

# Взаимосвязь критического магнитного поля $H_{c2}$ и остаточного удельного сопротивления в двухзонном сверхпроводнике $MgB_2$

© Н.П. Шабанова, А.И. Головашкин

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,  
Москва, Россия

E-mail: shaban@sci.lebedev.ru

(Поступила в Редакцию 1 июля 2008 г.)

Для двухщелевого двухзонного сверхпроводника  $MgB_2$  получено выражение для величины верхнего критического магнитного поля  $H_{c2}$ , обобщающее соотношение Горькова. Выражение связывает  $H_{c2}$  с остаточным удельным сопротивлением и параметрами зонной структуры и справедливо от чистого до грязного предела. На основе экспериментальных данных сделаны оценки отношения времен релаксации  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  и длин свободного пробега электронов  $\pi$ -зоны и  $\sigma$ -зоны для образцов  $MgB_2$  с низким уровнем дефектов и образцов  $Mg(B_{1-x}C_x)_2$  с частичным замещением бора углеродом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-02-17660), Минобрнауки и РАН.

PACS: 74.25.Fy, 74.25.Op, 74.70.Ad

## 1. Введение

Взаимосвязь верхнего критического магнитного поля  $H_{c2}$  сверхпроводника второго рода и его остаточного удельного сопротивления в нормальном состоянии определяется зависимостью этих параметров от электронных характеристик и времени релаксации электронов  $\tau$  [1–3]. В теории Гинзбурга–Ландау–Абрикосова–Горькова (GLAG) [1,2,4] эта связь имеет простое выражение. Величина  $H_{c2}$  обычных сверхпроводников оказывается линейной функцией остаточного удельного сопротивления, коэффициенты которой определяются параметрами электронной структуры материала и легко могут быть оценены экспериментально [5–7].

Диборид магния представляет собой первый случай двухщелевого сверхпроводника [8]. Из зонных расчетов получены детальные представления о его электронной структуре [9–12]. Две различные сверхпроводящие щели ассоциируются с наличием двух отдельных частей поверхности Ферми электронов в двух зонах ( $\pi$  и  $\sigma$ ) со слабым межзонными электрон-фононным взаимодействием и малым межзонным рассеянием электронов на примесях. Высокая критическая температура  $T_c = 39$  К обусловлена сильным электрон-фононным взаимодействием электронов  $\sigma$ -зоны [12].

В отличие от обычных сверхпроводников величина и анизотропия  $H_{c2}$  в  $MgB_2$  определяются в основном электронами одной из зон, а именно квазидвумерной  $\sigma$ -зоны [13–15]. Однако удельное сопротивление определяется электронами обеих зон. Рассеяние на примесях в зонах может быть различным. К тому же температурная зависимость  $H_{c2}(T)$  имеет особенности, зависящие от межзонного взаимодействия и отношения  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  времен релаксации электронов  $\pi$ -зоны и  $\sigma$ -зоны [14,15]. Таким образом, связь  $H_{c2}$  с остаточным удельным сопротивлением  $MgB_2$  должна быть более

сложной, чем в обычном сверхпроводнике [16]. В работе Гуревича [14] с помощью квазиклассического уравнения в пределе сверхпроводника с двумя щелями показана связь коэффициентов диффузии  $D_\pi$  и  $D_\sigma$  с параметром  $H_{c2}/\rho$  для  $H_{c2}$  и удельного сопротивления  $\rho$  вблизи  $T_c$ . С учетом электронных параметров зон и межзонного взаимодействия определен интервал, в который попадает отношение  $H_{c2}/\rho$   $MgB_2$ .

В настоящей работе решается задача установления связи верхнего критического магнитного поля  $H_{c2}$  с удельным сопротивлением  $\rho$  и параметрами двухзонной электронной структуры  $MgB_2$ . С учетом особенностей двухщелевого сверхпроводника используется разработанный нами на основе теории GLAG метод [5–7], позволяющий исследовать соотношение  $H_{c2}$  и  $\rho$  материала от чистого до грязного предела. Рассмотрим случай, когда магнитное поле  $H$  перпендикулярно слоям магния и бора, и температура близка к критической.

## 2. Обобщенное соотношение Горькова для классического сверхпроводника

В большинстве известных сверхпроводников конденсат электронов характеризуется единой энергетической щелью. В теории GLAG для классического сверхпроводника второго рода [2], справедливой вблизи  $T_c$ , установлена связь длины когерентности конденсата с микроскопическими электронными характеристиками [1,2,4,17]. Верхнее критическое магнитное поле связано с длиной когерентности Гинзбурга–Ландау  $\xi(T)$  соотношением  $H_{c2}(T) = \Phi_0/(2\pi\xi^2(T))$ , где  $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-7}$  Г/см<sup>2</sup> — квант магнитного потока. Температурная зависимость  $H_{c2}(T)$  линейна вблизи  $T_c$ , величина  $H_{c2}$  характеризуется наклоном  $-dH_{c2}/dT = H_{c2}(T)/(T_c - T)$ , который также обозначается здесь как  $H'_{c2}$ .

Зависимость длины когерентности от времени релаксации  $\tau$  электронов описывается функцией Горькова  $\chi$  [1,2]. Используя вид этой функции, можно получить зависимость  $H_{c2}$  от удельного сопротивления в нормальном состоянии перед сверхпроводящим переходом  $\rho$  [5–7]

$$RH'_{c2} = A + B\rho. \quad (1)$$

Здесь множитель  $R$  является близкой к единице функцией параметра рассеяния конденсата, аргумента функции Горькова [2]. Величина  $\rho$ , как правило, близка к остаточному удельному сопротивлению. Коэффициент  $A$  отвечает критическому магнитному полю  $H_{c2}^0$  в чистом пределе ( $\rho \equiv 0$ ) и определяется скоростью Ферми  $v$  и  $T_c$  [17]. Коэффициент  $B$  определяется плотностью электронных состояний на уровне Ферми  $N(0)$ . В материале с сильным электрон-фононным взаимодействием коэффициенты характеризуются перенормированными параметрами  $v^* = v/(1 + \lambda)$  и  $N^*(0) = N(0)(1 + \lambda)$ , где  $\lambda$  — константа электрон-фононной связи.

