ЭЛЕКТРОННЫЙ СПИНОВЫЙ РЕЗОНАНС В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СПЛАВАХ

Ф. Т. Васько, Ю. Н. Солдатенко

Проведен расчет высокочастотной парамагнитной восприимчивости электронов в полупроводниковых сплавах $A_x\tilde{A}_{1-x}B$. Рассмотрены уширение резонанса за счет флуктуаций g-фактора таких сплавов, а также релаксация спина на длинноволновых флуктуациях состава x (этот механизм [1] объясняет экспериментальные данные [2] по оптической ориентации спина в $Al_xGa_{1-x}As$). Форма линии спинового резонанса заметно изменяется с уменьшением корреляционной длины l_c из-за конкуренции неоднородного уширения (которое доминирует при $l_c \to \infty$, когда линия гауссова) и релаксации на флуктуациях состава (которое дает лоренцеву линию). Определяющий эти спектральные зависимости континуальный интеграл, получаемый при рассмотрении гидродинамического предела, вычислен для больших l_c (использовано квазиклассическое приближение) и для коротковолновых флуктуаций в самосогласованном приближении. При l_c, меньших длины свободного пробега, форма линии находится после непосредственного усреднения кинетического уравнения, а релаксация спина обусловлена аналогичным затуханию Ландау механизмом. Результаты сопоставляются с экспериментальными данными для $Cd_xHg_{1-x}Te$.

Частота прецессии спина электрона c-зоны во внешнем магнитном поле $\mathbf{H}$ для пространственно-неоднородного полупроводникового сплава дается соотношением

$$\Omega_{\mathbf{pr}} = [\nabla\delta_{\mathbf{r}} \times \mathbf{p}]/2m_s + g_{\mathbf{r}}\mu_B \mathbf{H}/\hbar, \tag{1}$$

в котором m_s определяет интенсивность спин-орбитального взаимодействия с градиентом малых флуктуаций состава $\delta_{\mathbf{r}} = x_{\mathbf{r}} - \langle x_{\mathbf{r}} \rangle$ вблизи среднего значения $x = \langle x_{\mathbf{r}} \rangle$; $\langle \ldots \rangle$ — усреднение по флуктуациям, $g_{\mathbf{r}} = g\,(1 + \lambda\delta_{\mathbf{r}})$ — линейно изменяющийся с составом g-фактор, μ_B — магнетон Бора. Из такого выражения (его вывод для модели виртуального кристалла приведен в [3]) видно, что уширение пика электронного спинового резонанса в сплаве обусловлено как флуктуациями g-фактора, приводящими к неоднородному уширению линии, так и релаксацией спина по механизму Дьяконова—Переля за счет его случайной прецессии, описываемой первым слагаемым (1) (этот механизм [1] объясняет экспериментальные данные [2] по релаксации спина оптически ориентированных электронов в $Al_xGa_{1-x}As$). В статье рассматриваются эти факторы уширения для случаев длинноволновых (когда корреляционная длина l_c велика по сравнению с длиной релаксации импульса l_m) и коротковолновых (когда $l_m \gg l_c$) флуктуаций состава.

Когда l_c велика по сравнению с де-бройлевской длиной волны электронов, их распределение описывается 2×2 вигнеровской функцией, определяемой из кинетического уравнения

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{pr}}}{\partial \mathbf{p}} \nabla - (\nabla \varepsilon_{\mathbf{pr}}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right) \hat{f}_{\mathbf{pr}t} + \frac{i}{2} [\boldsymbol{\sigma} \cdot \Omega_{\mathbf{pr}t},\ \hat{f}_{\mathbf{pr}t}] = I_c(\hat{f} \mid \mathbf{pr}t). \tag{2}$$

Здесь $\Omega_{\mathbf{pr}t}$ — определяемая (1) частота прецессии спина в однородном магнитном поле $\mathbf{H}_t = \mathbf{H} + (\mathbf{h}e^{i\omega t} + \text{к. с.})$, содержащем осциллирующую на частоте ω добавку напряженности $\mathbf{h}$; $\boldsymbol{\sigma}$ — матрица Паули; I_c — интеграл столкновений, причем процессы с переворотом спина (т. е. релаксация по механизму Эллиота—Яфета) в нем далее не учитываются. Такое уравнение отличается от обсуждавшегося в [1] (где рассматривались фотовозбужденные электроны низкой концентрации) лишь учетом экранировки при записи входящего в левую часть закона дисперсии $\varepsilon_{p\mathbf{r}}$. Ограничиваясь случаем l_c, больших радиуса экранировки, и используя приближение линейного экранирования малых флуктуаций дна зоны проводимости при решении уравнения Пуассона, имеем [4] (ε_F — усредненная по флуктуациям энергия Ферми, $\varepsilon_p = p^2/2m$, $m = \langle m_{\mathbf{r}} \rangle$)

$$\varepsilon_{p\mathbf{r}} = \varepsilon_p + (\varepsilon_F - \varepsilon_p)\,\delta m_{\mathbf{r}}/m. \tag{3}$$

Таким образом, при больших концентрациях электронов флуктуации дна c-зоны с изменением состава оказываются заэкранированными, тогда как флуктуации эффективной массы $\delta m_{\mathbf{r}} = (m_{\mathbf{r}} - m)$ экранируются лишь «в среднем» (последнее слагаемое (3) не дает вклада в среднюю энергию носителей).

