

КОСВЕННОЕ ОБМЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ЛОКАЛИЗОВАННЫХ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ
В БЕСЩЕЛЕВЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ I РОДА

А. Д. Маргулис, Вл. А. Маргулис

Методом функций Грина в рамках двухзонной изотропной модели Диммока исследовано косвенное обменное взаимодействие примесных спинов в бесщелевых полупроводниках с линейным законом дисперсии электронов. Показано, что в этих полупроводниках косвенное взаимодействие через электронную подсистему сильно анизотропно, причем зависимость обменных интегралов от расстояния между примесями имеет нестандартный вид. Установлено, что при среднем расстоянии между примесями $\bar{R}_{ij} \ll 1/k_F$ (k_F — фермиевское волновое число) косвенный обмен осуществляется в основном за счет механизма крамерсовского типа, обусловленного виртуальными межзонными переходами электронов. При $\bar{R}_{ij} \gg 1/k_F$ доминирующим является обменный механизм, связанный с внутризонными переходами электронов проводимости, который приводит к знакопеременному осциллирующему взаимодействию между спинами. В этом случае система должна обнаруживать при низких температурах свойства спинового стекла.

В последние годы значительное внимание уделяется исследованию полупроводников с магнитными примесями (см. обзоры [1-3]). Интерес к этим полупроводникам вызван их уникальными свойствами, обусловленными обменным взаимодействием зонных электронов с локализованными магнитными моментами примесных атомов.

Важный класс таких веществ образуют разбавленные твердые растворы на основе узкощелевых полупроводниковых соединений A^2B^6 и A^4B^6 , первые компоненты которых частично замещены на переходный элемент с незаполненной d -оболочкой. Среди этих соединений наиболее детально исследованы $Hg_{1-x}Mn_xSe$ и $Hg_{1-x}Mn_xTe$ [1-3]. К настоящему времени проведен также ряд экспериментов на сплавах $Pb_{1-x}Mn_xTe$ [4, 5], $Pb_{1-x-y}Sn_yMn_xSe$ [6], $Pb_{1-x-y}Sn_xMnTe_y$ [7] и $Pb_{1-x}Sn_xSe\langle Mn \rangle$ [8], для которых характерна высокая концентрация свободных носителей заряда, обусловленная отклонением от стехиометрического состава. Дополнительным стимулом к исследованию этих материалов является возможность управления шириной запрещенной зоны ϵ_g путем варьирования состава, что позволяет реализовать бесщелевое состояние.

Принципиальное значение для понимания поведения такого рода систем имеет изучение свойств обменного взаимодействия локализованных магнитных моментов. В случае малой концентрации магнитных атомов прямой обмен между ними пренебрежимо мал и главную роль играет косвенное взаимодействие через электронную подсистему — взаимодействие Рудермана—Киттеля—Касуи—Йосиды (РККИ). Косвенный обмен подробно исследовался для полупроводников с отличной от нуля шириной запрещенной зоны [9-15] и для бесщелевых полупроводников (БП) II рода (типа $Hg_{1-x}Mn_xTe$) с квадратичным законом дисперсии электронов, в которых вырождение зон обусловлено симметрией кристалла [16-18].

Качественно другой тип бесщелевого состояния, возникающий из-за случайного вырождения зон, может быть реализован в таких сплавах, как:

например, $Pb_{1-x}Sn_xSe$, $Pb_{1-x}Sn_xTe$. В этих соединениях изменение состава x приводит к инверсии зоны проводимости L_6^- и валентной зоны L_6^+ , причем в точке инверсии, когда $\epsilon_g = 0$, энергетический спектр носителей заряда вырождается в линейный, а их эффективная масса обращается в нуль. Представляет интерес рассмотрение особенностей косвенного взаимодействия магнитных моментов ионов, включенных в матрицу такого бесщелевого полупроводника (БП I рода). Однако до сих пор, насколько нам известно, этого не было сделано. Настоящая работа имеет целью восполнить этот пробел.

1. Гамильтониан электронов в БП I рода с магнитными примесями

Одной из простейших моделей, применимых для описания спектра носителей заряда в БП I рода, является двухзонная изотропная модель Диммока [19]. В рамках этой модели гамильтониан зонных электронов с учетом их обменного взаимодействия с d -электронами примесных магнитных атомов может быть представлен в виде

$$H = H_0 + H_{s-d},$$

$$H_0 = \hbar u \mathbf{k} \sigma, \quad H_{s-d} = - \sum_i \mathcal{J}_{s-d}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \sigma \mathbf{S}_i, \quad (1)$$

где $\hbar \mathbf{k}$ — оператор импульса; σ — спиновый оператор Паули; u — параметр межзонного взаимодействия; \mathbf{S}_i — оператор спина примесного центра, локализованного в точке \mathbf{R}_i ; $\mathcal{J}_{s-d}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)$ — так называемый $s-d$ -обменный интеграл.

