УДК 548 : 537.621

КВАНТОВЫЙ СПЕКТР ВОЗБУЖДЕНИЙ АНИЗОТРОПНЫХ МАГНЕТИКОВ С КВАДРУПОЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ПРИ НЕКОЛЛИНЕАРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

В. В. Вальков, Г. Н. Мацулева

В аналитическом виде решена задача о квантовом спектре возбуждений сильноанизотропного ромбического магнетика с произвольным спином и биквадратным обменом (БО) при неколлинеарной геометрии. Это позволило проследить за изменением вклада квантовых поправок при увеличении констант анизотропии и БО, а также за влиянием величины спина на характер такого изменения. Аналитически описано изменение спектральных характеристик двухосного ферромагнетика с квадрупольным взаимодействием (КВ) при изменении ориентации внешнего магнитного поля H по отношению к кристаллографическим осям.

В настоящее время известно большое количество магнитоупорядоченных кристаллов, в которых взаимодействие высших мультипольных моментов магнитоактивных ионов играет существенную роль в формировании их физических свойств. Примерами такого рода систем могут служить редкоземельные монопниктиды [1, 2], $TbPO_4$ и $TmAsO_4$ [3], интерметаллиды: TmCd [4], TmZn [5], CeAg [6] и т. д. Экспериментальное исследование подобных негейзенберговских магнетиков потребовало развития теории магнитоупорядоченных систем с квадрупольным взаимодействием. Прежде всего было проанализировано влияние КВ на характер основного состояния системы, а также на фазовые переходы в упорядоченное состояние с тензорным параметром порядка (ПП) [7, 8]. Применение методов теории симметрии позволило изучить [9] наиболее общие свойства обменных магнетиков, в которых возникновение магнитного упорядочения сопровождается спонтанным нарушением спиновой группы O (3), без нарушения инвариантности относительно обращения времени.

В теоретических работах проводилось также исследование спектральных свойств негейзенберговских магнетиков. Был вычислен спектр одномагнонных возбуждений изотропного ферромагнетика с БО, проанализированы особенности двухмагнонных связанных состояний, обусловленных БО [10]. Для ферромагнитной цепочки характеристики двухмагнонных возбуждений исследовались при учете взаимодействий, описываемых инвариантами $\sim (S_f S_g)^n$, для $n=1, 2, 3$ [11]. В работе [12] решена задача об элементарных возбуждениях изотроп го магнетика с величиной спина $S=1$, находящегося в квадрупольной фазе (большая величина биквадратного обменного взаимодействия), а в [13] исследовано влияние внешнего магнитного поля H на перестройку основного состояния и спектральных свойств такой системы. Спектр возбуждений (СВ) для всех фаз кубического магнетика с КВ найден в [14]. Влияние БО на спин-волновые характеристики четырехподрешеточного UO_2 исследованы в [15]. В работе [16] применение представления спиновых и квадрупольных операторов через операторы Хаббарда в сочетании с диаграммной техникой для операторов Хаббарда [14, 17] позволило получить вид дисперсионного уравнения для негейзенберговских магнетиков при точном учете одноионной анизотропии (ОА) произвольной симметрии. В частности, для $S=1$ и $H=0$ были проанализированы особенности основного состояния и спектра элементарных возбуждений ромбического магнетика с изотропным парным взаимодействием. Рассмотрение задачи для анизотропного гейзенберговского и биквадратного обменных взаимодействий проводилось в [18].

При экспериментальном изучении спектральных свойств анизотропных негейзенберговских магнетиков, например, методом неупругого рассеяния нейтронов [19, 20] с последующим восстановлением констант микроскопических взаимодействий, важную информацию несет характер изменения параметров спектра при изменении внешних условий. Так, в анизотропных системах особое значение приобретает знание не только зависимости спектра возбуждений от величины внешнего магнитного поля при его некотором симметричном направлении, но и характера модификации спектра при непрерывном изменении ориентации внешнего магнитного поля по отношению к кристаллографическим осям. При этом угловая развертка характеристик (например, щели в спектре коллективных возбуждений) позволяет выявить многие особенности как одноионных, так и межионных взаимодействий в системе. Для расшифровки результатов эксперимента приоритетное значение имеет аналитическое решение задачи о СВ анизотропных магнетиков с КВ при неколлинеарной геометрии. Между тем теоретическое исследование влияния КВ на зависимость коллективного спектра возбуждений от ориентации внешнего магнитного поля H в анизотропных системах до недавнего времени не проводилось даже численным методом. Во многом это объясняется математическими сложностями, обусловленными тензорной природой операторов квадрупольного момента, через которые выражается КВ.