Магнитный момент $g_{\mathbf{r}}\mu_B S_{\mathbf{r}t}$ удобно выразить через вектор

$$\mathbf{S}_{\mathbf{r}t} = \frac{1}{V} \sum_p \operatorname{tr} \sigma \hat{f}_{p\mathbf{r}t}, \tag{4}$$

где V — нормировочный объем, tr — шпур по спиновой переменной. Поглощаемая мощность U_ω выражается через Фурье-компоненту спиновой плотности $\mathbf{S}_{\mathbf{r}\omega}$ по соотношению

$$U_\omega = 2\omega \mathbf{h}\, \operatorname{Im} \langle g_{\mathbf{r}}\mu_B \mathbf{S}_{\mathbf{r}\omega} \rangle, \tag{5}$$

так что задача сводится к решению (2) вблизи резонанса $\omega \sim \Omega_B = g\mu_B H/\hbar$ для различных областей изменения l_c и выполнению усреднения (5). Получаемое ниже (см. (20)) для (5) выражение

$$U_\omega = \frac{\omega}{\hbar \Omega_{\mathrm{B}}} (g\mu_{\mathrm{B}} h_\perp)^2 S_0 \psi(\Delta\omega) \tag{6}$$

содержит $\mathbf{h}_\perp = [\mathbf{h} \times \mathbf{H}]/H$, стационарную спиновую плотность S_0, а также безразмерную функцию $\psi(\Delta\omega)$ ($\Delta\omega = \omega - \Omega_B$ определяет расстройку резонанса), описывающую форму пика электронного спинового резонанса. Для предельно длинноволновых флуктуаций $l_c \to \infty$, когда диффузия электронов несущественна и уширение обусловлено медленным изменением резонансной частоты $g_{\mathbf{r}}\mu_B H$, функция $\psi(\Delta\omega)$ оказывается гауссовской

$$\psi(\Delta\omega) = \sqrt{\pi}\, \frac{\Omega_{\mathrm{B}}}{\nu_i} \exp\left[-\left(\frac{\Delta\omega}{\nu_i}\right)^2\right], \tag{7}$$

а ее полуширина ν_i дается формулой (30). Если же флуктуации g-фактора малы и уширение обусловлено спин-орбитальным взаимодействием с градиентом флуктуаций состава (первое слагаемое (1)), то линия будет лоренцевской

$$\psi(\Delta\omega) = \Omega_{\mathrm{B}} \nu / [(\Delta\omega)^2 + \nu^2], \tag{8}$$

причем ее ширина определяется (18).

Далее проводится исследование условий трансформации резонансного пика между предельными случаями (7) и (8) в зависимости от параметров задачи. В разделе 1 уравнение для $S_{\mathbf{r}t}$ записано в гидродинамическом приближении. В разделах 2, 3 с использованием «квазиклассического» и самосогласованного приближений вычисляется поглощаемая мощность (5). В разделе 4 рассмотрен случай коротковолновых флуктуаций и форма линии находится после непосредственного усреднения линеаризованного кинетического уравнения (2). Обсуждение изменения формы линии спинового резонанса с корреляционной длиной, сопоставление с экспериментальными данными для $Cd_{1-x}Hg_xTe$ и численные оценки проведены в разделе 5.

1. Уравнение диффузии спина

Для длинноволнового предельного случая вместо кинетического уравнения (2) можно рассматривать аналогичное [5] уравнение для вектора спиновой плотности (4)

$$\frac{\partial S^i_{\mathbf{r}t}}{\partial t}+\sum_j\left(\frac{\partial Q^{ij}_{\mathbf{r}t}}{\partial r_j}+\nu^{ij}_{\mathbf{r}}S^j_{\mathbf{r}t}\right)-[\mathbf{\Omega}_{\mathbf{r}t}\times\mathbf{S}_{\mathbf{r}t}]_i=0. \tag{9}$$

Здесь $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{r}t}$ дается вторым слагаемым (1) и определяет частоту прецессии спина в магнитном поле $\mathbf{H}_t$, $Q^{ij}_{\mathbf{r}t}$ и $\nu^{ij}_{\mathbf{r}}$ — тензоры плотности спинового потока и частоты релаксации. Вывод (9) предполагает выполнение неравенств $l_p\gg l_m$ и $\omega\tau_p\gg 1$ (τ_p^{-1} — частота релаксации импульса, возникающая вместо правой части кинетического уравнения (2) в τ-приближении). Явные выражения для $Q^{ij}_{\mathbf{r}t}$ и $\nu^{ij}_{\mathbf{r}}$ получаем, используя в уравнении (2) вигнеровское распределение сильно вырожденных электронов, определяемое Θ-функцией, содержащей $(\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}\cdot\sigma)$ — энергию спинового расщепления в точке $\mathbf{r}t$, и малой флуктуирующей добавкой $\Delta\hat{f}_{\mathbf{pr}t}$

$$\Theta(\varepsilon_F-\varepsilon_{\mathbf{pr}}-\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}\cdot\sigma)+\Delta\hat{f}_{\mathbf{pr}t}. \tag{10}$$

