg \omega_n$, $\zeta^2 \ll 1$ или 2) $\omega_t \sim \omega_n$, $\zeta^2 \ll 1$. Полагая, что $\gamma_n/\gamma_e \sim 10^{-3}$, $M_0/m_0 \sim 10^6$, $\zeta^2\omega_t\omega_e/\omega_n^2 \sim 10^2$ и $\zeta^2\omega_t\omega_e/\omega_n^2 \sim 1$ для первого и второго случая соответственно имеем $\eta_A \sim 10^{2.5}$ и $\eta_A \sim 10^{2.5}$. Таким образом, при $\sigma \gg 1$ упругая подсистема заметно увеличивает коэффициент усиления ЯМР.

2. Рассмотрим теперь одноосный двухподрешеточный антиферромагнетик типа «легкая плоскость». Пусть ось z является главной осью симметрии кристалла, вдоль оси x направлен равновесный вектор антиферромагнетизма, вдоль оси y — постоянное магнитное поле H_0. Переменное магнитное поле приложено вдоль оси x. Гамильтониан такой системы можно задать в виде [3]

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = &-H_0(M_{1y}+M_{2y}+m_{1y}+m_{2y}) + A(\nabla\mathbf{M}_1)^2 + A(\nabla\mathbf{M}_2)^2 - A\nabla\mathbf{M}_1\nabla\mathbf{M}_2 + \\ &+ K[M_{1z}^2+M_{2z}^2] + \frac{1}{2}J_0\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 + A_0\mathbf{m}_1\mathbf{M}_1 + A_0\mathbf{m}_2\mathbf{M}_2 + \\ &+ \sum_{ijnl} B_{ijnl}(M_{1j}M_{1i}+M_{2j}M_{2i})u_{nl} + \frac{1}{2}\sum C_{ijni}u_{ij}u_{nl} - \\ &- h_x(M_{1x}+M_{2x}+m_{1x}+m_{2x}); \quad i, j, n, l = x, y, z,\end{aligned} \tag{11}$$

где $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$, $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$ — электронные и ядерные моменты намагниченности подрешеток; J_0 — константа однородного обмена.

Рассмотрим частный случай магнитоупругих волн, распространяющихся вдоль оси y ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}_0$) и поляризованных в «легкой плоскости».

Используя явный вид тензоров B_{ijnl}, C_{ijnl} [3], с помощью (2) и (11) можно получить связанные уравнения движения для $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$, $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$ и $\mathbf{u}_{ij}$. Решая эти уравнения в линейном приближении по малым колебаниям, вблизи основного состояния ($\mathbf{M}_{1,2}^{(0)}$, $\mathbf{m}_{1,2}^{(0)}$, $\mathbf{u}_{i,j}^{(0)}$), для полной восприимчивости электронно-ядерной системы имеем формулу (3), где теперь

$$\chi_{MM} = \gamma_e 2M_0 M_{y0}\omega_{e0}\frac{(\omega^2-\omega_t^2)(\omega^2-\omega_n^2)}{D},$$

$$\chi_{mM} = -2\gamma_n M_0 M_{y0}\omega_{n0}\omega_T^2\frac{\omega^2-\omega_t^2}{D},$$

$$\chi_{mm} = \gamma_n 2m_0 m_{y0}\omega_{n0}\frac{(\omega^2-\omega_t^2)(\omega^2-\omega_e^2-\omega_T^2)-\zeta^2\omega_t^2\omega_e^2}{D},$$

$$D = (\omega^2-\omega_t^2)\left[(\omega^2-\omega_e^2)(\omega^2-\omega_n^2)-\omega_T^2\omega^2\right]-\zeta^2\omega_t^2\omega_e^2(\omega^2-\omega_n^2),$$

где $\omega_e^2=\gamma_e^2(H_0^2+H_E H_{\text{му}}+Ak^2H_E)$, $\omega_T^2=\gamma_e^2 H_E A_0 m_0$, $\omega_{n0}=\gamma_n(H_0+H_n\sin\varphi)$, H_E — обменное поле, $H_{\text{му}}$ — магнитоупругое поле, $\omega_{e0}=\gamma_e H_0$, $m_{y0}=2m_0\sin\psi$, $M_{y0}=2M_0\sin\varphi$, $\varphi=H_0/H_E$ и $\psi=H_0/H_E+H_0/H_n$ являются углами отклонений равновесных электронных и ядерных намагниченностей от оси x [4].