Если слагаемое  $B\rho$ , обусловленное рассеянием электронов, доминирует, выражение (1) упрощается до известного соотношения Горькова для грязного сверхпроводника  $H'_{c2} \propto N^*(0)\rho$  [1]. Можно преобразовать (1) к аналогичному виду  $RH'_{c2} - H_{c2}^0 \propto N^*(0)\rho$  (обобщенное соотношение Горькова) и использовать его, не ограничиваясь предельным случаем грязного сверхпроводника. К тому же можно воспользоваться удобной линейной аппроксимацией, справедливой с точностью до нескольких процентов, приравняв  $R$  к единице,

$$H'_{c2} - H_{c2}^0 \propto N^*(0)\rho. \quad (2)$$

Соотношение показывает, как меняется величина критического магнитного поля при повышении остаточного удельного сопротивления из-за рассеяния электронов на дефектах структуры.

Линейная зависимость  $H'_{c2}$  от  $\rho$  (1) наблюдается экспериментально и используется по разработанной нами методике [5–7] для оценки величины  $H_{c2}^0$  и ряда электронных параметров материала. В частности, экспериментальная оценка отношения  $B\rho/A$  дает величину параметра рассеяния конденсата, что позволяет оценить коэффициент  $R$  и длину свободного пробега электронов  $l$  в материале.

### 3. Обобщенное соотношение Горькова для двухзонного сверхпроводника $MgB_2$

Два сверхпроводящих конденсата  $MgB_2$  характеризуются различными сверхпроводящими щелями и электронными параметрами. По оценкам в чистом пределе [13,18] длина когерентности Гинзбурга–Ландау в плоскости  $ab$  2D-конденсата  $\sigma$ -электронов  $\xi_\sigma(0)$  составляет около 100 Å, длина когерентности 3D-конденсата  $\pi$ -электронов  $\xi_\pi(0)$  — около 500 Å, что подтвер-

ждается экспериментально [18]. Если исключить межзонное взаимодействие и рассеяние электронов, верхнее критическое магнитное поле должно определяться меньшей длиной когерентности [13,14],  $H_{c2}(T) = \Phi_0/(2\pi\xi_\sigma^2(T))(H\|c)$ . При определенном межзонном взаимодействии на фазовой кривой  $H_{c2}(T)$  появляются особенности, зависящие от отношения длин когерентности  $\xi_\pi$  и  $\xi_\sigma$ , а значит, и от отношения параметров внутризонного рассеяния [14]. В грязном пределе при слабом межзонном взаимодействии верхнее критическое магнитное поле вблизи  $T_c$  можно описать выражением  $H'_{c2} \approx \Phi_0/(2\pi T_c \xi_\sigma^2(0)) \cdot K_{\sigma\pi}(H\|c)$ . Коэффициент  $K_{\sigma\pi}$  зависит от констант связи и отношения  $D_\pi/D_\sigma$ ,  $D \propto vl$ . При сравнимых коэффициентах диффузии  $K_{\sigma\pi} \approx 1 + S(1 - D_\pi/D_\sigma)$ , для  $MgB_2$   $S \sim 0.034$  [15].

Удельное сопротивление диборида магния определяется электронами обеих зон. Из-за малого межзонного рассеяния электронов на примесях в  $MgB_2$  проводимость  $1/\rho$  можно считать суммой вкладов  $1/\rho_\sigma$  и  $1/\rho_\pi$  от двух параллельных проводников [11,12], один — с поверхностью Ферми  $\sigma$ -электронов, другой — с поверхностью Ферми  $\pi$ -электронов, и с различным внутризонным рассеянием. Когда оси  $x$  и  $y$  декартовых координат лежат в плоскости  $ab$  и ось  $z$  направлена по оси  $c$ ,

$$1/\rho_{xx} = 1/\rho_{\sigma xx} + 1/\rho_{\pi xx}, \quad (3)$$

причем для гексагонального кристалла  $MgB_2$   $1/\rho_{xx} = 1/\rho_{yy} \equiv 1/\rho_{ab}$ .

Считая поправку на межзонное взаимодействие и межзонное рассеяние электронов на примесях незначительной, рассмотрим вначале электроны  $\sigma$ -зоны как независимый сверхпроводник ( $K_{\sigma\pi} = 1$ ), определив коэффициенты в выражении (1) через параметры соответствующей поверхности Ферми. Воспользуемся линейной аппроксимацией (1), считая, что  $R \approx 1$ . Тогда при  $H\|c$

$$-dH_{c2}/dT = A_\sigma + B_\sigma \rho_{\sigma xx}, \quad (4)$$

где коэффициенты определяются параметрами  $\sigma$ -зоны [5,6,19],

$$A_\sigma = 1.06 \cdot 10^{16} \eta_\sigma T_c (1 + \lambda_\sigma)^2 / \langle v_{\sigma x}^2 \rangle, \quad (5)$$

$$B_\sigma = 3.3 \cdot 10^{-27} \eta_\sigma N_\sigma(0) (1 + \lambda_\sigma), \quad (6)$$

