

УДК 621.315.572

© 1991

## КВАЗИЛАНДАУСКОЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЕ МАГНИТОПОГЛОЩЕНИЕ РИДБЕРГОВСКИХ СОСТОЯНИЙ ЭКСИТОНА InP [В «ПРОМЕЖУТОЧНОМ» МАГНИТНОМ ПОЛЕ]

*С. И. Кохановский, Ю. М. Макушенко, Р. П. Сейсян, А. л. А. Эфрос,  
Т. В. Язева, М. А. Абдуллаев*

В «чистых» эпитаксиальных слоях InP при  $T=2$  К,  $H < 7.5$  Тл и  $\epsilon_g > \epsilon_0$  наблюдалось возникновение осциллирующего магнитопоглощения в диапазоне магнитных полей, не удовлетворяющих известному критерию сильного поля Эллиота—Лудона  $\beta \gg 1$ . Явление аналогично обнаруженному в спектроскопии ридберговских атомов и молекул, но на экситоне в полупроводниках наблюдается для существенно меньших значений главного квантового числа  $n_0$ . Показано, что при квазиландауском характере спектра энергии связи диамагнитных экситонов, ответственных за образование спектра, с достаточной точностью можно получить численным решением одномерного уравнения Шредингера. Это дает возможность установления положений подзон Ландау и затем полной взаимосогласованной системы энергетических параметров зонной структуры InP. Кроме того, зарегистрированы осцилляции поглощения в области переходов из валентной зоны, отщепленной спин-орбитальным взаимодействием. Совместный анализ данных позволяет отдать предпочтение следующему набору зонных параметров InP:  $\epsilon_g^0 = 1.4243$  эВ,  $E_p = 20.6$  эВ,  $\Delta = 0.1097$  эВ,  $F = -1.1$ ,  $\gamma_1 = 5.25$ ,  $\gamma_2 = 1.6$ ,  $\gamma_3 = 2.1$ ,  $k = 0.75$ .

1. Известно [1], что широко применяемое для получения информации об энергетической зонной структуре полупроводников межзонное осциллирующее магнитопоглощение (ОМП) по существу представляет собой спектры диамагнитных экситонов (ДЭ), возникающие на краю фундаментального поглощения в сильном магнитном поле  $H$ . Условие сильного поля, по Эллиотту—Лудону (ЭЛ) [2], записывается как

$$\beta = \hbar\Omega/2Ry^* \gg 1. \quad (1)$$

Здесь  $\Omega = \omega_n^e + \omega_n^h = eH/\mu c$  — сумма циклотронных частот электронов и дырок,  $\mu$  — приведенная масса,  $Ry^* = e^4\mu/2\hbar^2x_0^2$  — энергия связи основного состояния экситона,  $x_0$  — статическая диэлектрическая проницаемость. Условие (1) адекватно

$$\beta \equiv (a^*/L)^2 \gg 1, \quad (2)$$

означающему одномеризацию кулоновского взаимодействия электрона и дырки, совершающих адиабатически медленное движение вдоль оси  $z$ , по которой направлено магнитное поле. Быстрое поперечное движение при этом финитно и имеет масштаб магнитного радиуса  $L = (c\hbar/eH)^{1/2}$ , «экситонная длина»  $a_h$  уменьшается с ростом  $H$  относительно экситонного радиуса  $a^* = \hbar^2x_0/e^2\mu$  при  $H=0$  логарифмически медленно:  $a_h = a^*\ln^{-1}\beta$  [3].

Соблюдение условий (1), (2) обычно облегчается для относительно узкочелевых полупроводников [4], и их применение возможно даже в тех случаях очень малых  $\epsilon_g$ , когда наблюдение экситонных состояний при  $H=0$  невероятно в силу малости  $Ry^*$  [5], но затрудняется с ростом  $\epsilon_g$ . Уже минимальное соблюдение условия  $\beta \geq 1$  может рассматриваться как критерий перехода от явлений слабого поля — линейного и квадратичного

(диамагнитный сдвиг) эффектов Зеемана — к явлениям сильного поля — ОМП и др., связанным с возникновением уровней Ландау. Таким образом, в первую очередь  $\beta > 1$ , а не классическое  $\Omega_\tau > 1$  является необходимым условием наблюдаемости ОМП или ДЭ.

Энергетический спектр ДЭ представляет собой суперпозицию «осцилирующего» спектра переходов между подзонами Ландау с квантовыми числами  $l$  и  $l'$  —  $\epsilon_{ll'}^M(H)$ , имеющего периодичность  $\hbar\Omega$ , и спектра  $1D$  атома водорода (одномерное главное квантовое число  $v$ , магнитное квантовое число  $M$ ), поправленного на конечность магнитного поля и приведенного к условиям полупроводникового кристалла

$$\epsilon_{\text{ДЭ}} = \epsilon_{ll'}^M(H) + R_{\text{ДЭ}}^M(v, H). \quad (3)$$

Понятно, что соблюдение (1), означая  $Ry^* \ll \hbar\Omega$ , делает спектр основного состояния  $v=0$ , обладающего существенно преобладающей силой осциллятора переходов, подобным и близким к спектру  $\epsilon_{ll'}^M(H)$  или же «квазиландауским» (КЛ).

2. Известен тем не менее ряд случаев наблюдения КЛ межзонных магнитооптических спектров в относительно широкозонных полупроводниках. Это, например,  $\text{Cu}_2\text{O}$  [6],  $\text{SnO}_2$  [7],  $\text{GaSe}$  [8],  $\text{CdS}$  и  $\text{CdSe}$  [9], в которых энергия связи экситона и эффективные массы носителей заряда столь велики, что  $\beta > 1$  в условиях точного спектроскопического эксперимента практически недостижимо. Однако квазиландауские спектры ДЭ здесь наблюдаются уже в относительно слабом магнитном поле  $\beta \ll 1$ . Наблюдение ОМП можно связывать с «выраженностью» экситонной серии при  $H=0$ : чем более высокое по главному квантовому числу возбужденное состояние  $n_0^*$  оказывается детектируемым без магнитного поля, тем ниже значение критического поля, при котором на фоне континуума состояний возникает КЛ спектр. При этом состояния экситона Ванье—Мотта, лежащие ниже ( $n_0 < n_0^*$ ), в образовании спектра ОМП явного участия не принимают, подчиняясь закономерностям эффектов слабого поля — линейного эффекта Зеемана и диамагнитного сдвига.

Особенно интересны  $\text{GaAs}$  [10],  $\text{CdTe}$  [11, 12] и  $\text{InP}$  [12], где в зависимости от качества кристалла возможно наблюдение обеих ситуаций, т. е. образования квазиландауского спектра и при  $\beta < 1$ , и при  $\beta > 1$ . Образование КЛ спектра при  $\beta < 1$  наблюдалось также в [13] в эксперименте по субмиллиметровой фотоэлектрической магнитоспектроскопии водородо-подобных доноров в  $\text{GaAs}$ .

Принципиально, что для наблюдения ОМП необходимо  $\beta > 1$  в случае выраженности при  $H=0$  только основного состояния экситона Ванье—Мотта, в то время как спектр ОМП при  $\beta < 1$  возникает тогда, когда детектируемы еще и возбужденные состояния экситонной серии либо их возгорание происходит уже при включении относительно слабого магнитного поля.

Рассматривая задачу о ДЭ в квазиклассическом приближении, Жилич и Монозон [14] сделали вывод о справедливости критерия сильного поля

$$\beta n_0^2 \gg 1. \quad (4)$$

Ясно, что собственно (4) не является источником удовлетворительного критерия малости, необходимого для теоретических расчетов  $R_{\text{ДЭ}}$ , так как квантовое число  $n_0$  в принципе не ограничено. Очевидно, в (4) следует иметь в виду  $n_0^*$ , регистрируемое при  $H=0$ , однако и это не создает достаточной строгости из-за возможности возгорания экситонных состояний в магнитном поле.

3. Ситуация здесь аналогична возникающей в спектроскопии ридберговских атомов и молекул, когда в межзвездной материи или же в специальных лабораторных условиях реализуются оптические спектры, соответствующие состояниям с гигантским главным квантовым числом  $n_0 \leq 500$  [15]. Атом с таким высоковозбужденным состоянием имеет макроскопи-

ческие размеры, а внешний электрон, двигаясь по гигантской орбите, делает возможным квазиклассическое описание возникающих эффектов. Разница между атомами различных веществ в существенной степени нивелируется, так как атомный остаток воздействует на движение высоко-возбужденного (называемого «ридберговским») электрона практически как точечный заряд. Здесь интересны явления в электрическом и магнитном полях: для эффективного воздействия полей на спектры необходима критическая величина поля, сравнимая на размере орбиты с энергией, разделяющей соседние уровни:  $\Delta_{n_0, n_0+1} \sim n_0^{-3}$ .