Адекватное описание динамики негейзенберговских магнетиков с КВ требует правильного учета алгебры тензорных операторов [21]. Математически это обстоятельство отражается в том, что корректный расчет СВ анизотропных магнетиков с КВ осуществляется в рамках алгебры $SU(3)$, а не алгебры $SU(2)$. При этом число независимых операторов, необходимых для полного описания КВ, возрастает с трех до восьми. Ясно, что традиционные методы построения квантовой теории, основанные на использовании представления только для спиновых операторов, для рассмотрения таких негейзенберговских магнетиков становятся неэффективными.

Следует отметить, что в большинстве случаев экспериментально исследуемые кристаллы со значительными эффектами КВ являются сильно анизотропными. Причем из-за сравнительно низких температур дипольного (или квадрупольного) упорядочения часто реализуется ситуация, когда характерные энергии ОА сравнимы с энергиями парных взаимодействий (TmZn, TmCd, CeAg). В этих условиях, как известно [22–27], становятся существенными квантовые эффекты, учет которых требует выхода за рамки феноменологического рассмотрения. Перечисленные обстоятельства делают актуальным развитие квантовой теории сильно анизотропных негейзенберговских магнетиков и, в частности, исследование особенностей квантового спин-волнового спектра в области больших величин констант ОА и КВ при неколлинеарной геометрии.

В настоящей работе использован подход, позволивший в аналитическом виде для произвольного значения спина S и неколлинеарной геометрии задачи решить дисперсионное уравнение, выведенное в [16], для ромбического магнетика с БО и получить выражение для частоты нижней ветви спектра с учетом первых квантовых поправок. Величина этих поправок, приводящих к дополнительной зависимости параметров СВ от ориентации внешнего магнитного поля H, изменяется при увеличении константы БО K_0. Показано, что характер этого изменения различен для разных S.

1. Гамильтониан, геометрия задачи и дисперсионное уравнение

Гамильтониан ромбического магнетика с БО во внешнем магнитном поле произвольного направления может быть представлен в виде

$$\mathscr{H} = -(1/2)\sum_{fg}[I_{fg}(\mathbf{S}_f\mathbf{S}_g) + K_{fg}(\mathbf{S}_f\mathbf{S}_g)^2] - \sum_f [\mathbf{H}_0\mathbf{S}_f + B_2^0 O_{2f}^0 + B_2^2 O_{2f}^2], \quad (1)$$

где первое слагаемое учитывает гейзенберговское и биквадратное обменные взаимодействия, а второе — одноионные взаимодействия с внешним магнитным полем $\mathbf{H}_0$ и кристаллическим полем ромбической симметрии. B_2^0 и B_2^2 — константы анизотропии, O_{2f}^0 и O_{2f}^2 — операторы Стевенса [28, 29]. Не ограничивая общности рассмотрения, можно считать, что $B_2^2 \geqslant 0$, а $\mathbf{H}_0$ ориентирован в плоскости zOx под углом θ_H к оси Oz.