$A_\sigma$  — величина наклона  $-dH_{c2}^0/dT$  в чистом пределе,  $N_\sigma(0)$  и  $v_{\sigma x}$  — зонная плотность электронных состояний и компонента зонной скорости Ферми  $\sigma$ -электронов, угловые скобки обозначают усреднение по соответствующей поверхности Ферми,  $\lambda_\sigma$  — эффективная константа связи  $\sigma$ -электронов [10,12],  $\eta_\sigma$  — близкая к единице поправка на сильную связь к величине  $H_{c2}$  [20]. Численные коэффициенты получены для наклона в Ое/К,  $\rho$  в  $\Omega \cdot \text{см}$ ,  $N(0)$  в  $(\text{erg} \cdot \text{см}^3)^{-1}$ ,  $v$  в  $\text{см}/\text{с}$ . Учитывая (3), (4), можно записать

$$-dH_{c2}/dT = A_\sigma + B_\sigma \rho_{xx} (1 + \rho_{\sigma xx}/\rho_{\pi xx}). \quad (7)$$

Как видно из (7), связь  $H_{c2}$  с удельным сопротивлением  $\rho_{xx}$  определяется параметрами  $\sigma$ -электронов и отношением проводимостей  $\rho_\sigma/\rho_\pi$ . Составляющие проводимости  $1/\rho_\pi$  и  $q/\rho_\sigma$  связаны с электронными параметрами зон соотношениями [12,21]

$$1/\rho_{\sigma xx} = e^2(n/m)_{\sigma xx}\tau_\sigma = \omega_{p\sigma xx}^2\tau_\sigma/(4\pi), \quad (8)$$

$$1/\rho_{\pi xx} = e^2(n/m)_{\pi xx}\tau_\pi = \omega_{p\pi xx}^2\tau_\pi/(4\pi). \quad (9)$$

Здесь  $e$  — заряд электрона,  $n$  и  $m$  — зонные значения концентрации и эффективной массы электронов,  $(n/m)_{\pi xx} = N_\pi(0)\langle v_{\pi x}^2 \rangle$ ,  $(n/m)_{\sigma xx} = N_\sigma(0)\langle v_{\sigma x}^2 \rangle$ ,  $\omega_p$  — плазменная частота,  $\tau = l/\langle v_{ab} \rangle$ . При различном внутризонном рассеянии отношение составляющих проводимости зависит от отношения  $\tau_\pi/\tau_\sigma$

$$\rho_{\sigma xx}/\rho_{\pi xx} = C_{\pi\sigma}\tau_\pi/\tau_\sigma, \quad (10)$$

$$C_{\pi\sigma} = (n/m)_{\pi xx}/(n/m)_{\sigma xx} = \omega_{p\pi xx}^2/\omega_{p\sigma xx}^2. \quad (11)$$

Из формул (7), (10) следует искомым результат

$$-dH_{c2}/dT = A_\sigma + B_\sigma(1 + C_{\pi\sigma}\tau_\pi/\tau_\sigma)\rho_{ab}. \quad (12)$$

Полученное выражение в простой форме связывает  $H_{c2}$  и удельное сопротивление  $\rho_{ab}$  вблизи  $T_c$  в  $\text{MgB}_2$  с параметрами его двухзонной электронной структуры. Коэффициенты  $A_\sigma$  и  $B_\sigma$  определяются параметрами  $\sigma$ -электронов (5), (6), коэффициент  $C_{\pi\sigma}$  — параметрами электронов обеих зон (11). Представив (12) в виде

$$H'_{c2} - H_{c2}^0 \propto N_\sigma^*(0)(1 + C_{\pi\sigma}\tau_\pi/\tau_\sigma)\rho_{ab}, \quad (13)$$

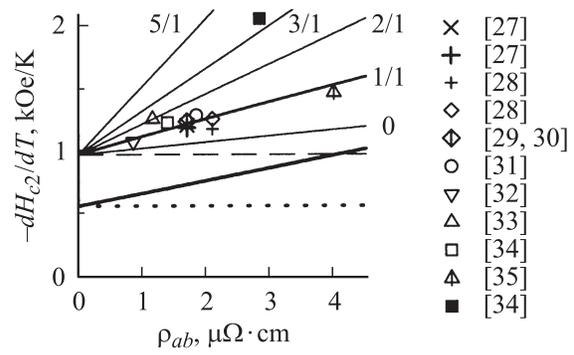
получаем обобщенное соотношение Горькова двухзонного сверхпроводника, аналогичное (2). Здесь  $H_{c2}^0 = A_\sigma(5)$ ,  $N_\sigma^*(0) = N_\sigma(0)(1 + \lambda_\sigma)$ . В грязном пределе известна поправка на межзонное взаимодействие [15],  $R = 1.173$ , и (13) принимает вид

$$H'_{c2} = (3.3/1.173) \cdot 10^{-27} \eta_\sigma N_\sigma^*(0)(1 + C_{\pi\sigma}\tau_\pi/\tau_\sigma)\rho_{ab} K_{\sigma\pi}. \quad (14)$$

Соотношения (13), (14) показывают, как изменяется  $H_{c2}$  вблизи  $T_c$  из-за рассеяния электронов на примесях в двухзонном сверхпроводнике.