Удивительные эффекты наблюдаются на фоне сплошного спектра состояний, когда  $h\nu > \epsilon_\infty$ , где  $\epsilon_\infty$  — энергия края диссоциации: на фоне континуума возникает периодическая «штарковская» или ландауская структура в диапазоне полей, далеких от выполнения классических критериев сильного поля. При этом чувствительность к внешнему полю оказывается тем более высокой, чем больше  $n_0^{\max}$ , наблюдаемое в условиях эксперимента. Так, для ридберговских состояний атомов Ва с  $n_0^{\max} \approx 80$  магнитное поле  $H=10$  Тл оказывается достаточным для наблюдения квазилендауского спектра вблизи континуума и далее — уровней Ландау при  $h\nu > \epsilon_\infty$  [16].

Интересно сопоставить спектр и размеры, а также критические поля атома водорода и водородоподобной системы в полупроводниковом кристалле для возбужденных (ридберговских) состояний. Данные для водорода с  $n_0=30$  и гипотетического полупроводникового кристалла с параметрами  $x_0=10$  и  $\mu=0.05 m_0$ , близкими к параметрам InP, GaAs, CdTe, приводятся нами в табл. 1. Ввиду того что кулоновское взаимодействие

Таблица 1

Ридберговский атом и экситон Ванье—Мотта в полупроводнике типа InP ( $\mu=0.05$ ,  $x_0=10$ )

Параметр	Зависимость от $n_0$	Единица измерения	Атом водорода		Полупроводник			
			$n_0 = 1$	$n_0 = 30$	коэф.	$n_0 = 1$	$n_0 = 2$	$n_0 = 3$
$\langle r \rangle, a^*$	$a_0 n_0^2$	$10^{-8}$ см	0.53	480	$x_0/\mu$	106.0	424.0	954.0
$v_\theta$	$v_0/n_0$	$10^6$ см·с <sup>-1</sup>	220	7.3	$1/x_0$	22.0	11.0	7.3
$\tau$	$\tau_0 n_0^3$	$10^{-12}$ с	$10^{-4}$	4.1	$x_0^2/\mu$	0.2	1.6	5.4
$Ry$	$Ry/n_0^2$	$10^{-3}$ эВ	13600	15	$\mu/x_0^2$	6.8	1.7	0.8
$\Delta \epsilon (\Delta n_0=1)$	$2Ry \Delta n_0 n_0^{-3}$	$10^{-3}$ эВ	10000	1	$\mu/x_0^2$	5.0	0.6	0.2
$E^* (\varphi=1)$	$\sim Ry/a_0 n_0^2$	$10^3$ В·см <sup>-1</sup>	$5.1 \cdot 10^6$	6.4	$\mu^2/x_0^3$	12.8	0.8	0.16
$H^* (\beta=1)$	$a_0^{-2} n_0^{-2}$	Тл	$2.5 \cdot 10^5$	$2.7 \cdot 10^2$	$\mu^2/x_0^2$	6.25	1.56	0.69

в полупроводнике происходит в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0$ , а приведенная масса сильно отличается от массы электрона в вакууме, помимо изменений масштабов величин, связанных с  $n_0$ , необходимо введение коэффициентов, учитывающих различные степени  $x_0$  и  $\mu$ . При этом высоковозбужденным состояниям водорода с  $n_0 > 30$  вполне соответствуют «ридберговские» состояния экситона в полупроводнике с  $n_0=2.3$ .

4. Нами исследованы эпитаксиальные слои  $n$ -InP, выращенные методом газофазной эпитаксии. Слои имели подвижность электронов  $\mu_n > 10^5$  см<sup>2</sup>/В·с и концентрации  $n \approx 10^{18} - 10^{14}$  см<sup>-3</sup> при  $T=77$  К, что позволяет отнести их к одним из наиболее высококачественных среди применявшихся для оптических и магнитооптических исследований.<sup>1</sup> Для выполнения исследований подложка из InP прецизионно стравливалась,<sup>2</sup> оставшаяся монокристаллическая пластинка толщиной  $d \approx 2$  мкм, без прилейки, в свободном виде упаковывалась в миниатюрный бокс из покровного стекла и аппертурных экранов из непрозрачной черной бумаги и в таком виде помещалась по оси сверхпроводящего соленоида непосредственно

<sup>1</sup> Слои InP любезно предоставлены нам Л. А. Иванютиным.

<sup>2</sup> Прецизионное стравливание подложки выполнено Н. Д. Ильинской.

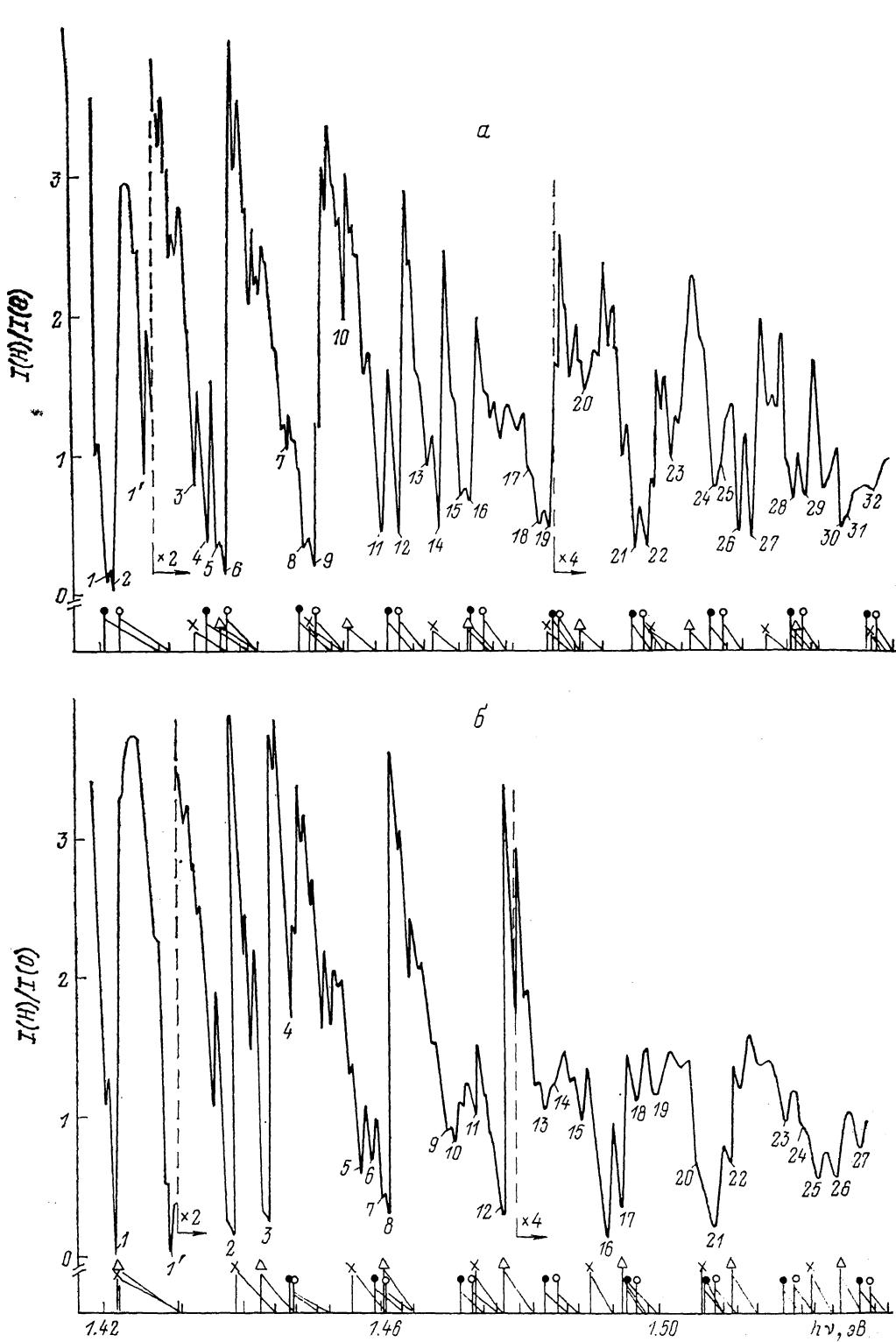


Рис. 1. Спектры ОМП (диамагнитных экситонов) кристаллов InP.  $T=2$  К,  $H=7.5$  Тл,  $H \parallel \langle 100 \rangle$ ,  $d=2$  мкм, поляризация:  $\sigma^+$  (a),  $\sigma^-$  (b.).

Под экспериментальными приводятся теоретические спектры основного состояния ДЭ ( $\nu=0$ ), считанные для полученной в работе системы зонных параметров InP. Обозначение переходов:  $\Delta - a^+ (l \pm 1) a^c (l)$ ,  $\times - b^- (l \pm 1) b^c (l)$ ,  $\circ - a^- (l \pm 1) a^c (l)$ ,  $\bullet - b^- (l \pm 1) b^c (l)$  (знак «+» в скобке относится к  $\sigma^-$  поляризации, а «—» к  $\sigma^+$ ). Для наглядности теоретическое положение основных максимумов связано косой чертой с положением соответствующего края диссоциации  $\chi_1$  (Н). Числа у минимумов — порядковый номер максимумов поглощения на основных состояниях ДЭ, рассматриваемых далее на рис. 4—6.

в среду жидкого гелия. Последний откачивался главным образом во избежание кипения в процессе регистрации спектров. Измерения проводились при помощи светосильного дифракционного монохроматора от спектрофотометра ДФС-12 по «обратной» схеме; образец освещался сплошным спектром иодной вольфрамовой лампы.