Для упрощения вычислений осуществляется переход к системе координат, ось Oz которой совпадает с направлением вектора равновесной намагниченности $\langle\mathbf{S}\rangle$. (При выбранных условиях $\langle\mathbf{S}\rangle$ лежит в плоскости zOx под углом θ к оси Oz). При этом обменная часть гамильтониана (1) сохраняет прежний вид, а одноионная преобразуется к виду

$$-\sum_f [\mathbf{H}\mathbf{S}_f + B_2^0(\theta)\,O_{2f}^0 + B_2^2(\theta)\,O_{2f}^2 + 2B\sin 2\theta O_{2f}^{zx}], \quad (2)$$

где

$$\mathbf{H} = H\{\sin(\theta_H - \theta),\ 0,\ \cos(\theta_H - \theta)\}, \quad B_2^0(\theta) = A - B\cos 2\theta,$$
$$B_2^2(\theta) = 3A + B\cos 2\theta, \quad A = (^1/_4)(B_2^0 + B_2^2), \quad B = (^1/_4)(B_2^2 - 3B_2^0),$$
$$O_{2f}^{zx} = S_f^z S_f^x + S_f^x S_f^z. \quad (3),\ (4)$$

Для вычисления квантового СВ используется дисперсионное уравнение, полученное в работе [16].

$$\Delta(\mathbf{q},\ \omega) \equiv \det\|1 + \hat{L}(\omega)\hat{A}_{\mathbf{q}}\| = 0. \quad (5)$$

Здесь элементы матрицы $L(\omega)$ выражаются через компоненты восьмимерного вектора, составленного из параметров представления спиновых и квадрупольных операторов через операторы Хаббарда. $\hat{A}_{\mathbf{q}}$ — матрица 8×8. Подробности обозначений и полные выражения для матриц $\hat{A}_{\mathbf{q}}$ и $\hat{L}(\omega)$ приведены в [16]. Операторы Хаббарда строятся на полном базисе собственных функций $|\Psi_n\rangle$ одноионного гамильтониана $\mathscr{H}_0(f)$

$$\mathscr{H}_0(f) = \varepsilon_0 - \bar{H}S_f^z - H\sin(\theta_H - \theta)\,S_f^x - \tilde{B}_2^0 O_{2f}^0 - \tilde{B}_2^2 O_{2f}^2 - \tilde{B}_2^{zx} O_{2f}^{zx}, \quad (6)$$

где

$$\tilde{B}_2^0 = B_2^0(\theta) + {}^1/_6 K_0 q_2^0, \quad \tilde{B}_2^2 = B_2^2(\theta) + {}^1/_2 K_0 q_2^2, \quad \tilde{B}_2^{zx} = 2B\sin 2\theta + {}^1/_2 K_0 q_2^{zx},$$
$$\bar{H} = H\cos(\theta_H - \theta) + (I_0 - {}^1/_2 K_0)\gamma, \quad q_2^p \equiv \langle O_2^p\rangle, \quad p = 0,\ 2,\ zx; \quad \gamma \equiv \langle S^z\rangle,$$
$$\varepsilon_0 = -(^1/_6)S^2(S+1)^2 K_0 + (^1/_2)(I_0 - {}^1/_2 K_0)\gamma^2 + {}^1/_{12}K_0[(q_2^0)^2 + 3(q_2^2)^2 + 3(q_2^{zx})^2]. \quad (7)$$

2. Анализ одноионной задачи

При произвольных соотношениях между энергиями ОА, зеемановской и обменной задача нахождения собственных состояний одноионного гамильтониана (6) может быть решена только численным методом. Однако в случае, когда отношение характерной энергии анизотропии ε_a к разности энергий между нижними одноионными уровнями невозмущенной системы ε_{21}^0 является малым параметром

$$\varepsilon_a/\varepsilon_{21}^0 \ll 1, \quad (8)$$

одноионная задача допускает аналитическое решение в виде разложения по этому малому параметру (для произвольного S). Так, использование такого параметра в работе [30] позволило исследовать в аналитическом виде спектральные свойства гейзенберговских магнетиков при неколлинеарных структурах. Заметим, что в случае, когда БО заметно превышает билинейный, система переходит либо в состояние квадрупольного упорядочения при $S=1$, либо в антиферромагнитное, если $S>1$ [7, 8]. Нас будет интересовать случай $I_0 \geqslant K_0 > 0$.