#### 4. Обсуждение и анализ эксперимента

Из детальных зонных расчетов для обеих зон  $\text{MgB}_2$  известны поверхности Ферми и электронные параметры, рассчитаны константы связи [9–12,22]. Высокая точность расчетов [12] подтверждена экспериментом [23]. Это позволяет определить коэффициенты в формуле (12). При вычислении мы взяли значения  $N_\sigma(0) = 0.645 \cdot 10^{34} (\text{erg} \cdot \text{cm}^3)^{-1}$ ,  $\omega_{p\sigma xx} = 4.14 \text{ eV}$ ,  $\omega_{p\pi xx}^2/\omega_{p\sigma xx}^2 = 2$ ,  $\langle v_{\sigma x}^2 \rangle \equiv \omega_{p\sigma xx}^2/(4\pi e^2 N_\sigma(0))$ ,  $\langle v_{\sigma x}^2 \rangle^{1/2} = 4.6 \cdot 10^{14} \text{ cm/s}$  [9,22],  $\lambda_\sigma = 1.2$  ( $\lambda_\pi = 0.46$ ) [10,12]. Поправка  $\eta_\sigma$  определена по величине  $T_c/\omega$ , где  $\omega$  — средняя фононная частота [20], взято значение  $\omega \approx \omega_{\log} \approx 650 \text{ K}$  [9,10,24]. В результате при  $T_c = 39 \text{ K}$   $H_{c2}^0 = 1 \text{ kOe/K}$ ,  $B_\sigma = 0.05 \text{ kOe/K}/\mu\Omega \cdot \text{cm}$ ,  $C_{\pi\sigma} = 2$ ,  $\eta_\sigma = 1.05$ .



**Рис. 1.** Наклон  $-dH_{c2}/dT$  ( $H||c$ ) в зависимости от удельного сопротивления  $\rho_{ab}$  вблизи  $T_c$  в  $\text{MgB}_2$ . Зависимости (12), вычисленные при различных значениях  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  (указаны рядом с кривыми), показаны сплошными тонкими линиями; наклон  $-dH_{c2}^0/dT$  в чистом пределе (5) — штриховой линией; рассчитанная так же, как для обычного сверхпроводника зависимость (1) — жирной линией; соответствующий наклон в чистом пределе — пунктиром. Показаны экспериментальные точки для монокристаллов [27–34] и пленки [35]  $\text{MgB}_2$ . Данные [28–35], полученные при оценке наклонов из измерений резистивного перехода в магнитном поле (см. раздел 4), обозначены светлыми символами. Крестики отвечают данным ряда других измерительных методов [27,28]. Экспериментальная точка для монокристалла  $\text{M}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  с  $x = 0.02$  (темный квадрат) [34] показана для качественного сравнения.

Зависимости  $H'_{c2}$  от  $\rho_{ab}$  (12), вычисленные с этими параметрами для разных отношений  $\tau_\pi/\tau_\sigma$ , представлены на рис. 1. При  $\tau_\pi/\tau_\sigma = 0$  кривая соответствует нижнему пределу величины  $H'_{c2}/\rho$  [14]. Для сравнения показана зависимость (1), рассчитанная для  $\text{MgB}_2$  как для обычного сверхпроводника, по параметрам всей поверхности Ферми,  $N^*(0) \approx 2N_\sigma^*(0)$  и  $\langle v_x^2 \rangle \approx 1.7\langle v_{\sigma x}^2 \rangle$  [9].

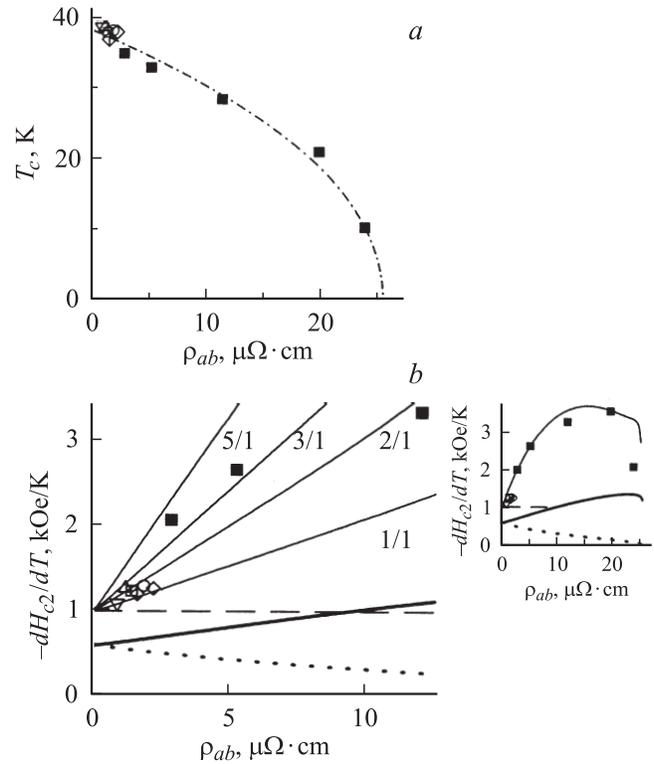
На рис. 1 вместе с расчетными зависимостями приводятся данные для наименее дефектных образцов  $\text{MgB}_2$ , исследованных в работах [25–35]. По результатам большинства измерительных методов зависимость  $H_{c2}(T)$  монокристаллов линейна при  $H||c$  в температурной области вблизи  $T_c$  [25–28]. Сравнение данных [27,28] с расчетными кривыми (рис. 1) показывает, что эксперимент описывается двухзонной моделью. В данной модели отношение  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  в этих образцах оказывается около единицы [19], что согласуется с результатами исследования квантовых осцилляций [23]. В допированном углеродом монокристалле отношение  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  существенно выше.

При последовательном изменении концентрации примесей или дефектов определенного типа должна наблюдаться зависимость  $H_{c2}$  от  $\rho$ , как, например, при замещении бора углеродом [30,34] или при ионном облучении  $\text{MgB}_2$  [36]. Пользуясь полученными в разделе 3 результатами, из этих зависимостей можно получить представление об изменении отношения  $\tau_\pi/\tau_\sigma$ , а также об относительном изменении слагаемых проводимости  $1/\rho_\pi$  и  $1/\rho_\sigma$  в материале.