При $|\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}|\ll\varepsilon_F$ реализуется линейная связь $\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}$ и спиновой плотности

$$\mathbf{S}_{\mathbf{r}t}=\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}\frac{2}{V}\sum_{\mathbf{p}}\delta(\varepsilon_F-\varepsilon_{\mathbf{pr}}), \tag{11}$$

так что вектор $\mathbf{S}_{\mathbf{r}t}$ мал. Записав решение для флуктуирующей добавки $\Delta\hat{f}_{\mathbf{pr}t}$ (используем τ-приближение в линеаризованном по флуктуациям (2) с неоднородной частью, содержащей Θ-функцию, определяемую первым слагаемым (10)), для тензора $Q^{ij}_{\mathbf{r}t}$ получаем аналогичную (19) из [1] формулу (здесь $\xi_{\mathbf{r}}=\nabla\delta_{\mathbf{r}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{pr}}=\mathbf{p}/m_{\mathbf{r}}$)

$$Q^{ij}_{\mathbf{r}t}=\frac{2}{V}\sum_{\mathbf{p}}v^j_{\mathbf{pr}}\tau_p\delta(\varepsilon_F-\varepsilon_{p\mathbf{r}})\left\{\frac{m_{\mathbf{r}}}{2m_s}[\xi_{\mathbf{r}}\times\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}]_i-(\mathbf{v}_{\mathbf{pr}}\cdot\nabla)\,\mathscr{E}^i_{\mathbf{r}t}\right\}, \tag{12}$$

а определяющие тензор $\hat{\nu}_{\mathbf{r}}$ вклады даются выражением

$$\frac{m_{\mathbf{r}}}{2m_sV}\sum_{\mathbf{p}}\tau_p\delta(\varepsilon_F-\varepsilon_{p\mathbf{r}})\left\{\frac{m_{\mathbf{r}}}{2m_s}[\xi_{\mathbf{r}}([[\xi_{\mathbf{r}}\times\mathbf{v}_{\mathbf{pr}}]\times\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}]\cdot\mathbf{v}_{\mathbf{pr}})-\right.$$
$$\left.-\mathbf{v}_{\mathbf{pr}}([[\xi_{\mathbf{r}}\times\mathbf{v}_{\mathbf{pr}}]\times\mathscr{E}_{\mathbf{r}t}]\xi_{\mathbf{r}})]-\sum_j[v^j_{\mathbf{pr}}\xi_{\mathbf{r}}-\mathbf{v}_{\mathbf{pr}}\xi^j_{\mathbf{r}}](\mathbf{v}_{\mathbf{pr}}\cdot\nabla)\,\mathscr{E}^j_{\mathbf{r}t}\right\}. \tag{13}$$

Выполнив в (12) и (13) усреднение по импульсам, для коэффициентов (9) получим

$$Q^{ij}_{\mathbf{r}t}=-(\mathscr{D}_{\mathbf{r}}\nabla_j+\mathscr{V}^j_{\mathbf{r}})\,S^i_{\mathbf{r}t},\quad \nu^{ij}_{\mathbf{r}}=\left(\frac{m_{\mathbf{r}}}{2m_s}\right)^2\mathscr{D}_{\mathbf{r}}\left(\delta_{ij}\xi^2_{\mathbf{r}}+\xi^i_{\mathbf{r}}\xi^j_{\mathbf{r}}\right), \tag{14}$$

причем тензор плотности спинового потока записан с точностью [1] до малых (m/m_s), а коэффициент диффузии $\mathscr{D}_{\mathbf{r}}$ и дрейфовая скорость $\mathscr{V}_{\mathbf{r}}$ равны

$$\mathscr{D}_{\mathbf{r}}=\sum_{\mathbf{p}}v^2_{\mathbf{pr}}\tau_p\delta(\varepsilon_F-\varepsilon_{p\mathbf{r}})\left[3\sum_{\mathbf{p}}\delta(\varepsilon_F-\varepsilon_{p\mathbf{r}})\right]^{-1}\simeq D\left(1-2\frac{\delta m_{\mathbf{r}}}{m}\right),$$
$$\mathscr{V}_{\mathbf{r}}=\mathscr{D}_{\mathbf{r}}\sum_{\mathbf{p}}\delta(\varepsilon_F-\varepsilon_{p\mathbf{r}})\nabla\left[\sum_{\mathbf{p}}\delta(\varepsilon_F-\varepsilon_{p\mathbf{r}})\right]^{-1}\simeq-\mathscr{D}\nabla\frac{\delta m_{\mathbf{r}}}{m}, \tag{15}$$

$\mathscr{D}$ — коэффициент диффузии на Ферми-поверхности.