Если обменное поле от парного взаимодействия между магнитными ионами существенно превышает (на несколько порядков по величине) характерную энергию ОА, то при $T=0$ в феррофазе состояние магнитного иона (в собственной системе координат) описывается функцией $|\Psi_1\rangle = |S\rangle$ ($\langle S^z\rangle = S$ и $q_2^0 = S\,(2S-1)$) с высокой степенью точности. При этом магнитный момент фактически ведет себя как классический вектор, так как проявление спинорных свойств волновой функции магнитоактивного иона (ввиду малости соответствующих эффектов) неразрешимо из-за погрешности эксперимента. Однако, если энергия ОА перестает быть пренебрежимо малой величиной по сравнению с обменной энергией, основное состояние магнетика описывается суперпозицией

$$|\Psi_1\rangle = \sum_m a_{1m}|m\rangle = a_{11}|1\rangle + a_{12}|2\rangle + \ldots, \tag{9}$$

где через $|m\rangle$ обозначены собственные состояния оператора S^z

$$S^z|m\rangle = (S-m+1)|m\rangle, \quad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ 2S+1. \tag{10}$$

Коэффициенты разложения $a_{12}\ldots$ малы в меру малости параметра (8) и тем не менее их учет приводит к целому ряду эффектов, которые не могут быть описаны в рамках феноменологической теории, основанной на использовании уравнения Ландау-Лифшица.

Учитывая, что в собственной системе координат $\langle\Psi_1|S^x|\Psi_1\rangle=0$, получаем связь между коэффициентами a_{1m} разложения функции $|\Psi_1\rangle$ с точностью до третьего порядка малости по параметру (8)

$$\sqrt{2S}\,a_{12} = -\sqrt{6\,(S-1)}\,a_{13}a_{14} + \ldots . \tag{11}$$

Из этого уравнения находится равновесный угол θ, представляемый в виде суммы двух слагаемых

$$\theta = \theta_0 + \delta, \tag{12}$$

причем угол θ_0 задает направление равновесной намагниченности, если магнитный момент считать классическим вектором, а δ связано с учетом квантовых поправок, обусловленых спинорными свойствами состояний магнитоактивных ионов. Очевидно, что δ является величиной не ниже первого порядка малости, тогда как θ_0 имеет нулевой порядок. Средние значения компонент тензорного ПП с точностью до второго порядка малости получаются из следующих выражений

$$q_2^0 = S\,(2S-1) - q; \quad q_2^2 = 2\sqrt{S\,(2S-1)}\,a_{13}, \quad q = 12\,(S-1)\,a_{13}^2, \gamma = S-\eta, \quad \eta = 2a_{13}^2, \tag{13}$$

Для решения одноионной задачи представим гамильтониан (6) в виде

$$\mathscr{H}_0 = \varepsilon_0 + h_0 + V. \tag{14}$$

Здесь оператор

$$h_0 = -\bar{H}_0 S^z - {}^1\!/_6\, S\,(2S-1)\,K_0 O_2^0 \tag{15}$$

задает невозмущенную структуру неэквидистантного энергетического спектра

$$\varepsilon_n^0 = \varepsilon_0 - \bar{H}_0(S-n+1) - {}^1/_6\, S(2S-1) K_0 [3(S-n+1)^2 - S(S+1)],$$
$$\bar{H}_0 = H\cos(\theta_H - \theta_0) + \left(I_0 - \frac{1}{2} K_0\right) S \tag{16}$$

собственных состояний $|\, n\rangle$ с $n=1, 2, \ldots, 2S+1$. Оператор возмущений определяется выражением

$$V = -[B_2^0(\theta) - {}^1/_6\, K_0 q] O_2^0 - \tilde{B}_2^2 O_2^2 - 2B\sin 2\theta O_2^{zx} + [H\cos(\theta_H - \theta_0)\delta - H\sin(\theta_H - \theta_0)] S^x + [(I_0 - {}^1/_2 K_0)\eta + {}^1/_2 H\cos(\theta_H - \theta_0)\delta^2 - H\sin(\theta_H - \theta_0)\delta] S^z. \tag{17}$$