В работе [34] представлено исследование монокристаллов  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  в области концентраций углерода  $x$ , в которой материал сверхпроводит. Изучен механизм деградации критической температуры при замещении бора углеродом. Обнаружено, что с ростом  $x$  величина  $H'_{c2}$  существенно растет, а анизотропия  $H_{c2}$  понижается. Перед переходом в несверхпроводящее состояние при  $x$  около 0.125 анизотропия  $H_{c2}$  отсутствует [37].

Критические магнитные поля вблизи  $T_c$  оценивались для монокристаллов  $\text{MgB}_2$  и  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  [27–34] из измерений сверхпроводящих переходов по сопротивлению в магнитном поле. Полученные из таких измерений зависимости  $H_{c2}(T)$  могут иметь положительную кривизну и неопределенность из-за уширения переходов в магнитном поле. Для монокристаллов  $\text{MgB}_2$  уширение значительно, видимо, в связи со слабым пиннингом вихрей. Мы оценивали наклоны по величине  $H_{c2}(T)/0.25T_c$  при  $(1 - T/T_c) = 0.25$ , определив температуру резистивного перехода по его середине. Оценки согласуются с результатами других измерительных методов (рис. 1), обнаруживающих линейную вблизи  $T_c$  зависимость  $H_{c2}(T)$  [27,28]. Уширение переходов и положительная кривизна  $H_{c2}(T)$  в  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  существенно меньше [34].

На рис. 2 вычисленные по данным работы [34] наклоны и  $T_c$  монокристаллов  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  с  $x = 0.02, 0.035, 0.05, 0.075, 0.1$  показаны в зависимости от их удельного сопротивления  $\rho_{ab}$  в нормальном состоянии вблизи  $T_c$ . Величина  $\rho_{ab}$  растет при повышении  $x$ . Там же показаны зависимости (12), рассчитанные для  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  при различных значениях  $\tau_\pi/\tau_\sigma$ , с коррекцией на величину  $R$  (см. разделы 2 и 5). Коэффициенты  $A_\sigma, B_\sigma$  и  $C_{\pi\sigma}$  в  $\text{MgB}_2$  вычислены в разделе 3. Изменение коэффициентов в  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  в представленном интервале  $\rho_{ab}$  связано с изменением характеристик при повышении  $x$  [34]. С учетом деградации  $T_c$  и повышения жесткости фононного спектра [34] величина  $\lambda_\sigma$  по оценке из формулы Макмиллана [9,12] снижается с 1.2 до 0.35,  $\eta_\sigma$  приближается к единице. При замещении бора углеродом электронный допинг существенно изменяет отношения электронных параметров зон. Эти изменения мы оценили из зонных расчетов [9–11,38,39]. Считалось, что с уменьшением концентрации носителей в дырочной 2D  $\sigma$ -зоне величина  $N_\sigma(0)$  при малых  $x$  медленно уменьшается и падает при больших  $x$ . Коэффициент  $B_\sigma$  (6) снижается быстрее, пропорционально  $N_\sigma^*(0)$ . Коэффициент  $C_{\pi\sigma}$  (11), напротив, растет, поскольку параметры  $\pi$ -зоны, в частности плазменная частота, мало чувствительны к электронному допингу. При уменьшении радиусов цилиндров поверхности Ферми  $\sigma$ -электронов  $\langle v_{\sigma x}^2 \rangle$  снижается, и величина  $A_\sigma = H_{c2}'(0)$  (5) остается примерно постоянной. Форму расчетных кривых на рис. 2, *b* можно качественно пояснить с помощью соотношений (12), (13). В этом материале  $\tau_\pi/\tau_\sigma > 1$ , и  $H_{c2}' - H_{c2}^0 \propto B_\sigma C_{\pi\sigma} \tau_\pi/\tau_\sigma \rho_{ab}$ , где множитель  $B_\sigma C_{\pi\sigma}$  меняется медленно.



**Рис. 2.** Критическая температура  $T_c$  и наклон  $-dH_{c2}/dT$  ( $\mathbf{H}||\mathbf{c}$ ) в зависимости от удельного сопротивления  $\rho_{ab}$  вблизи  $T_c$  в  $\text{M}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$ . Экспериментальные точки, полученные по данным работы [34], показаны темными квадратами; расчетные зависимости (12) при различных отношениях  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  (указаны рядом с кривыми) — тонкими сплошными линиями; наклон  $-dH_{c2}^0/dT$  в чистом пределе (5) — штриховой линией. На вставке тонкой линией показана зависимость, отвечающая снижению  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  от 5 до 2 и коэффициента  $K_{\sigma\pi}$  от 0.8 до 0.5 при повышении  $x$  от 0.02 до 0.1. Зависимость (1), рассчитанная для  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  так же, как для обычного сверхпроводника, показана жирной линией; соответствующий наклон в чистом пределе — пунктиром. Данные для монокристалла  $\text{MgB}_2$  [28–34] обозначены светлыми символами так же, как на рис. 1.

На рис. 2, *b* показана также зависимость (1), рассчитанная для  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  как для обычного сверхпроводника, по параметрам всей поверхности Ферми. При расчете учитывалось снижение  $N(0)$  с ростом  $x$  [38], составившее 19% с учетом параметра решетки [37], и повышение  $\langle v_x^{*2} \rangle$  от  $1.7\langle v_{\sigma x}^{*2} \rangle$  в  $\text{MgB}_2$  до  $\langle v_{\pi x}^{*2} \rangle$  при  $x \sim 0.1$  ( $\langle v_{\pi x}^{*2} \rangle^{1/2} = 5.6 \cdot 10^{14}$  cm/s [9,22],  $\lambda = 0.35$ ).