---

[1] Опущенные здесь вклады, обусловленные последними слагаемыми (12), несущественны для проведенного ниже квазиклассического рассмотрения (раздел 2) и случая сильного магнитного поля (раздел 3), хотя они того же порядка, что и $\hat{\nu}_{\mathbf{r}}$.

Пропорциональный $\exp(-i\omega t)$ вклад в спиновую плотность $\mathbf{S}_{\mathbf{r}\omega}$ определяется уравнением

$$-i\omega\mathbf{S}_{\mathbf{r}\omega}-\nabla(\mathscr{D}_{\mathbf{r}}\nabla+\mathscr{V}_{\mathbf{r}})\mathbf{S}_{\mathbf{r}\omega}+\hat{\nu}_{\mathbf{r}}\mathbf{S}_{\mathbf{r}\omega}-\frac{g_{\mathbf{r}}}{g}[\mathbf{\Omega}_{\mathrm{B}}\times\mathbf{S}_{\mathbf{r}\omega}]=\frac{g_{\mathbf{r}}}{\hbar}\mu_{\mathrm{B}}[\mathbf{h}\times\mathbf{S}_0], \quad (16)$$

которое отличается от обычного уравнения Блоха тем, что из-за флуктуаций состава появляется вклад от диффузии и дрейфа носителей заряда. Правая часть (16) содержит стационарную спиновую плотность $\mathbf{S}_0=\hbar\mathbf{\Omega}_B\rho_F$, флуктуациями которой пренебрегаем (ρ_F — средняя плотность состояний на Ферми-поверхности), причем спиновый резонанс возникает лишь из-за компоненты переменного магнитного поля, перпендикулярной $\mathbf{H}$.

Для $\mathbf{\Omega}_B \| OZ$ можно рассматривать x-, y-компоненты вектора спиновой плотности, так как его продольная компонента не возбуждается из-за условия $\bar{\delta}^2 m/2m_s \ll 1$ ($\bar{\delta}$ — среднеквадратичная амплитуда флуктуаций состава). Вблизи спинового резонанса можно рассматривать лишь циркулярную компоненту $S^-_{\mathbf{r}\omega}=[S^x_{\mathbf{r}\omega}-iS^y_{\mathbf{r}\omega}]/\sqrt{2}$, для которой из (16) получается уравнение

$$i\left(\omega-\frac{g_{\mathbf{r}}}{g}\Omega_{\mathrm{B}}\right)S^-_{\mathbf{r}\omega}+\nabla(\mathscr{D}_{\mathbf{r}}\nabla+\mathscr{V}_{\mathbf{r}})S^-_{\mathbf{r}\omega}-\nu S^-_{\mathbf{r}\omega}=\frac{g_{\mathbf{r}}}{\hbar}\mu_{\mathrm{B}}h^-S_0, \quad (17)$$

содержащее усредненный по флуктуациям вклад тензора частот релаксации

$$\nu=\langle\nu^{xx}_{\mathbf{r}}+\nu^{yy}_{\mathbf{r}}\rangle/\sqrt{2}=2^{2/3}\bar{\delta}^2(m/m_s)^2\mathscr{D}/l_c^2. \quad (18)$$

Решение (17) определяется гриновской функцией $G_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')$, удовлетворяющей уравнению

$$i\left(\omega-\frac{g_{\mathbf{r}}}{g}\Omega_{\mathrm{B}}\right)G_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')+\nabla(\mathscr{D}_{\mathbf{r}}\nabla+\mathscr{V}_{\mathbf{r}})G_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')-$$
$$-\nu G_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'), \quad (19)$$

а поглощаемая мощность (5) выражается через G_ω по соотношению

$$U_\omega=\frac{\omega}{\hbar}(g\mu_{\mathrm{B}}h_\perp)^2S_0\,\mathrm{Re}\int d\mathbf{r}'\langle G_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')\rangle=\frac{\omega}{\hbar\Omega_{\mathrm{B}}}(g\mu_{\mathrm{B}}h_\perp)^2S_0\psi(\Delta\omega), \quad (20)$$

в котором безразмерная функция $\psi(\Delta\omega)$ описывает трансформацию формы линии спинового резонанса между гауссовским и лоренцевским случаями.

2. Случай длинноволновых флуктуаций

Пренебрегая в (19) флуктуациями коэффициента диффузии и дрейфом,[2] можно записать решение этого уравнения с помощью континуального интеграла

$$\bar{G}_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\int_0^\infty dt\,e^{-\nu t+i(\omega-\Omega_{\mathrm{B}})t}\int_{\mathbf{x}(0)=\mathbf{r}'}^{\mathbf{x}(t)=\mathbf{r}}\mathscr{D}\{\mathbf{x}_\tau\}\times$$
$$\times\exp\left[-\int_0^t d\tau\left(\frac{\dot{x}_\tau^2}{4D}+i\lambda\Omega_{\mathrm{B}}\delta_{\mathbf{x}(\tau)}\right)\right]. \quad (21)$$