Собственные функции гамильтониана H_0 удовлетворяют уравнению, аналогичному уравнению Вейля для безмассовых релятивистских фермионов. «Левым» и «правым» вейлевским состояниям, которые классифицируются по импульсу $\hbar \mathbf{k}$ и спиральности $\lambda = \pm 1/2$ [20], в рассматриваемом нами случае отвечают состояния электронов в зоне проводимости и валентной зоне соответственно. Волновые функции, описывающие эти состояния, имеют вид

$$\psi_{\mathbf{k}, \lambda = -1/2}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Omega^{1/2}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \begin{pmatrix} -\sin(\theta/2) e^{-i\varphi} \\ \cos(\theta/2) \end{pmatrix}, \quad (2a)$$

$$\psi_{\mathbf{k}, \lambda = 1/2}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Omega^{1/2}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad (2b)$$

где Ω — нормировочный объем; θ и φ — углы, определяющие направление волнового вектора \mathbf{k} . Соответствующие этим состояниям собственные значения энергии равны

$$\epsilon_c(\mathbf{k}) \equiv \epsilon_{\mathbf{k}, \lambda = -1/2} = \hbar u |\mathbf{k}|, \quad \epsilon_v(\mathbf{k}) \equiv \epsilon_{\mathbf{k}, \lambda = 1/2} = -\hbar u |\mathbf{k}|. \quad (3)$$

Используя волновые функции (2) в качестве базисных, нетрудно убедиться, что гамильтониан (1) в представлении вторичного квантования можно записать в стандартном виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{s-d} = \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \epsilon_{\mathbf{k}, \lambda} a_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger a_{\mathbf{k}, \lambda} - \sum_i \sum_{\mathbf{q}, \lambda'} \mathcal{J}_{s-d}(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_i} (\sigma_{\lambda \lambda'} \mathbf{S}_i) a_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \lambda'}, \quad (4)$$

где $a_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger$ и $a_{\mathbf{k}, \lambda}$ — операторы рождения и уничтожения электрона в состоянии $|\mathbf{k}, \lambda\rangle$; $\mathcal{J}_{s-d}(\mathbf{q})$ — Фурье-компонента потенциала $s-d$ -обменного взаимодействия.

2. Гамильтониан косвенного взаимодействия

Гамильтониан косвенного обменного взаимодействия примесных спинов $\mathcal{H}_{RKLK'}$ в рассматриваемой модели наиболее просто может быть получен

с помощью метода температурных функций Грина. На языке графической техники косвенный обмен, возникающий во втором порядке теории возмущений по \mathcal{H}_{s-d} , описывается диаграммой (рис. 1), которой соответствует следующее аналитическое выражение:

$$\mathcal{H}_{RKKY} = \Omega^2 T \int \mathcal{J}_{s-d}^2(\mathbf{q}) \exp[-i\mathbf{q}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)] \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \times \\ \times \sum_{\omega_m} \int \text{Sp}(\sigma\mathbf{S}_i) G(\omega_m, \mathbf{k}) (\sigma\mathbf{S}_j) G(\omega_m, \mathbf{k} + \mathbf{q}) \frac{d^3k}{(2\pi)^3}, \quad (5)$$

где T — температура в энергетических единицах; $G(\omega_m, \mathbf{k})$ — невозмущенная мацубаровская функция Грина электронов в импульсном представлении, определяемая формулой

$$G(\omega_m, \mathbf{k}) = \sum_s G_s(\omega_m, \mathbf{k}) = \sum_s \{i\hbar\omega_m - [\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \mu_s]\}^{-1} \Lambda_s(\mathbf{k}). \quad (6)$$

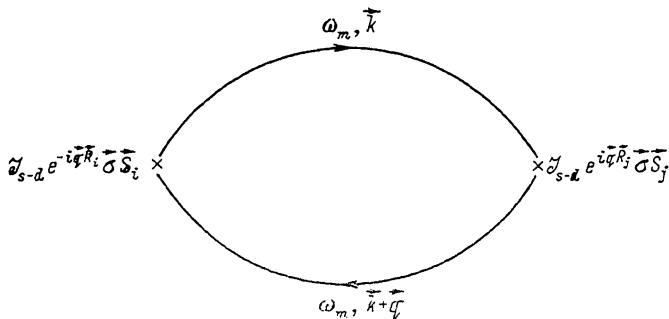


Рис. 1. Диаграмма для расчета энергии парного косвенного взаимодействия локализованных магнитных моментов.

Сплошные линии — гриновские функции электронов, крестики в вершинах — матричные элементы гамильтониана s - d -взаимодействия.

Здесь $s=c, v$ — зонный индекс; μ_s — химический потенциал электронов в s -зоне; $\Lambda_s(\mathbf{k})$ — оператор проектирования на состояния s -зоны,

$$\Lambda_c(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(1 + \sigma\zeta_{\mathbf{k}}), \quad \Lambda_v(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(1 - \sigma\zeta_{\mathbf{k}}), \quad \zeta_{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|, \quad (7)$$

$$\omega_m = (2m + 1)\pi T/\hbar, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