Применяя стандартную теорию возмущений [31], из (11) находим, что угол θ_0 удовлетворяет обычному уравнению феноменологической теории [32]

$$H\sin(\theta_H - \theta_0) + 2(2S-1) B\sin 2\theta_0 = 0, \tag{18}$$

тогда как квантовая поправка δ определяется выражением

$$\delta = -2(2S-1)(B/H_1)(B_2^2(\theta_0)/\varepsilon_{32}^0)\sin 2\theta_0 + \ldots, \tag{19}$$

где

$$\mathrm{H}_1 \equiv \mathrm{H}\cos(\theta_H - \theta_0) - 4(2\mathrm{S}-1)\,\mathrm{B}\cos 2\theta_0,$$
$$\varepsilon_{32}^0 = \mathrm{H}\cos(\theta_H - \theta_0) + \mathrm{S}(\mathrm{I}_0 - {}^1/_2\,\mathrm{K}_0) + {}^1/_2\,\mathrm{S}(2\mathrm{S}-1)(2\mathrm{S}-3)\,\mathrm{K}_0$$

Невыписанные слагаемые являются величинами более высокого порядка малости по параметру (8). Заметим, что в случае, когда внешнее магнитное поле незначительно превышает по величине энергию ОА, отношение B/H_1 в (19) является величиной порядка единицы. Если же $H \gg B$, то отношение B/H_1 вносит дополнительную малость в значение квантовой поправки δ.

Наличие БО приводит к необходимости самосогласованных вычислений константы $\tilde{B}_2^2$ и компоненты q_2^2 квадрупольного момента. Так, с точностью до второго порядка малости

$$q_2^2 = S(2S-1)\frac{B_2^2(\theta_0)}{\varepsilon_{32}^0}\left[1 - 6(S-1)\frac{B_2^0(\theta_0)}{\varepsilon_{32}^0} + 4(2S-1)\frac{B^2}{H_1\varepsilon_{32}^0}\sin^2 2\theta_0\right]. \tag{20}$$

При этом в главном приближении $\tilde{B}_2^2 = B_2^2(\theta)\,\varepsilon_{31}^0/(2\varepsilon_{32}^0)$, т. е. перенормировка ромбической компоненты константы ОА $\tilde{B}_2^2$ при $K_0 \neq 0$ определяется мерой неэквидистантности одноионного спектра (при $K_0=0$, $\varepsilon_{31}^0 = 2\varepsilon_{32}^0$ и $\tilde{B}_2^2 = B_2^2(\theta_0)$. Средние значения других компонент ПП определяются выражениями

$$q_2^0 = S(2S-1)\{1 - 3(S-1)[B_2^2(\theta_0)/\varepsilon_{32}^0]^2\},$$
$$\gamma = S\left\{1 - \frac{1}{2}[(2S-1)[B_2^2(\theta_0)/\varepsilon_{32}^0]^2\right\}. \tag{21}$$

Волновые функции верхних состояний $|\,\Psi_n\rangle$ $(n > 1)$ также вычисляются по теории возмущений.

3. Нижняя ветвь спектра возбуждений

Для нахождения аналитического вида энергетического спектра нижней ветви раскроем в уравнении (5) определитель восьмого порядка. При этом учтем, что выражение для квадрата частоты будет искаться с точностью до первых квантовых поправок включительно. Эти поправки будут пропорциональны $H\varepsilon_a^2/\varepsilon_{21}^0$ и $\varepsilon_a^3/\varepsilon_{21}^0$. Если $H \gg \varepsilon_a$, то члены $\sim \varepsilon_a^3$ можно отбросить. Если же мы намерены зайти и в область «небольших» магнитных полей, когда $H \sim \varepsilon_a$, то необходимо учитывать слагаемые второго типа, так как они имеют одинаковый порядок малости в сравнении с первыми слагаемыми. Это означает, что при раскрытии определителя (5) необходимо удерживать члены третьего порядка малости по параметру (8).