[2] При учете флуктуаций $\mathscr{D}_{\mathbf{r}}$ и вклада дрейфа, гриновская функция G_ω выражается через определяемую (21) $\bar{G}_\omega$ с помощью уравнения ($\delta\mathscr{D}_{\mathbf{r}}$—флуктуирующая часть коэффициента диффузии

$$G_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\bar{G}_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}')+\int d\mathbf{r}_1\bar{G}_\omega(\mathbf{r},\mathbf{r}_1)\nabla_1\cdot(\delta\mathscr{D}(\mathbf{r}_1)\nabla_1+\mathscr{V}(\mathbf{r}_1))\bar{G}_\omega(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}').$$

Поскольку (20) содержит пространственную Фурье-компоненту $\langle G_\omega\rangle$ с нулевым волновым вектором $k=0$, то интегральное слагаемое этого уравнения (пропорциональное k^2) не дает вклада в U_ω.

Для (20) необходима усредненная по флуктуациям боровской частоты гриновская функция

$$g_\omega(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \langle \bar{G}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\rangle = \int_0^\infty dt e^{-\nu t + i(\omega - \Omega_B)t} g_t(\mathbf{r}-\mathbf{r}'),$$

$$g_t(\rho) = \int_{\mathbf{x}(0)=0}^{\mathbf{x}(t)=\rho} \mathscr{D}\{\mathbf{x}_\tau\} \exp\left[-\int_0^t d\tau \left(\frac{\dot{x}_\tau^2}{4\mathscr{D}} - \frac{(\lambda\Omega_B)^2}{2}\int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' W(|\mathbf{x}_\tau - \mathbf{x}_{\tau'}|)\right)\right], \quad (22)$$

при записи которой использован стандартный результат для случайного функционала в экспоненте [6] и возник гауссовский коррелятор $W(R) = \bar{\delta}^2 \exp[-(R/l_c)^2]$. При вычислении (22) в «квазиклассическом» приближении, соответствующем малому вкладу диффузии (т. е. большим l_c и малым $\mathscr{D}$), удобно выделить в континуальном интеграле прямолинейную траекторию $\rho\tau/t$, когда в $g_t(\rho)$ возникает контурный континуальный интеграл

$$g_t(\rho) = \exp\left(-\frac{\rho^2}{4\mathscr{D}t}\right)\oint \mathscr{D}\{\mathbf{y}_\tau\} \exp[-F_\rho(t\,|\,\mathbf{y}_\tau, \dot{\mathbf{y}}_\tau)], \quad (23)$$

$$F_\rho(t\,|\,\mathbf{y}_\tau, \dot{\mathbf{y}}_\tau) = \int_0^t d\tau \frac{\dot{y}_\tau^2}{4\mathscr{D}} + \frac{(\lambda\Omega_B)^2}{2}\int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' W\left(\left|\rho\frac{\tau-\tau'}{t} + y_\tau - y_{\tau'}\right|\right). \quad (24)$$

Основной вклад в континуальный интеграл (23) вносит «классическая» траектория, на которой первая вариация функционала (24) обращается в нуль. Определяющее такую траекторию уравнение Эйлера—Лагранжа будет интегродифференциальным

$$\frac{\ddot{\mathbf{y}}_\tau}{4\mathscr{D}} + \frac{(\lambda\Omega_B)^2}{l_c^2}\int_0^t d\tau'\left(\rho\frac{\tau-\tau'}{t} + \mathbf{y}_\tau - \mathbf{y}_{\tau'}\right) W\left(\left|\rho\frac{\tau-\tau'}{t} + \mathbf{y}_\tau - \mathbf{y}_{\tau'}\right|\right), \quad (25)$$

причем далее потребуется лишь получаемая из этого уравнения оценка максимального отклонения (соответствующего моменту $t=\tau/2$) классической траектории от выделенной выше прямолинейной траектории

$$y_{\max}(t)/l_c \simeq \frac{\delta^2}{2}(\lambda\Omega_B t)^2 \mathscr{D}t/l_c^2. \quad (26)$$

Ниже при вычислении $g_\omega(\rho)$ актуальными оказываются времена, для которых (26) мало и отклонением классической траектории от прямолинейной можно пренебречь. При этом траектории $\mathbf{y}_\tau$ определяют вклад «квантовых» поправок, который оценивается при учете второй вариации функционала (24) и также оказывается малым по параметру (26). Это неравенство позволяет при описании флуктуаций g-фактора ограничиться учетом прямолинейных траекторий, так что после вычисления в (23) континуального интеграла (для свободного движения) получим

$$g_t(\rho) \simeq (4\pi\mathscr{D}t)^{-3/2} \exp\left\{-\frac{\rho^2}{4\mathscr{D}t} - \frac{(\lambda\Omega_B)^2}{2}\int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' W\left(\left|\rho\frac{\tau-\tau'}{t}\right|\right)\right\}. \quad (27)$$