Подставляя в (5) выражения для функций Грина в форме (6) и выполняя суммирование по фермионным частотам (8) с помощью известного правила [21], получаем

$$\mathcal{H}_{RKKY} = \Omega^2 \int \mathcal{J}_{s-d}^2(\mathbf{q}) \exp[-i\mathbf{q}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)] \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \times \\ \times \sum_{s, s'} \int \frac{n_s(\mathbf{k}) - n_{s'}(\mathbf{k} + \mathbf{q})}{\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \varepsilon_{s'}(\mathbf{k} + \mathbf{q})} \text{Sp} \{(\sigma\mathbf{S}_i) \Lambda_s(\mathbf{k}) (\sigma\mathbf{S}_j) \Lambda_{s'}(\mathbf{k} + \mathbf{q})\} \frac{d^3k}{(2\pi)^3}, \quad (9)$$

где $n_s(\mathbf{k})$ — фермиевская функция распределения электронов с энергией $\varepsilon_s(\mathbf{k})$. Прямое вычисление шпура по спиновым переменным в (9) с использованием соотношений (7) для операторов $\Lambda_s(\mathbf{k})$ дает

$$\text{Sp} \{(\sigma\mathbf{S}_i) \Lambda_s(\mathbf{k}) (\sigma\mathbf{S}_j) \Lambda_{s'}(\mathbf{k} + \mathbf{q})\} = \frac{1}{2} \{(\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j) + (1 - 2\delta_{ss'}) \times \\ \times [(\zeta_{\mathbf{k}} \zeta_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) (\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j) - (\zeta_{\mathbf{k}} \mathbf{S}_i) (\zeta_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \mathbf{S}_j) - (\zeta_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \mathbf{S}_i) (\zeta_{\mathbf{k}} \mathbf{S}_j)]\}. \quad (10)$$

Комбинируя (9) и (10), находим после несложных преобразований, что гамильтониан косвенного обмена может быть представлен в виде суммы двух слагаемых

$$\mathcal{H}_{RKKY} = \mathcal{H}_{RKKY}^{\text{inter}} + \mathcal{H}_{RKKY}^{\text{intra}} = -2 \sum_{\alpha, \beta} [V_{\alpha\beta}^{\text{inter}}(\mathbf{R}_{ij}) + V_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(\mathbf{R}_{ij})] S_i^{\alpha} S_j^{\beta}, \quad (11)$$

где $\alpha, \beta = x, y, z$; $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$. Первое слагаемое в (11) описывает вклад в РККИ-взаимодействие, обусловленный виртуальными переходами электронов из валентной зоны в зону проводимости; второе слагаемое учитывает вклад, связанный с внутризонными переходами электронов проводимости. Соответствующие обменные интегралы $V_{\alpha\beta}^{\text{inter}}(\mathbf{R}_{ij})$ и $V_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(\mathbf{R}_{ij})$ при $T = 0$ имеют вид

$$V_{\alpha\beta}^{\text{inter}}(\mathbf{R}_{ij}) = \frac{\Omega^2}{2} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \mathcal{J}_{s-d}^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}') [\delta_{\alpha\beta} (1 + \zeta_{\mathbf{k}} \zeta_{\mathbf{k}'} - 2\zeta_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{\alpha-\alpha}) - (1 - \delta_{\alpha\beta}) (\zeta_{\mathbf{k}}^{\alpha} \zeta_{\mathbf{k}'}^{\beta} + \zeta_{\mathbf{k}}^{\beta} \zeta_{\mathbf{k}'}^{\alpha})] [\varepsilon_c(\mathbf{k}) - \varepsilon_c(\mathbf{k}')]^{-1} \theta(k - k_F) \cos[(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \mathbf{R}_{ij}], \quad (12)$$

$$V_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(\mathbf{R}_{ij}) = \frac{\Omega^2}{2} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \mathcal{J}_{s-d}^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}') [\delta_{\alpha\beta} (1 - \zeta_{\mathbf{k}} \zeta_{\mathbf{k}'} + 2\zeta_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{\alpha-\alpha}) + (1 - \delta_{\alpha\beta}) (\zeta_{\mathbf{k}}^{\alpha} \zeta_{\mathbf{k}'}^{\beta} + \zeta_{\mathbf{k}}^{\beta} \zeta_{\mathbf{k}'}^{\alpha})] [\varepsilon_c(\mathbf{k}') - \varepsilon_c(\mathbf{k})]^{-1} \theta(k_F - k) \cos[(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \mathbf{R}_{ij}], \quad (13)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда, $k_F = (6\pi^2 n_c)^{1/3}$ — модуль фермиевского волнового вектора (n_c — концентрация электронов проводимости).

Как уже отмечалось выше, рассматриваемые полупроводники характеризуются высокой концентрацией свободных носителей заряда (не ниже 10^{17} см^{-3} даже в области самых низких температур), источником которых являются электрически активные собственные точечные дефекты. В связи с этим при выводе формул (12), (13) предполагалось, что основному состоянию системы при $T=0$ отвечают полностью заполненная валентная зона и частично заполненная (вплоть до уровня Ферми ε_F) зона проводимости.