Как видно из рис. 2, *b*, при минимальной концентрации  $x = 0.02$  параметр  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  достигает величины около 5/1. Оценка показывает, насколько эффективно примесь углерода повышает рассеяние электронов  $\sigma$ -зоны, занимая позиции в плоскостях бора [30,34,37]. Отношение средних скоростей Ферми  $\langle v_{\pi ab} \rangle / \langle v_{\sigma ab} \rangle$  при  $x = 0.02$  незначительно выше значения 1.2 в  $\text{MgB}_2$  [22], отсюда  $D_\pi/D_\sigma \sim 7$ . Оценка в приближении грязного сверхпроводника дает  $K_{\sigma\pi} \approx 0.8$ . Отношение  $\rho_{\sigma ab}/\rho_{\pi ab}$  (10), рав-

ное  $2/1$  в чистом пределе [11], достигает  $9/1$ , так что проводимость определяется преимущественно  $\pi$ -электронами. Тенденция изменения  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  по мере повышения  $x$  и  $\rho_{ab}$  материала видна из рисунка. Сближение времен релаксации в зонах ассоциируется с усилением межзонного рассеяния электронов на атомах углерода в слоях бора и отчасти с повышением внутризонного рассеяния электронов 3D  $\pi$ -зоны в результате некоторого объемного распределения углерода [34]. Расчетная зависимость на вставке к рис. 2,  $b$  отвечает снижению  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  от 5 до 2 и  $K_{\sigma\pi}$  от 0.8 до 0.5 при повышении  $x$  от 0.02 до 0.1 (коэффициент  $K_{\sigma\pi}$  учтен приближенно, во втором слагаемом (12)). Излом обусловлен падением  $N_\sigma^*(0)$ .

Теоретически межзонное рассеяние при повышении дефектности должно приближать  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  к единице, снижая критическую температуру  $MgB_2$ . По оценке [22] диборид магния становится однощелевым сверхпроводником при  $T_c$  около 25 К. Две сверхпроводящие щели выявлены в  $Mg(B_{1-x}C_x)_2$  с  $T_c$  около 22 К [40]. Однако, как видно из вставки к рис. 2,  $b$ , отличие данных  $H'_{c2}$  vs  $\rho_{ab}$  от однозонной модели обнаруживается при еще более низких критических температурах. Данные монокристалла с максимальной концентрацией углерода ближе всего к модели обычного сверхпроводника. В этой модели при  $x \geq 0.1$  (область высоких  $\rho_{ab}$ ) чистое слагаемое мало, и значения  $H_{c2}$  и  $\rho_{ab}$  соответствуют соотношению Горькова для грязного классического сверхпроводника  $H'_{c2} = (3.3/1.173) \cdot 10^{-27} N(0)(1 + \lambda)\rho_{ab}$  с параметрами  $MgB_{0.75}C_{0.25}$   $N(0) = 1.24 \cdot 10^{34} (\text{erg} \cdot \text{cm}^3)^{-1}$  [38] и  $\lambda \approx 0.35$ .

Свойства монокристаллов с  $x \sim 0.1$  отвечают анизотропной зонной структуре [34,39]. Однако критическое магнитное поле в материале не имеет анизотропии, что может объясняться сильным межзонным рассеянием электронов 2D  $\sigma$ -зоны и 3D  $\pi$ -зоны [34], а также размытием зонной структуры при значительной концентрации углерода [39]. Вместе с тем с ростом  $x$  в результате электронного допинга уровень Ферми приближается ко дну дырочной  $\sigma$ -зоны, и при  $x = 0.125$  она полностью заполнена [38]. Переход в несверхпроводящее при  $x \sim 0.1$  состояние совпадает с исчезновением цилиндров поверхности Ферми  $\sigma$ -электронов [39], т.е. происходит как фазовый переход 2.5 рода [41]. Таким образом, по оценкам из соотношений Горькова, материал перед переходом приближается к сверхпроводнику с единой целью, что объясняется межзонным рассеянием, однако существование сверхпроводимости ассоциируется с  $\sigma$ -электронами.

Подобные изменения параметров рассеяния могут происходить в результате ионного облучения  $MgB_2$  [36], вызывающего аналогичные изменения  $H_{c2}$  и  $T_c$ .

Отношение  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  в дибориде магния может быть больше или меньше единицы в зависимости от примесей, определяющих внутризонное рассеяние электронов. В частности, в образцах  $MgB_2$  в которых примеси слабо снижают  $T_c$  при повышении остаточного удельного сопротивления на два порядка, мы обнаружили тенденцию

снижения отношения  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  с ростом  $\rho_{ab}$  [19]. В таких образцах, в противоположность  $Mg(B_{1-x}C_x)_2$ , примеси эффективнее повышают рассеяние электронов в  $\pi$ -зоне ( $\tau_\pi/\tau_\sigma < 1$ ), слабо влияя на электронные параметры  $\sigma$ -зоны.

## 5. Длины свободного пробега электронов $\sigma$ -зоны и $\pi$ -зоны

Методика [5–7] в применении к электронам  $\sigma$ -зоны как к однозонному сверхпроводнику позволяет определить параметр рассеяния  $0.882\xi_{0\sigma}/l_\sigma$  [2], сравнив расчетную величину чистого предела  $H'_{c2}$  (5) с измеренным наклоном  $H'_{c2}$  (рис. 1, 2,  $b$ ),

$$0.882\xi_{0\sigma}/l_\sigma = (H'_{c2} - H_{c2}^0)/H_{c2}^0. \quad (15)$$

Здесь  $\xi_{0\sigma} \approx \xi_\sigma^0(0)/0.74$  [2]. Вычислив  $\xi_\sigma^0(0)$  по величине  $H_{c2}^0 = \Phi_0/(2\pi T_c \xi_\sigma^{02}(0))$ , из (15) можно оценить длину свободного пробега  $\sigma$ -электронов вдоль плоскостей  $ab$   $l_\sigma$ . Для  $\pi$ -электронов  $l_\pi = l_\sigma \tau_\pi/\tau_\sigma \langle v_{\pi ab} \rangle / \langle v_{\sigma ab} \rangle$ . В  $MgB_2$   $\langle v_{\pi ab} \rangle / \langle v_{\sigma ab} \rangle = 1.2$ ; в  $Mg(B_{1-x}C_x)_2$  это отношение повышается с ростом  $x$ .