Перейдем к рассмотрению введенной в (20) спектральной зависимости

$$\psi(\Delta\omega) = \frac{4}{\sqrt{\pi}\,\delta\lambda}\operatorname{Re}\int_0^\infty dy y^2 e^{-y^2}\int_0^\infty d\zeta \exp\left\{\frac{i\Delta\omega - \nu}{\delta\lambda\Omega_B}\zeta - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{4D/l_c^2}{\delta\lambda\Omega_B}\zeta y^2\,\middle|\,\zeta\right)\right\}, \quad (28)$$

$$\Phi(Z\,|\,\zeta) = \int_0^\zeta dx \int_0^\zeta dx' \exp[-Z(x-x')^2],$$

причем здесь выполнено интегрирование по углам ρ-пространства и введены безразмерные переменные $y=\rho/\sqrt{4\mathscr{D}t}$ и $\zeta=\delta\lambda\Omega_B t$. При слабой диффузии выполняется неравенство

$$4\mathscr{D}/l_c^2 \ll \delta\lambda\Omega_B, \qquad (29)$$

так что можно считать $\Phi(Z|\zeta)\simeq\zeta^2$ и выразить (23) через интеграл вероятности, зависящий от $(i\Delta\omega-\nu)/\sqrt{2}\delta\lambda\Omega_B$. Поскольку $(\delta m/m_s)^2 \ll 1$, то из (18) и (29) имеем также неравенство $\nu\ll\delta\lambda\Omega_B$; уширение линии из-за спин-орбитального взаимодействия с градиентом флуктуаций состава здесь несущественно. В результате для $\psi(\Delta\omega)$ получаем гауссовскую спектральную зависимость (7) с полушириной

$$\nu_i = \sqrt{2}\,\delta\lambda\Omega_B, \qquad (30)$$

обусловленной механизмом неоднородного уширения, связанным с флуктуациями g-фактора без учета диффузии. Такой результат можно написать из общих соображений раздела 1, пренебрегая в (17) диффузией и дрейфом; проведенное выше рассмотрение континуального интеграла лишь ограничивает область существования гауссовской спектральной зависимости неравенством (24). Условие малости (26) для $t_m \sim 1/\delta\lambda\Omega_B$ (оценка максимальных времен, определяющих форму гауссовской линии из (7) и (30)) также сводится к требованию слабой диффузии (29).

Для противоположного (29) предельного случая сильной диффузии вклад области больших времен в (28) оценивается с использованием асимптотики $\Phi(Z|\zeta)\simeq\zeta\sqrt{\pi/Z}$, $Z\gg 1$, так что для времен, обрезающих этот интеграл, имеем оценку $t_m\simeq[4\mathscr{D}/l_c^2]/(\delta\lambda\Omega_B)^2$. Теперь $y_{\max}(t_m)/l_c$ окажется большим и рассмотренное выше приближение траекторий, близких к прямолинейной, непригодно для расчета $\psi(\Delta\omega)$.

Подчеркнем также, что на крыльях линии (при $|\Delta\omega| \gg \delta\lambda\Omega_B$) вклад в (28) дают малые времена и реализуется гауссовская спектральная зависимость.

3. Самосогласованное решение уравнения диффузии

Если при вычислении континуального интеграла существенны большие времена и условие (26) не выполняется, следует использовать самосогласованное приближение [7]. В рамках этого приближения для $g_t(\rho)$ получается уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\mathscr{D}\Delta\right)g_t(\rho)+(\lambda\Omega_B)^2\int d\rho' W(|\rho-\rho'|)\int_0^t dt' G^{(3)}(\rho t|\rho' t')=\delta(\rho)\,\delta(t), \qquad (31)$$

причем трехточечная гриновская функция $G^{(3)}(\rho t|\rho' t')$ дается произведением $g_t(\rho)\,g_{t-t'}(\rho-\rho')$. Выполнив Фурье-преобразование по временно́й (согласно определению (21)) и пространственным переменным, получим из (31) гриновскую функцию

$$g_\omega(k)=[\mathscr{D}k^2+\nu-i\Delta\omega+M_{\Delta\omega}(k)]^{-1}, \qquad (32)$$

в которой массовый оператор $M_{\Delta\omega}(k)$ определяется интегральным уравнением ($W(k)$ — Фурье-образ гауссовского коррелятора)

$$M_{\Delta\omega}(k)=\frac{(\lambda\Omega_B)^2}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{k}' W(|k+k'|)\,g_\omega(k'), \qquad (33)$$

а функция $\psi(\Delta\omega)$, описывающая форму резонанса, выражается через (32) по соотношению

$$\psi(\Delta\omega)=\Omega_B\,\mathrm{Re}\,g_\omega(\mathbf{k}=0). \qquad (34)$$