Как следует из (11), гамильтониан, описывающий косвенное обменное взаимодействие примесных спинов в БП I рода, в общем случае имеет структуру, отличную от гейзенберговской. Однако в используемом нами в дальнейшем приближении контактного $s-d$ -обменного взаимодействия, как будет показано, отличны от нуля лишь диагональные матричные элементы $V_{\alpha\alpha}^{\text{inter}}(\mathbf{R}_{ij})$ и $V_{\alpha\alpha}^{\text{intra}}(\mathbf{R}_{ij})$, причем для них имеет место соотношение $V_{xx} = V_{yy} \neq V_{zz}$. В этом случае гамильтониан (11) редуцируется к гамильтониану модели Гейзенберга с анизотропией типа «легкая ось»

$$\mathcal{H}_{RKKY} = -2 [V_{\perp}(\mathbf{R}_{ij}) (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y) + V_{\parallel}(\mathbf{R}_{ij}) S_i^z S_j^z]. \quad (14)$$

Здесь использованы обозначения

$$V_{\perp}(\mathbf{R}_{ij}) = V_{\perp}^{\text{inter}}(\mathbf{R}_{ij}) + V_{\perp}^{\text{intra}}(\mathbf{R}_{ij}), \quad V_{\parallel}(\mathbf{R}_{ij}) = V_{\parallel}^{\text{inter}}(\mathbf{R}_{ij}) + V_{\parallel}^{\text{intra}}(\mathbf{R}_{ij}), \\ V_{\perp} \equiv V_{xx} = V_{yy}, \quad V_{\parallel} \equiv V_{zz}.$$

Следует отметить, что анизотропный характер косвенного взаимодействия локализованных магнитных моментов в рассматриваемых полупроводниках существенно связан с наличием жесткой корреляции между направлениями спина и импульса, свойственной электронам в БП I рода как безмассовым частицам. По отношению к таким частицам всегда существует выделенное направление в пространстве, задаваемое вектором \mathbf{k} . При этом сферическая симметрия, присущая состояниям свободных частиц с ненулевой массой, понижается до аксиальной симметрии относительно выделенной оси и поворот спинов автоматически влечет за собой изменение направления импульсов. В результате косвенное обменное взаимодействие примесных спинов, осуществляемое через такие безмассовые частицы, зависит не только от взаимной ориентации спинов, но и от их ориентации относительно прямой, соединяющей соответствующую пару примесей. Таким образом, в отличие от обычных полупроводников и БП II рода, в которых анизотропия косвенного обмена обусловлена спин-

орбитальным взаимодействием и возникает лишь при учете соответствующего члена в гамильтониане, в БП I рода она генетически связана с самим невозмущенным гамильтонианом H_0 .

3. Вычисление интегралов косвенного обмена

В дальнейшем при вычислении интегралов в (12) и (13) будем предполагать, что s - d -обменное взаимодействие является контактным. Тогда Фурье-компоненту обменного потенциала $\mathcal{J}_{s-d}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')$ можно заменить эффективной, не зависящей от импульсов частиц константой связи $\mathcal{J}_{s-d} \sim e^2/\varepsilon_0 a$, где ε_0 — диэлектрическая проницаемость кристалла; a — радиус взаимодействия, равный по порядку величины постоянной решетки. Это приближение, обычно используемое для описания РККИ-взаимодействия, позволяет провести все вычисления до конца в аналитическом виде. Можно думать, что качественный характер зависимостей $V_{\alpha\alpha}^{\text{inter}}(\mathbf{R}_{ij})$ и $V_{\alpha\alpha}^{\text{intra}}(\mathbf{R}_{ij})$ сохранится (по крайней мере при $k_F R_{ij} \gg 1$) и при более реалистическом выборе потенциала s - d -взаимодействия.¹ Следует подчеркнуть, однако, что в этом случае результаты могут быть получены только путем громоздких численных расчетов.

В принятом нами приближении единственным выделенным направлением в (12) и (13) является направление, задаваемое вектором \mathbf{R}_{ij} . Поэтому без ограничения общности можно выбрать полярную ось вдоль \mathbf{R}_{ij} . В этой системе координат, как нетрудно убедиться, все недиагональные элементы «обменной» матрицы $V_{\alpha\beta}^{\text{inter}}(R_{ij})$, равно как и матрицы $V_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(R_{ij})$, обращаются в нуль при интегрировании по азимутальным углам векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}' . Для диагональных элементов $V_{\alpha\alpha}^{\text{inter}}(R_{ij})$ после вычисления интегралов в (12) получаем

$$V_{\perp}^{\text{inter}}(R_{ij}) \equiv V_{xx}^{\text{inter}}(R_{ij}) = V_{yy}^{\text{inter}}(R_{ij}) = V_0(R_{ij}) [1 + \Phi_{\perp}^{\text{inter}}(k_F R_{ij})], \quad (15)$$

$$V_{\parallel}^{\text{inter}}(R_{ij}) \equiv V_{zz}^{\text{inter}}(R_{ij}) = -\frac{2}{3} V_0(R_{ij}) [1 + \Phi_{\parallel}^{\text{inter}}(k_F R_{ij})], \quad (16)$$