Измерения при  $H=0$  на наших образцах описаны в [17] и демонстрируют развитую структуру экситонной серии, включающую в себя помимо основного  $n_0=1$  возбужденные состояния  $n_0=2, 3$ . Расположение членов серии хорошо соответствует теоретическим расчетам, выполненным по теории возмущений [18], и обнаруживает отклонения от водородоподобной модели, свойственные алмазоподобным полупроводникам с вырожденной валентной зоной. При этом  $Ry^*(n_0=1)=5.0$ ,  $Ry^*(n_0=2)=1.3$ ,  $Ry^*(n_0=3)=0.5$  мэВ, а  $\varepsilon_g(0)=1.4243$  эВ. Уже при включении относительно слабого магнитного поля  $H \geq 0.5$  Тл на наших образцах отчетливо просту-

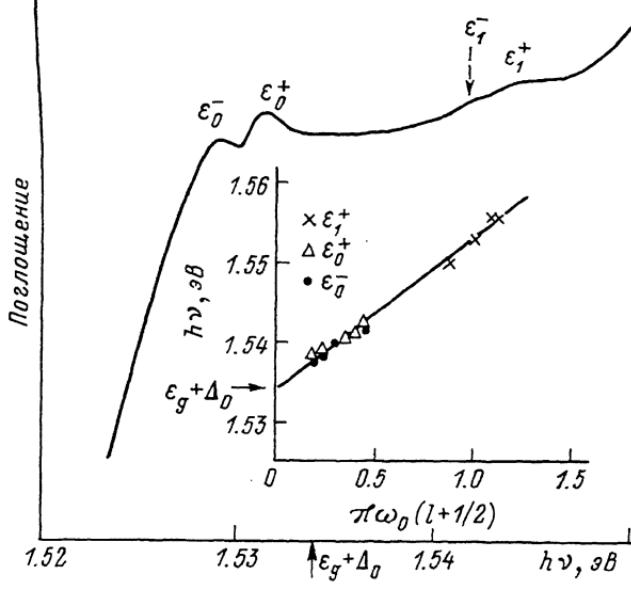


Рис. 2. Осциллирующее магнитопоглощение InP в области переходов из зоны  $v_3$ , отделенной спин-орбитальным взаимодействием.  $T=2$  К,  $H=7.5$  Тл,  $d \leq 2$  мкм,  $\sigma^\pm$ —поляризация.

На вставке — зависимость положений максимумов от параметра  $\pi\omega_0(l+1/2)$ , где  $\omega_0=eH/m_0c$ ;  $\Delta_0=-0.1097$  эВ,  $m_{g0}^*=0.208$ .

дает квазиландауская осцилляционная структура, в то время как для InP можно было бы ожидать  $H_{g=1}^* \approx 4.2$  и 7.7 Тл для переходов с участием легких и тяжелых дырок соответственно. В [19], где ОМП в InP наблюдалось впервые, для регистрации нескольких слабых максимумов понадобилось  $H=3$  Тл, а в [20] несколько осцилляционных максимумов наблюдались в импульсном поле напряженностью  $H$  от 5 до 20 Тл. Помимо этих двух работ, в которых наблюдалось межзонное магнитопоглощение InP, мы можем упомянуть также выполненное в [12] исследование связанной с ОМП осциллирующей фотоэдс в магнитном поле 3–7 Тл, позволившее авторам вычислить набор параметров зон InP. Следует отметить, однако, некоторую спорность интерпретации в [21] отдельных максимумов спектра.

Спектры ОМП, полученные нами в различных поляризациях света, приводятся на рис. 1. Зарегистрированные спектры уникальны по качеству: в максимальном поле эксперимента ( $H=7.5$  Тл) наблюдаются многие десятки весьма узких линий, ширина некоторых — предположительно синглетных — не превышает  $\Gamma_{2K} < 1$  мэВ. Такого качества спектры ОМП наблюдались ранее только на высококачественных эпитаксиальных слоях GaAs [10, 22] с участием некоторых авторов настоящей работы. Приближающиеся к ним по качеству спектры ОМП получены недавно также и на

ультратонких пластинках высококачественного монокристаллического CdTe [11].

Представляет интерес проблема генезиса таких спектров ОМП. Нерешенной оставалась до сих пор также задача расчета спектров, в частности энергий связи диамагнитных экситонов в условиях  $\beta < 1$ .

5. На наиболее тонких образцах  $d < 2 \text{ мкм}$  нам удалось получить достаточно интенсивный сигнал в области  $h\nu > \epsilon_g + \Delta_0$  и наблюдать несколько относительно широких максимумов, относящихся к третьей валентной зоне, отщепленной спин-орбитальным взаимодействием. Расчет энергий связи соответствующих серий диамагнитного экситона  $R_{\text{ДЭ}}^{s0}$  мог быть выполнен по программе, соответствующей случаю простых зон. Для этого мы воспользовались оценкой  $R_{\text{ДЭ}}^{s0} = 5.3 \text{ мэВ}$  по теоретическому значению эффективной массы  $m_{so}^*$  и численными расчетами [23] для атома водорода. В этой области спектра при  $H=0$  максимум экситонного поглощения отсутствует, но возгорается при достижении  $\beta \geq 1$  ( $H^*=3.5 \text{ Тл}$ ). Улучшение качества осциллирующего спектра, по-видимому, может быть достигнуто в образцах с максимумом, явно выраженным при  $H=0$ .

Экстраполяция энергий для переходов между подзонами Ландау, полученных смещением экспериментальных точек на вычисленные  $R_{\text{ДЭ}}^{s0}$ , позволила уточнить энергию  $\Delta_0$  (рис. 2). Полученное значение  $\Delta_0 = 0.1097 \text{ эВ}$  учитывает экситонный характер переходов и достаточно хорошо согласуется с известными  $\Delta_0 = 0.11$  [24],  $0.102$  [25],  $0.108$  [21]. Наклон зависимости и спектральные положения линий при максимальном поле  $H$  позволяют вычислить  $m_{so}^* = 0.21m$  и  $g_{so}^* = -4.3$ , что согласуется с теоретическими оценками по формулам, следующим из модели Кейна

$$\begin{aligned} m_0 m_{so}^{*-1} &= \gamma_1 - (E_p/3)(1/\epsilon_g - 1/(\epsilon_g + \Delta_0)), \\ g_{so}^* &= -2[2\tilde{k} + 1 - (E_p/3)(1/\epsilon_g - 1/(\epsilon_g + \Delta_0))] \end{aligned} \quad (5)$$

при подстановке известных параметров валентных зон InP  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \tilde{k}$  (см. п. 9).

6. Условие (1) является необходимой предпосылкой к теоретическому решению задачи о диамагнитном экситоне на нескольких этапах анализа уравнения Шредингера, описывающего электрон и дырку, связанные кулоновским взаимодействием при наличии магнитного поля. Принципиальной основой известных подходов к описанию квазиландауского спектра диамагнитных экситонов является предположение о возможности адиабатического разделения переменных, т. е. описания системой двух уравнений

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(\rho) + \left( \frac{e^2}{x_0 \sqrt{\rho^2 + z^2}} - \frac{\rho^2}{8\mu L^4} \right) \psi(\rho) = \epsilon(z) \psi(\rho), \quad (6a)$$

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E - \epsilon(z) \right) \varphi(z) = 0, \quad (6b)$$

где в (6a) зависимость от  $\mathbf{H} \parallel z$  рассматривается как параметрическая, а  $\rho$  — цилиндрическая координата:  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ . Математическая система (6) может быть применена вместо соответствующего уравнения с неразделяющимися переменными в том случае, когда частота движения вдоль магнитного поля становится меньше частоты движения в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Это условие эквивалентно требованию о малости расстояния между энергетическими уровнями собственных значений (6b) по сравнению с интервалами между собственными значениями (6a).

Однако, к сожалению, в настоящее время не существует аналитического подхода к решению уравнения (6a) при произвольном  $\beta$ . Получить зависимость  $\epsilon(z)$  можно только по теории возмущений

$$\epsilon(z) = \hbar\Omega(n_\rho + (|m| + m)/2 + 1/2) - \frac{e^2}{x_0} \int \frac{d^2\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \Psi_{n,m}^2(\rho), \quad (7)$$

где  $\psi_{n, m}(\rho)$  — волновая функция на уровне Ландау с номером  $l=n_p + (|m|+m)/2$  и с проекцией момента  $m$ . Применимость такого рассмотрения обоснована только для магнитных полей и уровней Ландау, удовлетворяющих либо (1), либо условию [26]

$$\beta l > 1. \quad (8)$$

Как это следует из предыдущих рассуждений, условие (8) не является физическим ограничением на возможность существования квазиландауского спектра ДЭ; оно может рассматриваться лишь как условие математической правильности его расчета.