Самосогласованное приближение соответствует уравнению Дайсона с массовым оператором, учитывающим однократные процессы рассеяния. Этот случай соответствует эффективной диффузии и применим, когда выполнено неравенство (противоположное условию, ограничивающему рассмотрение; см. раздел 2)

$$\mathcal{D}/l_c^2 \gg \delta\lambda\Omega_B, \tag{35}$$

а также ограничение на величину расстройки частоты $|\Delta\omega| \ll 4\mathcal{D}/l_c^2$ (для больших $|\Delta\omega|$ крылья линии описываются гауссовской спектральной зависимостью (7)). В рассматриваемых приближениях при вычислении правой части (33) можно использовать свободную гриновскую функцию, и определяющий (34) массовый оператор дается выражением

$$M_{\Delta\omega}(0) = \gamma + i\Delta\omega\chi(\Delta\omega), \quad \gamma \simeq (\delta\lambda\Omega_B)^2\, l_c^2/2\mathcal{D}, \tag{36}$$

причем действительная часть (36) слабо изменяется с $\Delta\omega$. Функция $\chi(\Delta\omega)$ записывается через интеграл

$$\chi(\Delta\omega) = \frac{(\lambda\Omega_B)^2}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{k}\, \frac{W(k)}{(\mathcal{D}k^2 + \nu)^2 + \Delta\omega^2}, \tag{37}$$

который в области малых волновых векторов (определяемых условием $\mathcal{D}k_{\min}^2 \simeq \max[\nu, |\Delta\omega|]$) обрезается расстройкой $|\Delta\omega|$ (или ν). При этом частотная зависимость дается выражением ($A \simeq 0.3$)

$$\psi(\Delta\omega) = \Omega_B \operatorname{Re}\{\tilde{\nu} - i\Delta\omega[1 - \chi(\Delta\omega)]\}^{-1},$$

$$\chi(\Delta\omega) \simeq A\left[\frac{\delta\lambda\Omega_B}{\mathcal{D}/l_c^2}\right]^2 (k_{\min} l_c^2)^{-1}, \quad \tilde{\nu} = \nu + \gamma. \tag{38}$$

Отклонение (38) от лоренцевской линии (с зависящей от Ω_B шириной $\tilde{\nu}$) возможно за счет мнимой добавки к массовому оператору (36) при выполнении жесткого условия $\chi(\nu) \gg 1$. Заметим, что определяемая (36) ширина резонансной линии γ в промежуточной области $2\mathcal{D}/l_c^2 \sim \delta\lambda\Omega_B$ лишь множителем $\sqrt{2}$ отличается от неоднородного уширения линии, определяемого (30).

4. Случай коротковолновых флуктуаций

Перейдем к рассмотрению случая $l_m > l_c$, когда форма линии спинового резонанса определяется входящей в (5) пространственно-неоднородной спиновой плотностью $\mathbf{S}_t$. Используя (4) и проводя усреднение по флуктуациям для $\mathbf{S}_t$, получаем уравнение баланса ($\mathbf{\Omega}_{Bt} = g\mu_B\mathbf{H}_t/\hbar$)

$$\partial\mathbf{S}_{rt}/\partial t + \nu_\parallel S_t - \alpha[\mathbf{\Omega}_{Bt}\times S_t] - \beta[\mathbf{\Omega}_{Bt}\times[\mathbf{\Omega}_{Bt}\times\mathbf{S}_t]] = 0, \tag{39}$$

коэффициенты которого обобщают приведенные в [1] выражения на случай вырожденных электронов

$$\nu_\parallel = \left(\frac{m}{2m_s}\right)^2 \frac{2\pi}{3V}\sum_{\mathbf{kp}} W(k)\, k^2v^2\delta(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v})\frac{d}{d\varepsilon}f_F(\varepsilon_p)\Bigg/\sum_{\mathbf{p}}\frac{d}{d\varepsilon}f_F(\varepsilon_p),$$

$$\alpha = 1 + \frac{\eta}{V}\sum_{\mathbf{kp}} W(k)(\varepsilon_F - \varepsilon_p)\frac{d^2}{d\varepsilon^2}f_F(\varepsilon_p)\Bigg/\sum_{\mathbf{p}}\frac{d}{d\varepsilon}f_F(\varepsilon_p),$$

$$\beta = \frac{\pi\lambda^2}{V}\sum_{\mathbf{kp}} W(k)\,\delta(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v})\frac{d}{d\varepsilon}f_F(\varepsilon_p)\Bigg/\sum_{\mathbf{p}}\frac{d}{d\varepsilon}f_F(\varepsilon_p). \tag{40}$$

Здесь введены фермиевское распределение $f_F(\varepsilon_p)$ и скорость изменения эффективной массы с составом $\eta = \sqrt{\langle(\delta m_r/m)\rangle}/\delta$. Выделив осциллирующую составляющую спиновой плотности для ее резонансной циркулярной компоненты δS_ω^- (вводимой, как в уравнении (17)), получим

$$i(\omega-\alpha\Omega_B)\delta S_\omega^- + (\nu_\parallel+\beta\Omega_B^2)\delta S_\omega^- = \frac{g}{\hbar}\mu_B h^- S_0(i\alpha+\beta\Omega_B). \tag{41}$$