где

$$V_0(R_{ij}) = \frac{3\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2}{64\pi^3 \hbar u R_{ij}^5}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\perp}^{\text{inter}}(x) = \frac{2}{3\pi} \left\{ 4(x \cos x + \sin x) - 2x \text{Ci}(x) - 3 \text{Si}(x) + \right. \\ \left. + \left[\frac{2}{3} x \sin x - 4x \text{si}(x) + (3 - 2x^2) \text{Ci}(x) \right] \sin 2x - \right. \\ \left. - \left[\frac{2}{3} x \cos x + 4x \text{Ci}(x) + (3 - 2x^2) \text{si}(x) \right] \cos 2x \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\parallel}^{\text{inter}}(x) = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{2}{3} (4 \sin x - x \cos x) - \text{Si}(x) - x \text{Ci}(x) + \frac{2}{3} x^2 [\sin x - x \text{Ci}(x)] + \right. \\ \left. + (\sin 2x - x \cos 2x) \text{Ci}(x) - (x \sin 2x + \cos 2x) \text{si}(x) \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

Здесь $\text{Si}(x)$ и $\text{Ci}(x)$ — интегральные синус и косинус, определенные согласно [23]; $\text{si}(x) = \text{Si}(x) - \pi/2$. Важно отметить, что при $n_s \rightarrow 0$ обе компоненты межзонного взаимодействия, описываемые формулами (15) и (16), отличны от нуля и равны

$$V_{\perp}^{\text{inter}}(R_{ij})|_{k_F=0} = 2V_0(R_{ij}), \quad (20a)$$

$$V_{\parallel}^{\text{inter}}(R_{ij})|_{k_F=0} = -\frac{4}{3} V_0(R_{ij}). \quad (20b)$$

¹ Как было показано Ларсеном [22], учет нелокальности s - d -взаимодействия в нормальном металле с магнитными примесями не влияет на зависимость потенциала РККИ-взаимодействия от R_{ij} в области $k_F R_{ij} \gg 1$.

Используя приведенные в [23] асимптотические выражения для функций $Si(x)$ и $Ci(x)$ при больших и малых значениях аргумента, на основе (15)–(19) находим

$$V_{\perp}^{\text{inter}}(R_{ij}) = \begin{cases} \frac{\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2 k_F}{8\pi^4 hu} \frac{\cos(k_F R_{ij})}{R_{ij}^4}, & k_F R_{ij} \gg 1, \end{cases} \quad (21a)$$

$$V_{\perp}^{\text{inter}}(R_{ij}) = \begin{cases} \frac{3\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2}{32\pi^3 hu R_{ij}^5} \left(1 + \frac{4}{9\pi} k_F R_{ij}\right), & k_F R_{ij} \ll 1, \end{cases} \quad (21b)$$

$$V_{\parallel}^{\text{inter}}(R_{ij}) = \begin{cases} -\frac{\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2}{4\pi^4 hu} \frac{\sin(k_F R_{ij})}{R_{ij}^5}, & k_F R_{ij} \gg 1, \end{cases} \quad (22a)$$

$$V_{\parallel}^{\text{inter}}(R_{ij}) = \begin{cases} -\frac{\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2}{16\pi^3 hu R_{ij}^5} \left[1 + \frac{11}{12\pi} (k_F R_{ij})^3\right], & k_F R_{ij} \ll 1. \end{cases} \quad (22b)$$

Проводя вычисления интегралов в (13), для диагональных элементов матрицы $V_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(R_{ij})$ получаем

$$V_{\perp}^{\text{intra}}(R_{ij}) \equiv V_{xx}^{\text{intra}}(R_{ij}) = V_{yy}^{\text{intra}}(R_{ij}) = -V_0(R_{ij}) [1 + \Phi_{\perp}^{\text{intra}}(k_F R_{ij})], \quad (23)$$

$$V_{\parallel}^{\text{intra}}(R_{ij}) \equiv V_{zz}^{\text{intra}}(R_{ij}) = \frac{2}{3} V_0(R_{ij}) [1 + \Phi_{\parallel}^{\text{intra}}(k_F R_{ij})], \quad (24)$$

где $\Phi_{\perp}^{\text{intra}}(k_F R_{ij})$ и $\Phi_{\parallel}^{\text{intra}}(k_F R_{ij})$ выражаются через функции, определенные соотношениями (18) и (19), следующим образом:

$$\Phi_{\perp}^{\text{intra}}(x) = \Phi_{\perp}^{\text{inter}}(x) - \frac{2}{3} [4x \sin 2x + (3 - 2x^2) \cos 2x], \quad (25)$$

$$\Phi_{\parallel}^{\text{intra}}(x) = \Phi_{\parallel}^{\text{inter}}(x) - 2(\cos 2x + x \sin 2x). \quad (26)$$