Нетрудно установить, что матричные элементы L_{23}, $L_{28}=L_{73}$, L_{78}, L_{56} имеют нулевой порядок малости. Элементы

$$L_{22}=L_{33},\quad L_{26}=L_{53},\quad L_{27}=L_{83},\quad L_{67}=L_{85},$$
$$L_{15}(\omega)=L_{16}(-\omega),\quad L_{46}(\omega)=L_{45}(-\omega),\quad L_{77}=L_{88}$$

— первый порядок малости. Все другие матричные элементы L_{ij}, которые не могут быть получены из приведенных выше путем перестановки индексов, имеют второй порядок малости. Сделанная здесь оговорка связана с тем, что $L_{ij}(\omega)=L_{ji}(-\omega)$. Этих сведений достаточно для того, чтобы получить разложение определителя восьмого порядка $\omega(\mathbf{q},\omega)$ с требуемой точностью.

Опуская промежуточные вычисления, приведем лишь дисперсионное уравнение для нижней ветви спектра

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\omega)\Phi_{\mathbf{q}}(-\omega)+(\omega^2-\varepsilon_{31}^2)/(\omega^2-\omega_2^2)[F_{\mathbf{q}}(\omega)+F_{\mathbf{q}}(-\omega)]=$$
$$=(S(2S-1)a_{13}^2)/(\omega^2-\varepsilon_{31}^2)^2\{4K_qI'_q(\omega^2+\varepsilon_{21}\omega_1)+$$
$$+\varepsilon_{21}^2[2I'_q+(2S-1)(2S-3)K_q]^2\}, \tag{22}$$

где

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\omega)=(1+I'_{\mathbf{q}}L_{23})(1+1/2\,K_{\mathbf{q}}L_{78})-1/4\,K_{\mathbf{q}}I'_{\mathbf{q}}L_{73}L_{28},\quad F_{\mathbf{q}}(\omega)=$$
$$=1/4\,K_{\mathbf{q}}(1+1/2\,K_{\mathbf{q}}L_{56})\Phi_{\mathbf{q}}(\omega)\{K_{\mathbf{q}}I'_{\mathbf{q}}L_{35}L_{67}L_{82}-I'_{\mathbf{q}}I_{35}^2(1+1/2\,K_{\mathbf{q}}L_{87})-$$
$$-K_{\mathbf{q}}L_{67}^2(1+1/2\,I'_{\mathbf{q}}L_{32})\},\quad I'_{\mathbf{q}}\equiv I_{\mathbf{q}}-1/2\,K_{\mathbf{q}},\quad \omega_1\equiv\varepsilon_{21}-SI'_{\mathbf{q}}-$$
$$-1/2\,S(2S-1)^2K_{\mathbf{q}},\quad \omega_2\equiv\varepsilon_{31}-S(2S-1)K_{\mathbf{q}}.$$

Разность одноионных уровней энергии определяется выражением $\varepsilon_{nm}=E_n-E_m$.

Из (22) находим, что спектр возбуждений нижней ветви анизотропного магнетика с БО может быть представлен в виде

$$\omega(\mathbf{q})=\sqrt{\omega_{\text{кл}}^2(\mathbf{q})+\Delta_{\text{кв}}(\mathbf{q})}, \tag{23}$$

где

$$\omega_{\text{кл}}(\mathbf{q})=\sqrt{[\varepsilon_{\mathbf{q}}-4(2S-1)\,\mathrm{B}\cos 2\theta_0][\varepsilon_{\mathbf{q}}+2(2S-1)(3\mathrm{A}-\mathrm{B}\cos 2\theta_0)]}$$

описывает без учета квантовых поправок закон дисперсии спин-волновых возбуждений ромбического негейзенберговского ферромагнетика во внешнем магнитном поле, ориентированном под углом θ_H. Входящая в $\omega_{\text{кл}}(\mathbf{q})$ величина $\varepsilon_{\mathbf{q}}=H\cos(\theta_H-\theta_0)+S(I_0-I_{\mathbf{q}})+2S^2(S-1)(K_0-K_{\mathbf{q}})$ соответствует энергии одномагнонных возбуждений в изотропном пределе, когда $\theta_H=\theta_0$.