Для монокристаллов  $MgB_2$  (рис. 1), где  $\xi_\sigma^0(0) \approx 95 \text{ \AA}$ ,  $\tau_\pi/\tau_\sigma \sim 1$ , полученная из (15) оценка  $l_\pi \sim 1.2l_\sigma \sim 500 \text{ \AA}$  согласуется с оценками длин свободного пробега при исследовании квантовых осцилляций в таких образцах [23]. Для монокристалла  $Mg(B_{1-x}C_x)_2$  с минимальной концентрацией углерода  $x = 0.02$   $l_\sigma \sim 100 \text{ \AA}$ ,  $l_\pi \sim 500 \text{ \AA}$ . Сокращение длины свободного пробега  $\sigma$ -электронов вызвано их рассеянием на атомах углерода в плоскостях бора [30,34,37].

## 6. Заключение

Таким образом, пользуясь представлениями теории GLAG для электронов  $\sigma$ -зоны как для независимого однозонного сверхпроводника, считая поправку на межзонное электрон-фононное взаимодействие и межзонное рассеяние электронов на примесях в  $MgB_2$  небольшой, мы установили взаимосвязь верхнего критического магнитного поля  $H_{c2}(H||c)$  и удельного сопротивления  $\rho_{ab}$  в нормальном состоянии вблизи  $T_c$  в простой форме обобщенного соотношения Горькова

$$H'_{c2} - H_{c2}^0 = 3.3 \cdot 10^{-27} N_\sigma^*(0)(1 + C_{\pi\sigma} \tau_\pi/\tau_\sigma) \rho_{ab}, \quad (16)$$

где  $H_{c2}^0$  определяется величиной  $T_c/\langle v_{\sigma x}^* \rangle$ ,  $C_{\pi\sigma} = (n/m)_{\pi ab}/(n/m)_{\sigma ab}$ . Соотношение показывает связь измеряемых параметров с параметрами двухзонной электронной структуры  $MgB_2$  при различном внутризонном рассеянии электронов.

С помощью полученного соотношения, измерив  $H'_{c2}$  и  $\rho_{ab}$ , можно оценить отношение времен релаксации  $\tau_\pi/\tau_\sigma$ , а также длины свободного пробега  $l_\sigma$  и  $l_\pi$  электронов в материале, не ограничиваясь приближением грязного сверхпроводника. Необходимые электронные параметры  $MgB_2$  известны из зонных расчетов. В настоящей

работе мы провели такие оценки по представленным в литературе данным для монокристаллов  $\text{MgB}_2$  [27–34] и  $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  [34].

Оценки показали, что в монокристаллах  $\text{MgB}_2$   $\tau_\pi/\tau_\sigma \sim 1$ , длины свободного пробега  $l_\sigma$  и  $l_\pi$  составляют около 500 Å. При минимальной концентрации углерода  $x = 0.02$  в  $\text{M}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$  отношение  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  достигает величины около 5/1 за счет сокращения длины свободного пробега  $\sigma$ -электронов. Результат демонстрирует эффективное рассеяние электронов 2D  $\sigma$ -зоны на атомах углерода в плоскостях бора. При повышении  $x$ , по качественным оценкам, отношение  $\tau_\pi/\tau_\sigma$  снижается. Эти изменения могут быть связаны с межзонным рассеянием, которое вместе со снижением  $N_\sigma(0)$  и повышением жесткости фононного спектра понижает  $T_c$  [34]. Перед переходом в несверхпроводящее состояние при  $x \sim 0.1$ , когда происходит фазовый переход Лифшица [41] с исчезновением поверхности Ферми  $\sigma$ -электронов, соотношение  $H_{c2}$  и остаточного удельного сопротивления в материале приближается к величине, отвечающей соотношению Горькова для классического грязного сверхпроводника.