Учет зонной структуры алмазоподобных полупроводников с четырехкратным вырождением вершины валентной зоны при  $k=0$  был осуществлен в [27], где энергии связи резонансных состояний ДЭ, образованных между уровнем Ландау электрона с номером  $l=0, 1, \dots$  и уровнем Латтинжера дырки с номером  $n=l-M+1/2$  ( $n=-1, 0, 1, \dots$ ), определяемые проекцией момента экситона на направление магнитного поля ( $M=\pm 1/2, \pm 3/2$ ), искались в адиабатическом приближении из одномерного уравнения Шредингера

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu_{\lambda, n}} \frac{d^2}{dz^2} + U_{l, M, \lambda}(z) \right) \psi(z) = \epsilon \psi(z), \quad (9)$$

где  $\mu_{\lambda, n}$  — приведенная продольная масса электрона и дырки на уровне Ландау с номером  $n$  серии  $\lambda$  ( $\lambda=\pm 1/2, \pm 3/2$ ) [27] (табл. 2), а адиабатический потенциал имеет вид

$$U_{l, M, \lambda} = -\frac{e^2}{2\mu_{\lambda, n}} \frac{1}{L} \int_0^{2\pi} d\varphi \int \frac{d\xi}{\sqrt{2\xi + z^2/L^2}} |\Phi_{l, M}(\xi, \varphi, \lambda)|^2. \quad (10)$$

Здесь  $\xi=\rho^2/2L^2$  и усреднение кулоновского потенциала производится на волновых функциях  $\Phi_{l, M}$ , описывающих движение экситона в плоскости, перпендикулярной магнитному полю в алмазоподобном полупроводнике [27].

Таблица 2

Значения продольных (по полю  $H \parallel z$ ) масс на подзонах Ландау  $m_{l, M}^*(z)/m_0$  при  $k_z=0$  и при  $k_z^{\max}$

Уровни дырки	$m_1^+$	$m_2^+$	$m_1^-$	$m_2^-$	$m(k_z^{\max})$
-1	0.487	0.634	—	—	—
0	0.112	0.390	—	—	0.527
1	0.095	0.126	0.170	-0.118	0.575
2	0.092	0.101	0.094	-0.070	0.588
3	0.091	0.095	0.070	-0.057	

Считая адиабатическое приближение обоснованным уже физическим фактом существования КЛ последовательности максимумов в экспериментальном спектре, мы сочли возможным получение для уровней энергии  $\epsilon \gg \epsilon_s$  правильных значений энергии связи путем численного расчета одномерного уравнения (9) без наложения ограничений на  $\beta$ .

При этом в адиабатическом потенциале  $U_{l, M, \lambda}(z)$  образуются бесконечные серии одномерных состояний ( $v=0, 1, \dots$ ), примыкающих к соответствующему переходу между уровнями Ландау (Латтинжера) валентной зоны и зоны проводимости как к краю диссоциации. Спектр таких переходов дается уравнениями Пиджена—Брауна (ПБ) [28] с соответствующими правилами отбора. Нижние состояния каждой серии ДЭ с  $v=0, 1, 2$  искались

вариационным методом. При этом пробная функция выбиралась в виде разложения по ортогональной серии осцилляторных функций

$$g(z) = \sum_j^{16} C_j \exp(-\alpha z^2/2) H_j(\sqrt{\alpha} z), \quad (11)$$

где  $H_j(\sqrt{\alpha} z)$  — полиномы Эрмита,  $\alpha$  и  $C_j$  — вариационные параметры. Выбор  $j=16$  определялся компромиссом между достигаемой точностью и резервом машинного времени на вычисления. Для четных состояний эта сумма содержит только четные полиномы Эрмита. Нечетные состояния из-за их оптической неактивности в дальнейшем не исследовались.

Полученные результаты мы приводим на рис. 3 для различных квантовых чисел Ландау электрона  $l_c$  наряду с расчетом по аналитическим формулам [27], «хорошо» работающим при  $\beta \gg 1$  [1].

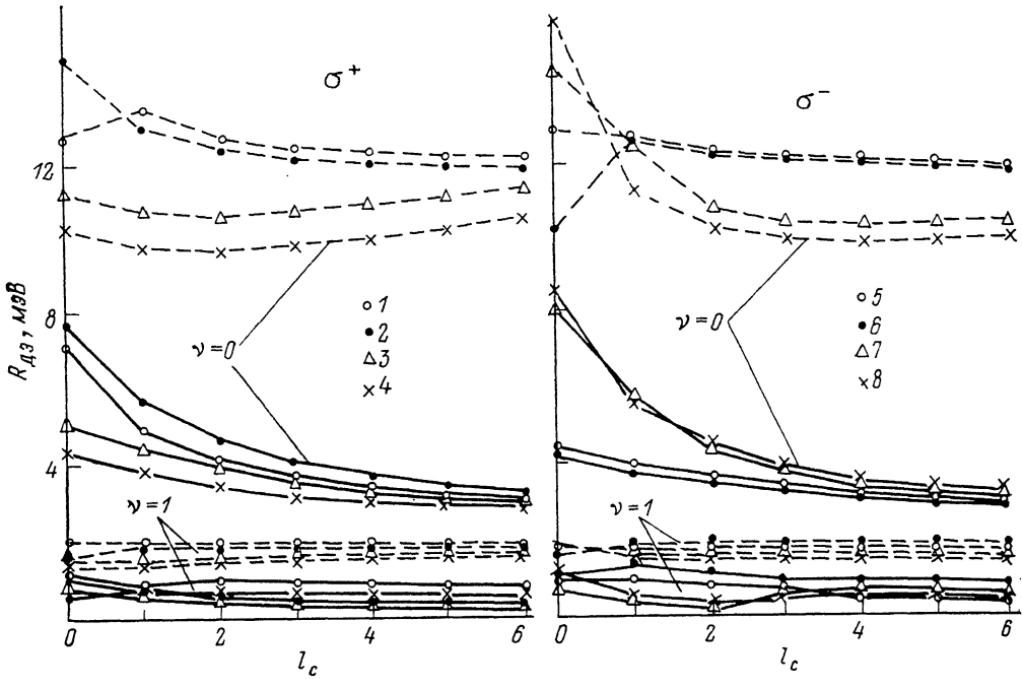


Рис. 3. Расчетные значения энергий связи ДЭ для  $\nu=0, 1$ , полученные численным решением уравнения (9) для  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  спектров.

Переходы: 1 —  $a^+(l-1) b^c(l)$ , 2 —  $b^+(l-1) b^c(l)$ , 3 —  $a^-(l-1) a^c(l)$ , 4 —  $b^-(l-1) b^c(l)$ , 5 —  $a^+(l+1) a^c(l)$ , 6 —  $b^+(l+1) b^c(l)$ , 7 —  $a^-(l+1) a^c(l)$ , 8 —  $b^-(l+1) b^c(l)$ . Штриховой линией показаны результаты аналитического расчета по [27].

Видно, что численный расчет дает для нашего случая ( $H_{\max}=7.5$  Тл,  $\beta \ll 1$ ) существенно меньшие значения  $R_{\text{ДЭ}}(\nu=0)$ , чем аналитическая процедура. Разница уменьшается с увеличением  $\nu$ , однако еще для  $\nu=1$  (первое возбужденное четное состояние) различие остается значительным.

7. Исследуем экспериментально генезис квазилендауского спектра. Анализ спектров, зарегистрированных при различных  $H$ , показывает, что критическим является поле  $H^* = 0.4 \div 0.5$  Тл. Это поле могло быть соотнесено с  $H_{12}^* = H_1^*/n_0^*$ , где  $n_0^*=4$ , тогда как  $n_{\max}$ , детектируемое поле при  $H=0$ , равно трем.

На рис. 4 нами приводится участок веерной диаграммы для  $\sigma^+$ -поляризации в области энергий вблизи  $\epsilon_g$ . Очевиден весьма сложный характер образования осциллирующего спектра. Энергия состояния  $n_0=1$  слабо и нелинейно зависит от  $H$ ; лишь при  $H > 6$  Тл удается разрешить расщепление на два состояния, принадлежащие экситонам с тяжелыми дырками при переходах  $b^-$  (1)  $b^c$  (0) (нижнее) и  $a^-$  (1)  $a^c$  (0) (верхнее).