Полагая $\omega_e \gg \omega_n$, ω_t, для восприимчивости вблизи частоты ЯМР имеем формулы (6)—(9), где

$$\chi_{mm}(\Omega_n) = \frac{\gamma_n m_{y0}\omega_{n0}}{\Omega_n^2-\omega^2}\,\frac{\Omega_t^2-\omega_n'^2}{\Omega_t^2-\Omega_n^2},$$

$$\eta_э = \frac{H_n}{H_E+H_n}\,\frac{\gamma_e^2 H_E H_n}{\omega_e^2+\omega_T^2},$$

$$\sigma = 4\xi^2\frac{\omega_n^2\gamma_e^2 H_E H_n}{\omega_e^2\zeta^2\omega_t^2}\,\frac{m_0}{M_0},$$

$$\xi = \frac{\zeta^2\omega_t^2}{\omega_t'^2-\omega_n^2},$$

$$\Omega_n^2 = \omega_n'^2-\omega_n^2\eta_A\eta_э\frac{M_{y0}}{M_{y0}},$$

$$\Omega_t^2 = \frac{\omega_e^2\omega_t'^2}{\omega_e^2+\omega_T^2}+\omega_n^2\eta_э\eta_A\frac{m_{y0}}{M_{y0}}.$$

Здесь

$$\omega_n'^2 = \omega_n^2(1-\eta_э m_{y0}/M_{y0}),\quad \omega_t'^2=\omega_t^2-\zeta^2\omega_t^2+\omega_T^2\omega_t^2/\omega_e^2.$$

При $\omega_t'^2 \gg \omega_n^2$ и высоких температурах $(\omega_e^2 \gg \omega_T^2)$ имеем

$$\eta = \frac{\zeta^2}{1-\zeta^2}.$$

Так как при этом $\zeta^2 \ll 1$, то при слабой связанности ($\sigma \ll 1$) упругая подсистема не влияет на коэффициент усиления ЯМР. Следует указать на одно обстоятельство. Мы определяем η единым образом (как для ферромагнетиков, так и антиферромагнетиков) как отношение (7), а в [2] квадрат коэффициента усиления определяется как отношение $\chi_{mn}(\Omega_n)/\chi_{mn}^d\cdot$ $\cdot[\chi_{mm}^d=\gamma_n m_0\Omega_n/(\Omega_n^2-\omega^2)$ — восприимчивость ядерной спин-системы в диамагнитном кристалле]. Естественно, что при таком способе определения в случае $\sigma \ll 1$ мм получили бы результат работы [2].

В случае $\sigma \gg 1$ получим

$$\eta_A = \left[\frac{\omega_e^2\zeta^2\omega_t^2}{\omega_n^2\gamma_e^2 H_E H_n}\,\frac{M_0}{m_0}\right]^{1/2}.$$

Для оценки η_A, как и для ферромагнетика, следует рассмотреть два случая: 1) $\omega_t^2 \gg \omega_n^2$, $\zeta^2 \ll 1$; 2) $\omega_t^2 \sim \omega_n^2$, $\zeta^2 \ll 1$. Полагая, что $H_0 \sim 10^2$ Э, $H_E \sim \sim 10^6$ Э, $H_n \sim 10^5$ Э, $H_{\text{му}} \sim 1$ Э, $M_0/m_0 \sim 10^6$, $\zeta^2\omega_t^2/\omega_n^2 \sim 10^2$ и $\zeta^2\omega_t^2/\omega_n^2 \sim 1$ для первого и второго случая соответственно имеем $\eta_A \sim 10^{3/2}$ и $\eta_A \sim 10^{1/2}$.

Отметим, что в работе [1] при совпадении частот ω_t' и ω_n наблюдалось значительное усиление сигнала ядерной индукции.

В конце отметим, что учет затухания как в упругой, так и в ядерной подсистеме может являться существенным для эффекта усиления ЯМР. Рассмотрим для простоты случай ферромагнетика. Приравнивая к нулю выражение (5), можно найти сдвинутые частоты связанных ядерно-акустических колебаний. Далее, заменяя $\omega_n \to \omega_n + i\Gamma_n$ и $\omega_t \to \omega_t + i\Gamma_t$, где Γ_t и Γ_n — параметры затухания для акустической и ядерной подсистемы, и полагая, что $\Gamma_t \gg \Gamma_n$, $\omega_T^2\zeta^2\omega_t^2/\omega_e\,(\omega_t+\omega_n)$ при $\omega_t' \sim \omega_n'$, для коэффициента усиления получим формулу, аналогичную приведенной в работе [5]

$$\eta = A_0\,|\chi|, \tag{12}$$

$$\chi = \frac{\gamma_e M_0}{\omega_e}\left[1 + \frac{\zeta^2\omega_t^2}{(\omega_t+\omega_n)(\omega_t' - \omega_n' + i\Gamma_t)}\right].$$

Таким образом, как следует из (12), затухание может привести к изменению величины коэффициента усиления ЯМР. Очевидно, что для расчета более сложных случаев (при любом соотношении вышеуказанных параметров) можно воспользоваться аналогичными выкладками.

Авторы выражают благодарность Л. Л. Буишвили за внимание к работе и И. В. Плешакову за стимулирующие дискуссии.

Список литературы

[1] Петров М. П., Иванов А. В., Паугурт А. П., Плешаков И. В. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 6. С. 1819—1825.
[2] Тарасенко С. В., Телепа В. Т., Чепурных Г. К. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 2. С. 560—562.
[3] Туров Е. А., Шавров В. Г. // УФН. 1983. Т. 140. № 3. С. 429—462.
[4] Туров Е. А., Петров М. П. // Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. М., 1969. 260 с.
[5] Цифринович В. И., Игнатченко В. А. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. № 2. С. 803—807.

Тбилисский
государственный университет

Поступило в Редакцию
14 ноября 1990 г.
В окончательной редакции
23 апреля 1991 г.