Отметим, что в отличие от (15), (16) обе компоненты внутризонного взаимодействия (23), (24), как и следовало ожидать, обращаются в нуль при $n_e \rightarrow 0$. Используя соотношения (25), (26) и учитывая (21), (22), находим асимптотические выражения для $V_{\perp}^{\text{intra}}(R_{ij})$ и $V_{\parallel}^{\text{intra}}(R_{ij})$

$$V_{\perp}^{\text{intra}}(R_{ij}) = \begin{cases} -\frac{\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2 k_F^2}{16\pi^3 hu} \frac{\cos(2k_F R_{ij})}{R_{ij}^3}, & k_F R_{ij} \gg 1, \end{cases} \quad (27a)$$

$$V_{\perp}^{\text{intra}}(R_{ij}) = \begin{cases} -\frac{\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2 k_F}{24\pi^4 hu} \frac{1}{R_{ij}^4}, & k_F R_{ij} \ll 1, \end{cases} \quad (27b)$$

$$V_{\parallel}^{\text{intra}}(R_{ij}) = \begin{cases} -\frac{\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2 k_F}{16\pi^3 hu} \frac{\sin(2k_F R_{ij})}{R_{ij}^4}, & k_F R_{ij} \gg 1, \end{cases} \quad (28a)$$

$$V_{\parallel}^{\text{intra}}(R_{ij}) = \begin{cases} \frac{\Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2 k_F^3}{16\pi^4 hu} \frac{1}{R_{ij}^2}, & k_F R_{ij} \ll 1. \end{cases} \quad (28b)$$

Основываясь на полученных выше выражениях, мы рассчитали зависимость от $k_F R_{ij}$ функций $F_{\perp, \parallel}^{\text{inter}} = \tilde{V}_{\perp, \parallel}^{\text{inter}}(R_{ij})/\tilde{V}_0$ и $F_{\perp, \parallel}^{\text{intra}} = V_{\perp, \parallel}^{\text{intra}}(R_{ij})/\tilde{V}_0$, где $\tilde{V}_0 = 9n_e^2 \Omega^2 \mathcal{J}_{s-d}^2 / 8\varepsilon_F$. Результаты расчета представлены на рис. 2, 3. Приведенные графики наглядно демонстрируют наиболее характерные черты поведения косвенного взаимодействия в БП I рода при изменении R_{ij} : осцилляции величины обменных интегралов и их знака, который является попеременно ферро- и антиферромагнитным, а также убывание амплитуды взаимодействия с ростом R_{ij} .

4. Обсуждение результатов

Проведенное рассмотрение показывает, что косвенное взаимодействие локализованных магнитных моментов в БП I рода может осуществляться посредством двух различных механизмов. Первый из них обусловлен

виртуальными межзонными переходами электронов и по существу представляет собой крамерсовский механизм сверхобмена, сформулированный на языке зонной теории. Впервые он был исследован Бломбергером и Роуландом [24] в связи с проблемой косвенного взаимодействия в магнитных диэлектриках, а затем изучался в целом ряде работ [9-15] применительно к полупроводникам с конечной шириной запрещенной зоны. Как показали Бастард и Левинер [16], данный механизм наиболее эффективен в БП II рода со сравнительно низкой концентрацией носителей заряда

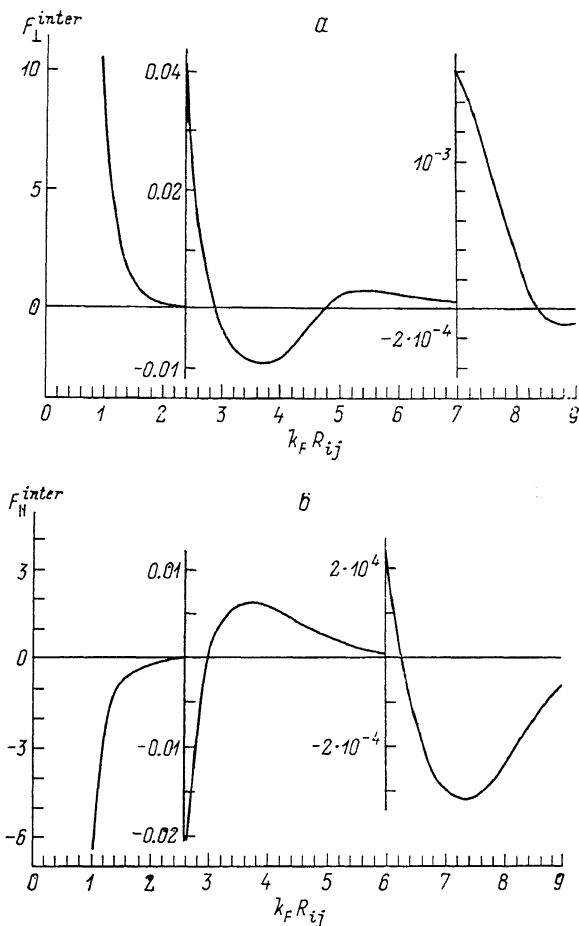


Рис. 2. Зависимость межзонного вклада в косвенный обмен от расстояния между примесями.

($\sim 10^{15} \div 10^{16}$ см $^{-3}$), причем главную роль в обмене играет в этом случае межзонное слагаемое, отличное от нуля при $n_0 \rightarrow 0$.

Второй механизм тождествен по своей природе обычному поляризованному механизму РККИ-обмена в нормальных металлах с магнитными примесями и обусловлен внутрizonными переходами электронов проводимости.

Как видно из полученных выше результатов, оба указанных механизма приводят к установлению дальнедействующей знакопеременной осциллирующей связи между локализованными магнитными [моментами] в БП I рода. Физическая причина этих осцилляций такая же, как и осцилляций РККИ-взаимодействия в металлах: они являются прямым следствием фриделевских осцилляций электронной плотности вокруг магнитного примесного иона, внедренного в полупроводник. Последние в свою очередь возникают благодаря наличию в случае нулевой температуры резкого скачка в распределении электронов проводимости при $\epsilon = \epsilon_F$.