Состояние  $n_0=2$  имеет явно выраженный короткий нелинейный участок и оказывается «родоначальником» целой серии состояний в спектре диамагнитных экситонов: здесь экситоны, связанные с оптическими переходами  $b^+(1) b^c(0)$ ,  $b^-(2) b^c(1)$ ,  $a^+(1) a^c(0)$  и  $a^-(2) a^c(1)$ , а также возбужденные состояния  $\nu=1$  и  $\nu=2$ , принадлежащие «нижним» сериям ДЭ, основное состояние которых ( $\nu=0$ ), по-видимому, образуется из  $n_0=1$  только при максимальных значениях поля. Следующая группа линий образуется из  $n_0=3$ , правда, не на всех образцах и не очень четко детектируемого в спектре  $H=0$ . Здесь прослеживается образование ДЭ при переходах  $b^-(3) b^c(2)$ ,  $b^+(2) b^c(1)$  и  $a^-(3) a^c(2)$ . К этой группе тяготеют и возбужденные состояния предыдущей группы. Наконец, при относительно

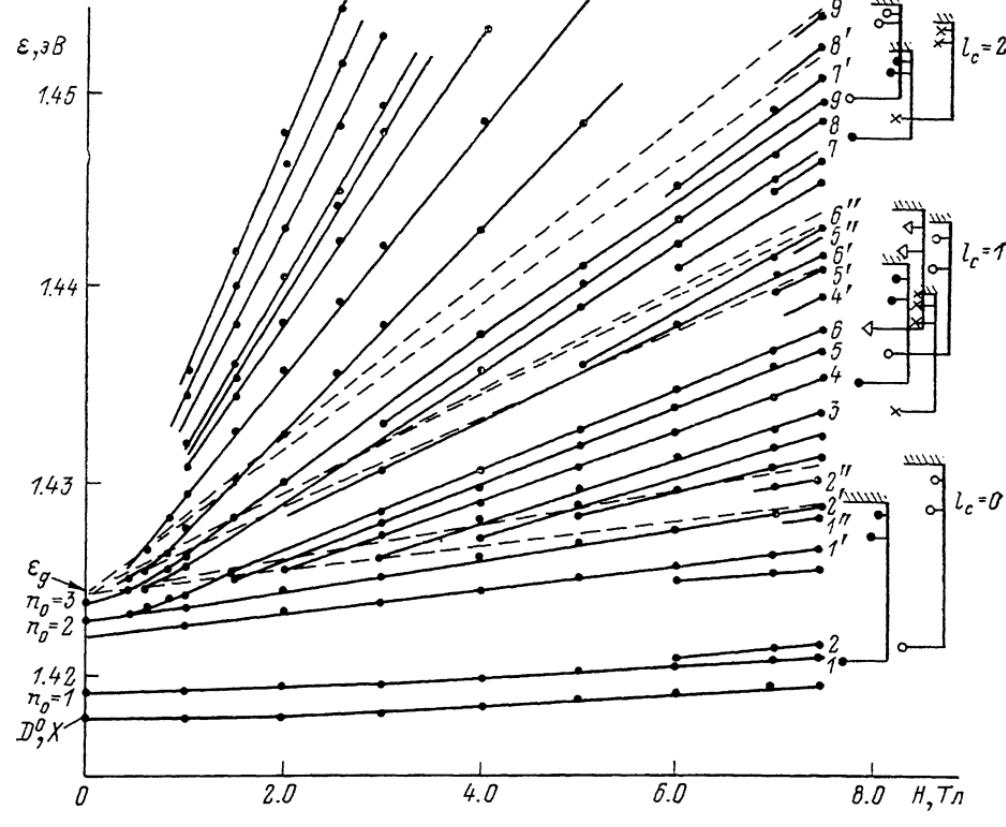


Рис. 4. «Веерная диаграмма» для InP в длинноволновой области спектра.  $T = 2 \text{ K}$ ,  $+$  — поляризация.

Справа прямыми скобками показаны предполагаемые серии диамагнитных экситонов. Числа — порядковый номер на рис. 1. Числа со штрихом — предполагаемые возбужденные состояния ДЭ соответствующего порядкового номера.

слабых полях  $H < 1$  Тл обнаруживаются точки, явно принадлежащие нелинейной зависимости, берущей начало между  $\epsilon$  ( $n_0=3$ ) и  $\epsilon_g$ . Из них образуется следующая серия максимумов, в частности  $b^- (4)$   $b^c (3)$  и  $a^- (4)$   $a^c (3)$ . Для максимумов, принадлежащих большим числам Ландау, не удается выделить нелинейные зависимости в начальном участке веерной диаграммы. Можно лишь утверждать, что остальные линии берут начало близко к  $\epsilon_g$  и не ниже  $n_0=4$ . Существование нелинейных участков делает привлекательным построение в «двойном» логарифмическом масштабе зависимостей  $\lg (\epsilon_{\max} - \epsilon_n^0)$  от  $\lg H$ . Здесь в качестве  $\epsilon_n^0$  выступают энергии дискретного экситонного спектра при  $H=0$ . Такая зависимость приводится на рис. 5 и показывает наличие двух хорошо выраженных отрезков: квадратичного, соответствующего диамагнитному сдвигу экситона Ванье—Мотта, и далее линейного, соответствующего изменению энергий уровней Ландау при увеличении магнитного поля. Из рис. 5 становится очевидным

участие в образовании осциллирующего спектра  $n_0=4$  и даже, возможно,  $n_0=5$ .

Из экспериментальных данных следует также, что состояние  $n_0=1$  практически во всем диапазоне применяющихся полей, а  $n_0=2$  в достаточно широком интервале ведут себя, как 3D состояния (см., например, [29]).

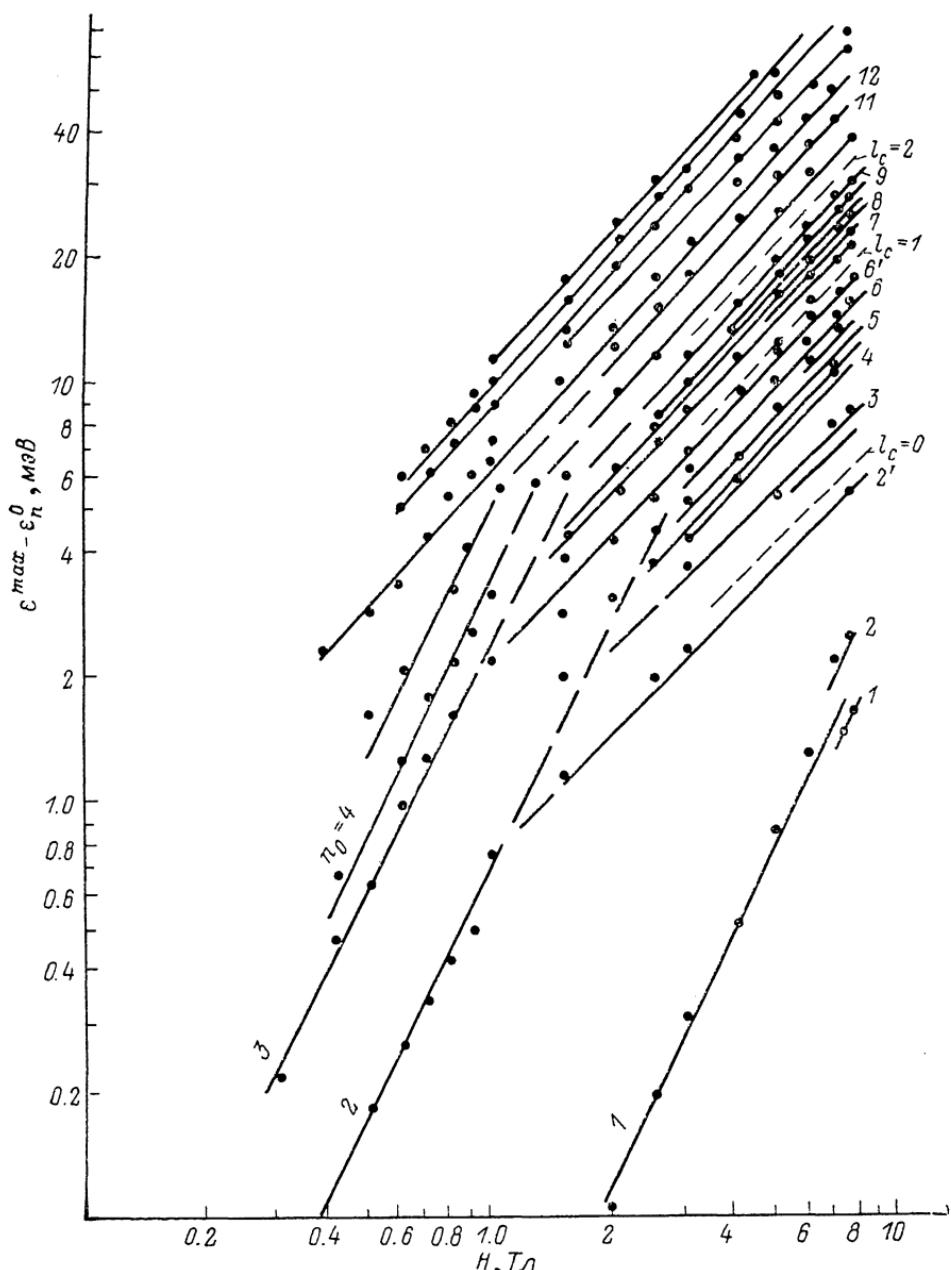


Рис. 5. Та же веерная диаграмма, что и на рис. 4, но в логарифмическом масштабе  $\lg(\epsilon_{\max} - \epsilon_n^0) - \lg H$ .

Принято:  $\epsilon_1^0 = 1.4193$ ,  $\epsilon_2^0 = 1.4230$ ,  $\epsilon_3^0 = 1.4238$ ,  $\epsilon_4^0 = 1.4240$ ,  $\epsilon_5^0 = 1.4241$ ,  $\epsilon_{\infty}^0 \equiv \epsilon_g^0 = 1.4243$  эВ. Числа соответствуют порядковым номерам максимумов поглощения на рис. 1, 4.