Для сильно вырожденных электронов коэффициент α близок к единице (т. е. максимум не смещается из-за флуктуаций), а $\nu_\parallel$ и β даются выражениями ($v_F=\sqrt{2\varepsilon_F/m}$)

$$\nu_\parallel=\frac{\sqrt{\pi}}{3}\bar{\delta}^2\left(\frac{m}{m_s}\right)^2 v_F/l_c,\quad \beta=\frac{\sqrt{\pi}}{2}(\overline{\delta\lambda})^2 l_c/v_F. \tag{42}$$

Спектральная зависимость поглощаемой мощности определяется введенной (6), (20) функцией $\psi(\Delta\omega)$, для которой теперь получим

$$\psi(\Delta\omega)=\mathrm{Re}\frac{\Omega_B(1-i\beta\Omega_B)}{\nu_\parallel+\beta\Omega_B^2-i\Delta\omega}. \tag{43}$$

Ширина резонансной линии (43), как и $\tilde{\nu}$ в (38), квадратично растет с магнитным полем, причем в переходной к гидродинамическому предельному случаю области (когда $l_c\sim l_m$) выражения для $\nu_\parallel$ и $\beta\Omega_B^2$ с точностью до численных коэффициентов согласуются с ν и γ, введенными (18) и (36) соответственно.

5. Обсуждение результатов

Определяемая выражениями (7), (8), (38) и (43) форма электронного спинового резонанса, уширенного за счет релаксации спина на флуктуациях состава полупроводниковых сплавов, существенно изменяется с уменьшением корреляционной длины, переходя от гауссовской линии к лоренцевской. При этом характерные ширины резонансного пика в областях переходов между рассмотренными асимптотиками совпадают. Отметим также, что для больших расстроек (когда $|\Delta\omega|\gg\mathscr{D}/l_c^2$, $\overline{\delta\lambda}\Omega_B$) реализуются гауссовские крылья пика спинового резонанса вблизи максимума.

Детальные экспериментальные исследования спинового резонанса при одновременном контроле флуктуаций состава полупроводникового сплава не проводились. В работах [8, 9] исследован электронный спиновый резонанс в $Cd_xHg_{1-x}Te$, уширение линии связывалось с флуктуациями состава. Измерения выполнены для $x\simeq0.4$, $\omega\simeq4.8\cdot10^{11}$ с$^{-1}$ в [8] и $x\simeq0.2$, $\omega\simeq$ $\simeq2.8\cdot10^{10}$ с$^{-1}$, причем форма резонансной линии (измерена ее производная по магнитному полю) оказывается асимметричной, что свидетельствует о заметном вкладе пропорциональных Ω_B флуктуаций g-фактора в ее уширение.[3] Оценки с использованием параметров [10] дают $\mathscr{D}/l_c^2$ порядка $\overline{\delta\lambda}\Omega_B$ для случая [8], а в случае [9] уже выполнено условие (35). Определяемый по ширине резонанса параметр $\bar{\delta}l_c$ близок к 10^{-6} см (различия этого параметра, по данным [8, 9], оказались меньшими двух раз). Это свидетельствует о сравнимых характеристиках флуктуаций состава использованных в [8, 9] образцов. Такое согласие параметров флуктуаций (хотя магнитные поля в [8, 9] различаются в 17 раз) показывает, что проведенный расчет неплохо описывает магнитополевую зависимость ширины линии. Для независимого определения характеризующих флуктуации состава параметров $\bar{\delta}$ и l_c следовало бы выполнить измерения ширины линии спинового резонанса на одном образце, но в различных (соответствующих неравенствам (29) и (35)) спектральных диапазонах.

---

[3] Оценка не зависящего от магнитного поля вклада в уширение линии (18), приведенная с использованием значений m_s, определяемых по формулам [3] (экспериментальные значения этого параметра плохо известны) показывает, что в условиях [8, 9] такой механизм мал.

Список литературы

[1] Васько Ф. Т., Солдатенко Ю. Н. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 1. С. 199—207.
[2] Clark A. H. et al. // Phys. Rev. B. 1975. V. 12. N 12. P. 5758—5766.
[3] Leibler L. // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. N 2. P. 863—873.
[4] Васько Ф. Т., Солдатенко Ю. Н. // УФЖ. 1988. Т. 33. № 5. С. 673—675.
[5] Дьяконов М. И., Перель В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. № 11. С. 657—660.
[6] Бонч-Бруевич В. Л. // Сб. «Статистическая физика и квантовая теория поля». М.: Наука, 1973. 456 с.
[7] Freed K. F. // J. Chem. Phys. 1970. V. 55. N 8. P. 3910—3921.
[8] Барташевский Ю. А., Тютюнник В. Б., Аверьянов Н. С. и др. // ФТП. 1975. Т. 9. № 1. С. 168—169; ФНТ. 1977. Т. 3. № 9. С. 1208—1209.
[9] Бугай А. А., Громовой Ю. С., Шанина Б. Д. // УФЖ. 1981. Т. 26. № 11. С. 1826—1830.
[10] Dornhaus R. et al. Narrow gap semiconductors. Berlin: Springer, 1983. 309 p. (Springer Tracts Mod. Phys. V. 98).

Институт полупроводников АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
18 июня 1990 г.
В окончательной редакции
31 октября 1990 г.