Относительный вклад рассмотренных механизмов в косвенное взаимодействие зависит от расстояния R_{ij} между примесями. Сопоставление асимптотических формул (21а), (22а) и (27а), (28а) показывает, что в случае $k_F R_{ij} \gg 1$ обменные интегралы $V_{\perp}^{\text{intra}}(R_{ij})$ и $V_{\parallel}^{\text{intra}}(R_{ij})$ убывают с расстоянием медленнее, чем $V_{\perp}^{\text{inter}}(R_{ij})$ и $V_{\parallel}^{\text{inter}}(R_{ij})$ соответственно. Поэтому на достаточно больших расстояниях основной вклад в косвенное взаимодействие вносит механизм, связанный с внутризонными переходами электронов проводимости. Существенной особенностью этого вклада является

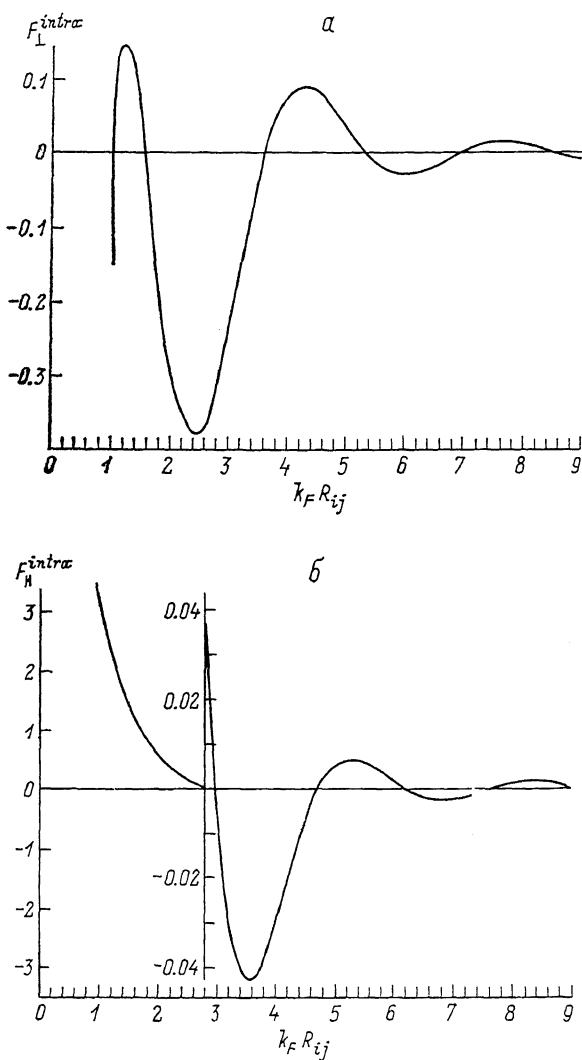


Рис. 3. Зависимость внутризонного вклада в косвенный обмен от расстояния между примесями.

обусловленная им сильная анизотропия косвенного обмена, проистекающая из специфики состояний безмассовых электронов в БП I рода. В соответствии с (27а), (28а) величина анизотропии, характеризуемая отношением V_{\perp}/V_{\parallel} , зависит от расстояния R_{ij}

$$V_{\perp}^{\text{intra}}/V_{\parallel}^{\text{intra}} = k_F R_{ij} \operatorname{ctg}(k_F R_{ij}). \quad (29)$$

Поэтому при условии хаотического расположения магнитных примесей с концентрацией n_i , такой, что среднее расстояние между ними $\bar{R}_{ij} \sim n_i^{-1/3} \gg 1/k_F$, анизотропия косвенного обмена имеет случайный характер.

В противоположном предельном случае $k_F R_{ij} \ll 1$ из сравнения формул (216), (226) и (276), (286) можно заключить, что доминирующий вклад в косвенное взаимодействие вносит межзонное слагаемое, отличное от нуля при $n_e \rightarrow 0$ и описываемое выражениями (20). Аналогичная ситуация, как уже отмечалось, имеет место и в БП II рода, однако в рассматриваемом случае зависимость этого вклада от расстояния между примесями $V_{\perp, \parallel}^{\text{inter}}(R_{ij})|_{k_F=0} \sim R_{ij}^{-5}$ отличается от соответствующей зависимости для БП II рода $V^{\text{inter}}(R_{ij})|_{k_F=0} \sim R_{ij}^{-4}$ [16]. Отметим также, что, как следует из (216), (226), поперечная компонента межзонного взаимодействия, имеющая ферромагнитный знак, в 1.5 раза превосходит антиферромагнитную по знаку продольную компоненту. Таким образом, анизотропия косвенного обмена существенна и в области $k_F R_{ij} \ll 1$, однако в этом случае ее величина не является случайной.