С увеличением  $n_0$  этот диапазон быстро уменьшается и критическое поле перехода к квазидономерному движению имеет достаточно сложную зависимость от  $n_0$ . В первом приближении мы можем считать, что если при  $H=0$  удается наблюдать состояние  $n_0^*$ , то критическому полю  $H^*(n_0^*)$  начала осциллирующего спектра будет соответствовать приблизительно  $H^*/(n_0^*+1)^2$ . Таким образом, возникновение КЛ спектра, по-видимому,

происходит в InP при достижении равенства  $\beta^* \approx 1$  для наиболее высокого «ридберговского» состояния экситона, не регистрируемого при  $H=0$ , но возгорающегося при включении поля. При  $H > H^*$  ( $n_0^*$ ) спектр для  $\epsilon > \epsilon_\infty$  приобретает квазиландуский характер, что и служит основанием для рассмотрения задачи в рамках адиабатического метода разделения переменных и определения «экситонного» вклада анализом одномерного уравнения Шредингера.

8. Обосновав, таким образом, применение адиабатического метода, мы не можем тем не менее оценить теоретически длинноволновую границу применимости численных решений одномерного уравнения (9). Максимумы в спектре при  $\epsilon \gg \epsilon_\infty$ , принадлежащие переходам с большими  $l \gg \gg 1$ , начинают удовлетворять (8), и только здесь применяемый метод уже вполне оправдан теоретически.

Для практического выяснения применимости выполненных в п. 6 расчетов воспользуемся тем обстоятельством, что вид полученных спектров (рис. 1) позволяет предположить наблюдение целого ряда серий диамагнитного экситона, включающих в себя возбужденные состояния ДЭ с  $v = -1, 2$  помимо основного  $v=0$  (рис. 4, 6). Считая при этом расчеты для возбужденных состояний вполне обоснованными и допускающими применение аналитического метода ввиду малости  $(R_{\text{ДЭ}}(v)/\hbar\Omega) \ll 1$  (здесь  $R_{\text{ДЭ}}(v)$  — энергия связи возбужденного состояния ДЭ), мы совместим с экспериментальными теоретические положения энергий возбужденных состояний. Таким образом, мы установим энергии краев диссоциаций или переходов между подзонами Ландау  $\epsilon_{ll'}$  в соответствии с общими представлениями [1], никак не выраженные в экспериментальных спектрах. (Следует заметить, однако, что в наших спектрах впервые обнаруживается ряд дополнительных максимумов, положение которых очень близко к энергиям некоторых переходов между уровнями Ландау. Объяснение возникновению таких переходов можно искать в явлениях экранирования кулоновского взаимодействия свободными носителями, эффективного при больших радиусах состояний — больших  $v$  или  $l$ . Это обстоятельство требует дальнейшего его изучения).

Установив независимо  $\epsilon_{ll'}$ , мы имеем возможность точного сравнения экспериментального и теоретического положений основного состояния  $v=0$ , имеющего наибольшую интенсивность. Анализ рис. 6 дает основания считать, что расчет по п. 6 обеспечивает точность не хуже 10 % для  $v=0$ , начиная с первого же состояния ДЭ на фоне континуума. Что же касается первой серии ( $l_c=0$ ), находящейся в области прозрачности, то здесь ситуация не поддается описанию в рамках модели квазидисперсионных (диамагнитных) экситонов вплоть до  $\beta > 1$ , в то время как возбужденные состояния и здесь могут быть рассчитаны описанным выше (п. 6) способом при  $\beta^* > 1$ .

9. Убедившись в адекватности метода расчета энергий связи ДЭ, мы можем при помощи (3) приступить к определению гипотетического спектра перехода между подзонами Ландау и затем, пользуясь, например, уравнениями ПБ, установить значения системы параметров, определяющих энергетическую зонную структуру полупроводника вблизи  $k=0$ . Преимуществом методов, основанных на межзонном магнитопоглощении, является получение самосогласованных зонных параметров, учитывающих одновременно  $c$ - и  $v$ -зоны полупроводника. Кроме того, возможно получение сведений о параметрах при продвижении в зону на относительно большие глубины. Это дает возможность точнее определять влияние более высоких зон. При этом имеется метод прямого и независимого установления циклотронных частот электронов и дырок в зависимости от энергии, например, путем сравнения спектров  $\sigma^+$ - и  $\sigma^-$ -поляризаций [30] или же  $g$ -фактора при сравнении  $\sigma^-$  и  $\pi$ -спектров.

Так, выбирая переходы  $\sigma^+$ - и  $\sigma^-$ -спектров  $a^\pm(l_c+1)a^c(l_c)$  или  $b^\pm(l_c+1)b^c(l_c)$  и  $a^\pm(l_c)a^c(l_c)$  или  $b^\pm(l_c-1)b^c(l_c)$  и вычитая из энергетических положений первых вторые, мы получим удвоенные циклотронные энергии тяжелых (—) или легких (+) дырок при соответствующих энергиях  $v$ -зон. Мы можем

иначе скомбинировать те же переходы для получения циклотронных энергий электронов, например  $a^\pm(l_c)a^c(l_c-1)$  и  $a^\mp(l_c)a^c(l_c+1)$ . Тогда разность энергий составит

$$\Delta\varepsilon = 2[m_0 m_c^*(0) - 2p_c \hbar\omega_0(2l_c - 1)]\hbar\omega_0 \approx 2\hbar\omega_{l-1}, \quad (12)$$

где  $p_c$  — коэффициент непараболичности зоны проводимости, определяемый, как коэффициент при  $k^4$  в разложении закона дисперсии  $\varepsilon(k)$  по четным степеням  $k$ .

$$\varepsilon_c(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_c^*(0) - p_c (\hbar^2 k^2 / 2m_0)^2. \quad (13)$$

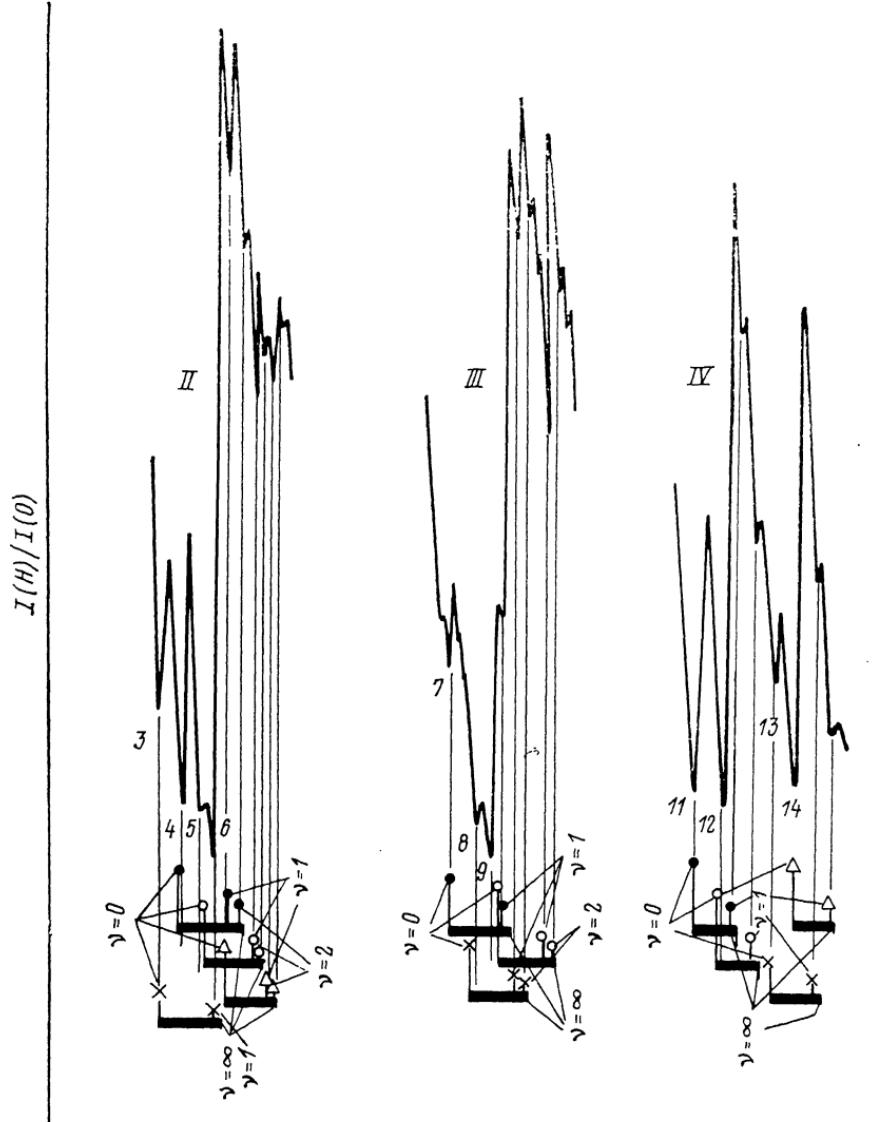


Рис. 6. Фрагменты спектра ДЭ на рис. 1 в  $\sigma^+$ -поляризации с подгонкой теоретических серий ДЭ под экспериментальные по возбужденным состояниям  $\nu=1, 2$ .