## Список литературы

- [1] Л.П. Горьков. ЖЭТФ **37**, 1407 (1959).
- [2] N.R. Werthamer. In: Superconductivity / Eds R.D. Parks, Deller Marcel. N.Y. (1969). V. 1. P. 321.
- [3] S.V. Shulga, S.L. Drechsler. J. Low Temp. Phys. **129**, 93 (2002).
- [4] Л.П. Горьков, Т.К. Мелик-Бархударов. ЖЭТФ **45**, 1493 (1963).
- [5] A.I. Golovashkin, N.P. Shabanova. Physica C **185–189**, 2709 (1991).
- [6] Н.П. Шабанова, С.И. Красновободцев, В.С. Ноздрин, А.И. Головашкин. ФТТ **38**, 1969 (1996).
- [7] N.P. Shabanova, S.I. Krasnosvobodtsev, V.S. Nozdrin, E.V. Pechen, A.V. Varlashkin, S.V. Antonenko, G.I. Zhabrev, A.I. Golovashkin. Czech. J. Phys. **46**, 853 (1996).
- [8] J. Nagamatsu, N. Nakagawa, T. Muranaka, Y. Zenitani, J. Akimutsu. Nature (London) **410**, 63 (2001).
- [9] Y. Kong, O.V. Dolgov, O. Jepsen, O.K. Andersen. Phys. Rev. B **64**, 020 501 (2001).
- [10] A.Y. Liu, I.I. Mazin, J. Kortus. Phys. Rev. Lett. **87**, 087 005 (2001).
- [11] K.D. Belashchenko, M. Schilfgaard, V.P. Antropov. Phys. Rev. B **64**, 092 503 (2001).
- [12] I.I. Mazin, V.P. Antropov. Physica C **385**, 49 (2003).
- [13] F. Bouquet, Y. Wang, I. Sheikin, T. Plackowski, A. Junod, S. Lee, S. Tajima. Phys. Rev. Lett. **89**, 257 001 (2002).
- [14] A. Gurevich. Phys. Rev. B **67**, 184 515 (2003).
- [15] A.A. Golubov, A.E. Koshelev. Phys. Rev. B **68**, 104 503 (2003).
- [16] V. Ferrando, P. Manfrinetti, D. Marré, M. Putti, I. Sheikin, C. Tarantini, C. Ferdeghini. Phys. Rev. B **68**, 094 517 (2003).
- [17] P. Miranovic, K. Machida, V.G. Kogan. J. Phys. Soc. Jpn. **72**, 221 (2003).
- [18] M.R. Eskildsen, M. Kugler, S. Tanaka, J. Jun, S.M. Kazakov, J. Karpinski, O. Fischer. Phys. Rev. Lett. **89**, 187 003 (2002).
- [19] Н.П. Шабанова, А.И. Головашкин, А.В. Варлашкин. Краткие сообщ. по физике (ФИАН) **1**, 19 (2008).
- [20] Н.Ф. Машаров. ФТТ **16**, 2342 (1974).
- [21] P.B. Allen, W.E. Pickett. Phys. Rev. B **37**, 7482 (1988).
- [22] A. Brinkman, A.A. Golubov, H. Rogalla, O.V. Dolgov, J. Kortus, Y. Kong, O. Jepsen, O.K. Andersen. Phys. Rev. B **65**, 180 517 (2002).
- [23] A. Carrington, P.J. Meeson, J.R. Cooper, L. Balicas, N.E. Hussey, E.A. Yelland, S. Lee, A. Yamamoto, S. Tajima, S.M. Kazakov, J. Karpinski. Phys. Rev. Lett. **91**, 037 003 (2003).
- [24] R. Osborn, E.A. Goremychkin, A.I. Kolesnikov, D.G. Hinks. Phys. Rev. Lett. **87**, 017 005 (2001).
- [25] M. Zehetmayer, M. Eisterer, J. Jun, S.M. Kazakov, J. Karpinski, A. Wisniewski, H.W. Weber. Phys. Rev. B **66**, 052 505 (2002).
- [26] Y. Machida, S. Sasaki, H. Fujii, M. Furuyama, I. Kakeya, K. Kadowaki. Phys. Rev. B **67**, 094 507 (2003).
- [27] L. Lyard, P. Samuely, P. Szabo, C. Marcenat, T. Klein, K.H.P. Kim, C.U. Jung, H.S. Lee, B. Kang, S. Choi, S.I. Lee, L. Paulius, J. Marcus, S. Blanchard, A.G.M. Jansen, U. Welp, G. Karapetrov, W.K. Kwok. Supercond. Sci. Technol. **16**, 193 (2003).
- [28] A.V. Sologubenko, J. Jun, S.M. Kazakov, J. Karpinski, H.R. Ott. Phys. Rev. B **65**, 180 505 (2002).
- [29] K.H.P. Kim, J.H. Choi, C.U. Jung, P. Chowdhury, H.S. Lee, M.S. Park, H.J. Kim, J.Y. Kim, Z. Du, E.M. Choi, M.S. Kim, W.N. Kang, S.I. Lee, G.Y. Sung, J.Y. Lee. Phys. Rev. B **65**, 100 510 (2002).
- [30] M.S. Park, H.S. Lee, J.D. Kim, M.H. Jung, Y. Jo, S.I. Lee. J. Phys.: Cond. Matter **19**, 242 201 (2007).
- [31] A.K. Pradhan, Z.X. Shi, M. Tokunaga, T. Tamegai, Y. Takano, K. Togano, H. Kito, H. Ihara. Phys. Rev. B **64**, 212 509 (2001).
- [32] Yu. Eltsev, K. Nakao, S. Kee, T. Masui, N. Chikumoto, S. Tajima, N. Koshizuka, M. Murakami. Phys. Rev. B **66**, 180 504(R) (2002).
- [33] Yu. Eltsev. Physica C **385**, 162 (2003).
- [34] T. Masui, S. Lee, S. Tajima. Phys. Rev. B **70**, 024 504 (2004).
- [35] S.Y. Xu, Qi Li, E. Wertz, Y.F. Hu, A.V. Pogrebnyakov, X.H. Zeng, X.X. Xi, J.M. Redwing. Phys. Rev. B **68**, 224 501 (2003).
- [36] R. Gandikota, R.K. Singh, J. Kim, B. Wilkens, N. Newman, J.M. Rowell, A.V. Pogrebnyakov, X.X. Xi, J.M. Redwing, S.Y. Xu, Q. Li, B.N. Moeckly. Appl. Phys. Lett. **87**, 072 507 (2005).
- [37] S. Lee, T. Masui, A. Yamamoto, H. Uchiyama, S. Tajima. Physica C **397**, 7 (2003).
- [38] N.I. Medvedeva, A.L. Ivanovskii, J.E. Medvedeva, A.J. Freeman. Phys. Rev. B **64**, 020 502 (2004).
- [39] D. Kasinathan, K.W. Lee, W.E. Pickett. Physica C **424**, 116 (2005).
- [40] R.A. Ribeiro, S.L. Bud'ko, C. Petrovic, P.C. Canfield. Physica C **384**, 227 (2003).
- [41] И.М. Лифшиц. ЖЭТФ **38**, 1569 (1960).