Полученные выше результаты позволяют сделать важный качественный вывод относительно характера упорядочения примесных спинов в БП I рода при низких температурах. Благодаря наличию при $k_F R_{ij} \gg 1$ знакопеременного осциллирующего обменного взаимодействия между локализованными спиновыми моментами следует ожидать перехода этих полупроводников в состояние спинового стекла. В этом состоянии локализованные моменты оказываются «замороженными» в некоторых хаотических направлениях, образуя фрустрированную систему. Рассеяние электронов на собственных немагнитных дефектах, концентрация которых в рассматриваемых полупроводниках, как уже отмечалось, велика, приводит к случайному сдвигу фазы осцилляций РККИ-взаимодействия [25], что должно только усиливать тенденцию к переходу в состояние спинового стекла. Случайная анизотропия косвенного обмена должна при этом существенно сказываться на виде фазовой диаграммы спинового стекла [26]. Как известно (см., например, [27]), переход в фазу спинового стекла может быть обнаружен экспериментально по характерным аномалиям в температурной зависимости магнитной восприимчивости и коэффициента Холла в слабом магнитном поле.

Мы признательны рецензенту за ценное замечание, позволившее исправить ошибку в первоначальном варианте статьи.

Список литературы

- [1] Brandt N. B., Moshalkov V. V. // Adv. Phys. 1984. V. 33. N 3. P. 193—256.
- [2] Ляпилин И. И., Цидильковский И. М. // УФН. 1985. Т. 146. № 1. С. 35—70.
- [3] Galazka R. P. // Proc. 18th Int. Conf. Phys. Semicond. 1987. V. 2. P. 1727—1734.
- [4] Андрианов Д. Г., Павлов Н. М., Савельев А. С., Фистуль В. И., Цискарашвили Г. П. // ФТП. 1980. Т. 14. № 6. С. 1202—1212.
- [5] Korczak S. Z., Korczak W., Subotowicz M., Wasiewicz H. // Phys. St. Sol. (b). 1989. V. 153. N 1. P. 361—366.
- [6] Kowalczyk L., Zaslavitsky I. I. // Acta Phys. Pol. 1989. V. A75. N 2. P. 285—287.
- [7] Story T., Galazka R. P., Frankel R. B., Wolf P. A. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. N 7. P. 777—779; Story T., Lenard A., Galazka R. // Acta Phys. Pol. 1986. V. A69. N 6. P. 1005—1009; Story T., Karczewski G., Świerkowski L. // Acta Phys. Pol. 1989. V. A75. N 2. P. 277—280; Story T., Karczewski G., Gorska M. // Acta Phys. Pol. 1990. V. A77. N 1. P. 179—182.
- [8] Мисюра И. В. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 4. С. 1221—1224; 1989. Т. 23. № 8. С. 1475—1478; УФЖ. 1990. Т. 35. № 2. С. 267—270.
- [9] Ginter J., Kossut J., Świerkowski L. // Phys. St. Sol. (b). 1979. V. 96. N 2. P. 735—744.
- [10] Abrikosov A. A. // J. Low Temp. Phys. 1980. V. 39. N 1/2. P. 217—229.
- [11] Ильин Н. П., Коренблит И. Я. // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. № 6. С. 2071—2079.
- [12] Liu L. // Sol. St. Commun. 1980. V. 35. B 2. P. 187—188; Phys. Rev. B. 1982. V. 26. N 2. P. 975—983; Liu L., Bastard G. // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. N 4. P. 487—489.
- [13] Литвинов В. И. // ФТП. 1985. Т. 19. № 3. С. 555—557.
- [14] Lee Ven-Chung // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. N 8. P. 5430—5437.
- [15] Narita A. // J. Phys. C. 1986. V. 19. N 24. P. 4797—4808.
- [16] Bastard G., Lewiner C. // Phys. Rev. B. 1979. V. 20. N 10. P. 4256—4267.
- [17] Lewiner C., Bastard G. // J. Phys. C. 1980. V. 13. N 12. P. 2346—2360; Phys. Rev. B. 1980. V. 22. N 4. P. 2132—2134.

- [18] Lee Ven-Chung // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 15. P. 8849—8854.
- [19] Dimmock J. O. // J. Phys. Chem. Solids. 1971. V. 32. Suppl. 1. N 1. P. 319—330.
- [20] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Пятаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М., 1980. 704 с.
- [21] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962. 443 с.
- [22] Larsen U. // J. Math. Phys. 1980. V. 21. N 7. P. 1925—1937.
- [23] Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы: Пер. с нем. М., 1968. 344 с.
- [24] Bloembergen N., Rowland T. J. // Phys. Rev. 1955. V. 97. N 6. P. 1679—1698.
- [25] Зюзин А. Ю., Спивак Б. З. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. № 4. С. 185—187; Булаевский Л. Н., Папкоков С. В. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. № 4. С. 190—192.
- [26] Коренблит И. Я., Шендер Е. Ф. // УФН. 1989. Т. 157. № 2. С. 267—310.
- [27] Брандт Н. Б., Мочалков В. В., Орлов А. О., Скрбек Л., Цидильковский И. М., Чудинов С. М. // ЖЭТФ. 1983. Т. 84. № 3. С. 1059—1074.

Мордовский государственный университет
им. Н. П. Огарева
Саранск

Поступило в Редакцию
15 июня 1990 г.
В окончательной редакции
11 декабря 1990 г.