Переходы, группа II: 3 —  $b^+(1)b^c(0)$ , 4 —  $b^-(2)b^c(1)$ , 5 —  $a^-(2)a^c(1)$ , 6 —  $a^+(1)a^c(0)$ ; группа III: 7 —  $b^-(3)b^c(2)$ , 8 —  $b^+(2)b^c(1)$ , 9 —  $a^-(3)a^c(2)$ ; группа IV: 11 —  $b^-(4)b^c(3)$ , 12 —  $a^-(4)a^c(3)$ , 13 —  $b^+(3)b^c(2)$ , 14 —  $a^+(3)a^c(2)$ . Тонкими линиями показана привязка возбужденных состояний теоретического спектра к экспериментальному, позволяющая оценить результатирующую согласованность основных состояний. Длина жирной горизонтальной линии теоретического спектра равна  $R_{ДЭ}$ . Числа у минимумов соответствуют рис. 1, 3, 4.

На рис. 7, а, б мы приводим полученные таким образом зависимости эффективных масс электронов и легких дырок от энергии. Отсюда при помощи выражений типа (11) легко графически определяются  $m_c^*(0) = -0.077m_0$  при  $p_c = 0.125 \text{ мэВ}^{-1}$  и  $m_{lh}^*(0) = 0.13m_0$  при  $p_{lh} = 0.21 \text{ мэВ}^{-1}$ . Эффективную массу тяжелой дырки мы определим только для ориентации,

свойственной нашим образцам в фарадеевской геометрии эксперимента, а именно  $H \parallel \langle 100 \rangle$ :  $m_{hh}^{*(100)}(0) = 0.52m_0$ ; здесь энергетическая зависимость практически отсутствует. Полученные данные с использованием ранее установленных энергетических зазоров  $\epsilon_g(0)$  и  $\Delta_0$ , а также с учетом, по-видимому, наиболее точно установленных в [31] параметров анизотропии (гофрировки)  $v$ -зоны  $\delta\gamma = \gamma_3 - \gamma_2 = 0.5$ , позволяют восстановить весь набор параметров, характеризующих энергетическую зонную структуру InP:  $\epsilon_g(0)$ ,  $E_p$ ,  $F$ ,  $N_1$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ ,  $k$ ,  $g$ . Однако, не претендуя на точность определения  $R_{\text{дэ}}$ , лучшую, чем 10 %, мы не находим возможным уточнять с очень высокой тщательностью установленные из внутризонных магнитооптических экспериментов массы, например, такие как  $m_e^*(0) = 0.07927m_0$  [32] или же  $g_c^* = 1.26$  [33]. Учтем, что эффективная масса, определяемая из внутризонного (низкочастотного) эксперимента, как правило, является массой полярона и для сравнения с нашими данными или же построения

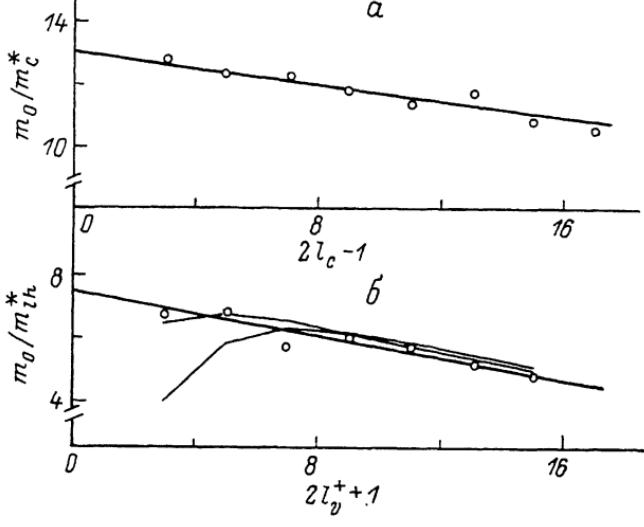


Рис. 7. Построение графиков по формулам типа (12) для нахождения эффективных масс электрона (а) и легкой дырки (б) в экстремумах соответствующих зон. Ломаная кривая — теоретическая, составленная по уравнениям П.Б. Отклонения от линейности в области  $l_v^{++} < 3$  — следствие квантовых эффектов.

согласованной системы параметров зонной структуры нуждается в корректировке, учитывающей взаимодействие с фононами. Для случая слабой связи  $m_{e0}^* = m_{e\infty}^* (1 + \alpha/6)$ , где  $\alpha$  — фрелиховская константа. При  $\alpha = 0.114$  для электрона в InP получаем из  $m_{e0}^*$  высокочастотную величину зонной массы  $m_{e\infty}^* = 0.0777m_0$  [32], которая совпадает с нашими данными с достаточно высокой точностью.

Существенно ценнее уникальная возможность проследить зависимость массы от энергии на большую глубину  $\epsilon$ , внося вклад в разрешение разногласий между двумя группами авторов, определяющих такой важный параметр InP, как  $E_p = 17$  [21], 16.7 [34], 16.6 [35], 16 [36] или  $E_p = 20.55$  [32], 20.5 [37] эВ. Это разнотечение не влияет на оценку массы электрона на дне зоны (она совпадает с точностью в 2.5 %), а сводится главным образом к различию в оценке вклада высших зон проводимости, в частности ближайших с симметрией  $\Gamma_8^e$  и  $\Gamma_7^e$ . При этом выбор  $E'_p = 16.7$  эВ приводит к практическому отказу от влияния высших зон:  $E'_p = 0$  эВ при  $C = 0$ , тогда как  $E'_p = 20.5$  эВ требует  $E'_p = 1$  эВ при  $C = -2$ .

При этом в рамках пятизонной модели

$$\frac{m_0}{m_e^*(0)} - 1 = \frac{E_p}{3} \left( \frac{2}{\epsilon_g} + \frac{1}{\epsilon_g + \Delta_0} \right) - \frac{E'_p}{3} \left( \frac{2}{\epsilon(\Gamma_8^e) - \epsilon_g} + \frac{1}{\epsilon(\Gamma_7^e) - \epsilon_g} \right) + C \equiv bE_p + 2F, \quad (14)$$

$$\frac{g_c^*(0)}{2} - 1 = -\frac{E_p}{3} \left( \frac{1}{\epsilon_g} - \frac{1}{\epsilon_g + \Delta_0} \right) - \frac{E'_p}{3} \left( \frac{1}{\epsilon(\Gamma_8^c) - \epsilon_g} - \frac{1}{\epsilon(\Gamma_7^c) - \epsilon_g} \right) + C' \equiv -b'E_p + 2N_1. \quad (15)$$

Здесь вторые члены в правой части характеризуют вклад ближайших более высоких  $c$ -зон (согласно [38-40]),  $\epsilon(\Gamma_8^c) - \epsilon_g \simeq 3.6 \div 3.7$  эВ и  $\epsilon(\Gamma_7^c) - \epsilon_g = 3.3$  эВ, а  $\Delta_0 = \epsilon(\Gamma_8^c) - \epsilon(\Gamma_7^c) = 0.3 \div 0.4$  эВ, коэффициенты  $C$  и  $C'$  — вклад всех остальных зон. Вторые и третьи члены в сумме дают величины  $2F$  и  $2N_1$  для  $m_c^*$  и  $g_c^*$  соответственно. Извлекая из нашего эксперимента циклотронную массу электрона на значительной глубине зоны проводимости мы имеем возможность сравнить два подхода к описанию и выбрать адекватный реальной ситуации.

На рис. 7, а зависимость  $m_c^*(l_c)$  имеет наклон, соответствующий  $p_c = -0.125$  мэВ $^{-1}$ . Будем считать, что непарabolичность определяется только взаимодействием ближайших  $c$ - и  $v$ -зон, тогда как дальние зоны вносят корректировку в значение массы на дне зоны

$$p_c = (m_0/m_c^* - 1 - 2F)^2 A/\epsilon_g,$$

где

$$A = (3 + 4Q + 2Q^2)/(3 + 5Q + 2Q^2), \quad Q = \Delta_0/\epsilon_g. \quad (16)$$

Отсюда следует, что случаю  $E'_p = C = 0$  или  $F = 0$  соответствует  $p_c \simeq 0.08$  мэВ $^{-1}$ , в то время как в нашем случае ( $A = 0.89$ ,  $b = 0.686$ )  $F$  можно вычислить как

$$F = (m_0/m_c^* - 1)/2 - (p_c \epsilon_g / 4A)^{1/2}, \quad (17)$$

что дает  $F = -1.1$  при  $C = -2$  и  $E_p = 20.6$  эВ. Отсюда следует, что в соответствии с [38-40]  $E'_p = 0.7$  эВ и  $N_1 = -0.014$  для  $C' = -0.02$ .

Рассмотрим далее соответствие с  $\gamma$ -параметрами данных по спин-орбитально отщепленной зоне. Ввиду малости второго члена правой части в выражениях (5) для  $m_0/m_{SO}^*$  и  $g$  они почти всецело определяются параметрами  $\gamma_1$  и  $\tilde{k}$ . Учитывая полученные  $m_c/m_{SO}^*$  и  $E_p$ , определяем  $\gamma_1 = 5.25$ . Далее принимаем во внимание  $g_c^* + g_{SO}^* = -4 \tilde{k}$ , что следует из (5) и (6), а также собственно (5). Обоим условиям удовлетворяет  $\tilde{k} = 0.75$ . Теперь осуществим вычисление  $\gamma_2$ , учитывая  $\gamma_3 = 2.1 \pm 0.1$  [31]. Из известной формулы, связывающей параметры дырочных зон в алмазоподобных полупроводниках

$$\tilde{k} + \gamma_1/3 - 2\gamma_2/3 - \gamma_3 = -2/3, \quad (18)$$

следует  $\gamma_2 = 1.6$ , что согласуется также и с  $\delta\gamma = 0.5$  [31].

Таким образом, выполненное исследование позволяет предпочтеть следующий набор параметров зонной структуры InP:  $\epsilon_g = 1.4243$  эВ,  $E_p = 20.6$  эВ,  $\Delta_0 = 0.1097$  эВ,  $F = -1.1$ ,  $N_1 = -0.014$ ,  $\gamma_1 = 5.25$ ,  $\gamma_2 = 1.6$ ,  $\gamma_3 = 2.1$ ,  $\tilde{k} = 0.75$ ,  $q = 0$ ,  $E'_p = 0.7$  эВ.

Здесь  $\epsilon_g$  и  $\Delta_0$  определены прямо из нашего эксперимента,  $E_p$  и  $F$  оценены экспериментально по  $p_c$  и  $m_c^*(0)$  и учитывают уточненные здесь  $\epsilon_g$  и  $\Delta_0$ ;  $\gamma_1, 2, 3$ ,  $\tilde{k}$  и  $q$ , согласующиеся с нашим магнитооптическим экспериментом с участием зон  $v_1$  и  $v_2$ , получены из данных по ОМП при переходах из спин-орбитально отщепленной валентной зоны с учетом результатов [31].

10. Таким образом, нами в InP впервые наблюдалось образование квазиландауского осциллирующего магнитопоглощения, возникающего в условиях слабого ( $\beta \ll 1$ ) магнитного поля. При этом критическое поле возникновения осциллирующего спектра тем меньше, чем более высокому возбужденному («ридберговскому») состоянию экситона по главному квантовому числу  $n_0$  соответствует образование спектра. В нашем случае при  $H = 0$  наблюдалось  $n_0 = 3$ , но при включении магнитного поля возгорается  $n_0 = 4$ , которое и приводит к возникновению осциллирующего

спектра уже при  $H \geqslant 0.5$  Тл. Полученные спектры можно рассматривать как спектры диамагнитных экситонов, а энергии связи с достаточной точностью рассчитываются численным решением одномерного уравнения Шредингера. Корректировка спектра на энергию связи позволяет выполнить расчеты самосогласованной системы зонных параметров InP; наиболее существенна при этом возможность измерения массы электрона на относительно большой глубине зоны проводимости, что дает возможность адекватного учета высших зон проводимости, а также параметров спин-орбитально отщепленной валентной зоны.

### Список литературы

- [1] Сейсян Р. П. Спектроскопия диамагнитных экситонов. М., 1984. 272 с.
- [2] Elliott R. J., Loudon R. // J. Phys. Chem. Solids. 1959. V. 8. N 3. P. 382—388; 1960. V. 15. N 3/4. P. 196—207.
- [3] Hasegawa H., Hovard R. E. // J. Phys. Chem. Solids. 1961. V. 21. N 1. P. 179—199.
- [4] Канская Л. М., Кохановский С. И., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л. // ФТП. 1982. Т. 16. № 11. С. 2037—2041.
- [5] Гейман К. И., Кохановский С. И., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л., Юкиш В. А. // ФТП. 1986. Т. 28. № 3. С. 855—861.
- [6] Яковлев Н. Л., Соколов Н. С. // ФТП. 1986. Т. 28. № 7. С. 1998—2008.
- [7] Агекян В. Т., Захарченя Б. П., Ильин В. В., Сейсян Р. П., Степанов Ю. А., Ширяпов И. П. // ФТП. 1972. Т. 6. № 10. С. 1924—1930.
- [8] Расулов А. Г., Сейсян Р. П., Стам М. В., Торопов А. А., Эфрос Ал. Л. // ФТП. 1987. Т. 29. № 11. С. 3308—3311.
- [9] Гельмонт Б. Л., Михайлов Г. В., Панфилов А. Г., Разбираин Б. С., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л. // ФТП. 1987. Т. 29. № 6. С. 1730—1739.
- [10] Абдуллаев М. А., Захарченя Б. П., Сейсян Р. П. // ФТП. 1973. Т. 7. № 5. С. 958—969.
- [11] Abdullaev M. A., Coschug O. S., Kokhanovskii S. I., Seisyan R. P. // J. Cryst. Growth. 1990. V. 101. N 1—4. P. 802—807.
- [12] Абдуллаев М. А., Кохановский С. И., Коцуг О. С., Макушенко Ю. М., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л. // Материалы XI Всес. конф. по физике полупроводников. Кишинев, 1988. Т. 1. С. 151—153.
- [13] Голубев В. Г., Иванов-Омский В. И., Осутин А. В., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л., Язева Т. В. // ФТП. 1988. Т. 22. № 8. С. 1416—1421.
- [14] Жилич А. Г., Монозон Б. С. // ФТП. 1968. Т. 8. № 12. С. 3559—3566.
- [15] Далярно А. Спектроскопия ридберговских состояний. М., 1985. 365 с.
- [16] Clark C. W., Lu K. T., Starace A. F. // Progress in atomic spectroscopy / Ed. Beyer H.-J., Kleinpoppen H. London, Plenum, 1983. Part C. Ch. 41; Gray J. C. // Ibid. Ch. 40.
- [17] Абдуллаев М. А., Кохановский С. И., Макушенко Ю. М., Сейсян Р. П. // ФТП. 1989. Т. 23. № 7. С. 1156—1159.
- [18] Baldereschi A., Lipari N. O. // Phys. Rev. 1971. V. B3. N 2. P. 439—451.
- [19] Абдуллаев М. А., Захарченя Б. П., Сейсян Р. П. // ФТП. 1973. т. 7. № 10. С. 2055—2057.
- [20] Емлин Р. В., Зверев Л. П., Рут О. Э. // ФТП. 1974. Т. 8. № 6. С. 1225—1226.
- [21] Rochon P., Fortin E. // Phys. Rev. 1975. V. B12. N 12. P. 5803—5810.
- [22] Никитин Л. П., Русанов И. Б., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л., Язева Т. В. // ФТП. 1982. Т. 16. № 8. С. 1377—1383.
- [23] Cabib D., Fabri E., Fiorio G. // Nuovo Cimento. 1972. V. 10B. N 1. P. 185—198.
- [24] Pollak F. H., Cardona M. // Phys. Rev. 1968. V. 172. N 3. P. 816—837.
- [25] Cardona M., Shaklee K. L., Pollak F. H. // Phys. Rev. 1967. V. 154. N 3. P. 696—720.
- [26] Гантмахер В. Ф., Гельмонт Б. Л., Зверев В. Н., Эфрос Ал. Л. // ЖЭТФ. 1983. Т. 57. № 3. С. 1129—1139.
- [27] Гельмонт Б. Л., Варфоломеев А. В., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л. // ФТП. 1977. Т. 11. N 1. С. 238—248.
- [28] Pidgeon C. R., Brown R. N. // Phys. Rev. 1966. V. 146. N 2. P. 575—583.
- [29] Swerkowski L. // Phys. Rev. V. 10. N 8. P. 3310—3315.
- [30] Kanskaya L. M., Kokhanovskii S. I., Seisyan R. P., Efros Al. L. // Phys. Stat. Sol. 1983. V. 114(b). N 2. P. 373—382.
- [31] Алексеев М. А., Карлик И. Я., Мирлин Д. Н., Сапега В. Ф. // ФТП. 1988. Т. 22. № 4. С. 569—574.
- [32] Hopkins M. A., Nicholas P. J., Pfeffer P., Zawadzky W., Gauthier D., DiForte-Poisson M. A. // Semicond. Sci. Technol. 1987. V. 2. N 5. P. 568—577.
- [33] Hermann C., Weisbuch C. // Phys. Rev. 1977. V. B15. N 2. P. 823—826.
- [34] Shantharama L. G., Adams A. R., Ahmad C. N., Nicholas R. J. // J. Phys. C. Sol. St. Phys. 1984. V. 17. N 25. P. 4429—4442.

- [35] Nakashima T., Hamaguchi C., Komeno J., Ozeki M. // J. Phys. Soc. Jap. 1985. V. 54. N 2. P. 725—735.
- [36] Leotin J., Barbaste R. Askenazy S. Skolnick M. S., Stradling R. A., Tuchendler J. // Sol. St. Commun. 1974. V. 15. N 4. P. 693—697.
- [37] Wepfer G. G., Collins T. C., Euwema R. N. // Phys. Rev. 1971. V. B4. N 4. P. 1296—1306.
- [38] Aspnes D. E., Studna A. A. // Phys. Rev. 1973. V. B7. N 9. P. 4605—4609.
- [39] Adachi S. // Jap. J. Appl. Phys. 1989. V. 28. N 9. P. 1536—1543.
- [40] Lauteschlager P., Garriga M., Cardona M. // Phys. Rev. 1987. V. B36. N 9. P. 4813—4820.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
4 декабря 1990 г.

---