Поправка $\Delta_{\text{кв}}(\mathbf{q})$, входящая в (23), определяется квантовыми эффектами. В случае, когда $\varepsilon_a\ll H$, выражение для квантовой поправки можно записать в виде

$$\Delta_{\text{кв}}(\mathbf{q})=2(2S-1)\varepsilon_{\mathbf{q}}\{([B_2^2(\theta_H)]^2/\varepsilon_{32}^0)-2((2B\sin 2\theta_H)^2)/(2\varepsilon_{32}^0-H)\}. \tag{24}$$

Заметим, что в силу соотношения $\varepsilon_a\ll H$, зависимость $\omega_{\text{кл}}^2$ от ориентации внешнего магнитного поля в основном определяется слагаемым $-6(2S-1)\varepsilon_{\mathbf{q}}B\cos 2\theta_0$, тогда как квантовая поправка по порядку величины $\sim H\varepsilon_a^2/\varepsilon_{32}^0$. Это означает, что относительный вклад квантовых эффектов в угловую зависимость сдвига частоты возбуждений является величиной первого порядка малости.

Влияние БО в данном случае проявляется через изменение $\varepsilon_{\mathbf{q}}$ за счет дополнительного слагаемого $2S^2(S-1)(K_0-K_{\mathbf{q}})$ и через перенормировку квантовой поправки за счет ε_{32}^0, содержащей K_0 (см. (19) и ниже). Кроме того имеется возможность исследовать зависимость характеристик спектра и от величины спина. Так, зависимости ε_{32}^0 от K_0 при различных S имеют вид

$$S=1,\quad \varepsilon_{32}^0=H\cos(\theta_H-\theta_0)+(I_0-K_0),$$

$$S = {}^3/_2, \quad \varepsilon_{32}^0 = H\cos(\theta_H - \theta_0) + ({}^3/_2)(I_0 - {}^1/_2 K_0),$$
$$S = 2, \quad \varepsilon_{32}^0 = H\cos(\theta_H - \theta_0) + 2(I_0 + K_0).$$

Видно, что при $S=1$ и $S={}^3/_2$ увеличение K_0 приводит к уменьшению ε_{32}^0 и, следовательно, к возрастанию роли квантовых эффектов. Если же $S \geqslant 2$, то увеличение K_0 приводит, наоборот, к уменьшению квантовой поправки. При этом, естественно, надо помнить о наложении на K_0 ограничений сверху.

Полученные в предельном случае $\varepsilon_a \ll H$ формулы можно применять и при малых значениях интегралов обменных взаимодействий. В частности, при I_0, $K_0 \to 0$ из формулы (23) находим угловую зависимость частоты ЭПР отдельного иона, находящегося в кристаллическом поле ромбической симметрии и внешнем магнитном поле H

$$\omega = H + 3(2S-1)(A - B\cos 2\theta_H) + \\ + (2S-1)\{(20S-18)B^2\sin^2 2\theta_H - (S - {}^3/_2)[B_2^2(\theta_H)]^2\}/H. \qquad (25)$$

При получении этого выражения использовалось уравнение (18), решение которого в случае $B \ll H$ можно записать в виде

$$\theta_0 = \theta_H - 2S(2S-1)(B/H)\sin 2\theta_H\{1 + 4(2S-1)(B/H)\cos 2\theta_H\} + \ldots .$$

В другом предельном случае, когда $SI_0/\varepsilon_a \to \infty$, квантовыми поправками можно пренебречь, и СВ определяется только $\omega_{кл}(\mathbf{q})$.

Интересным представляется случай, когда внешнее магнитное поле сравнимо с полем анизотропии $H \sim \varepsilon_a \ll \varepsilon_{32}^0$. Тогда формула (23) является справедливой, если в выражении для $\Delta_{кв}$ учесть слагаемые $\sim \varepsilon_a^3/\varepsilon_{32}^0$. Результат выглядит так

$$\Delta_{кв}(\mathbf{q}) = (2(2S-1)/\varepsilon_{32}^0)\,\varepsilon_{\mathbf{q}}\{[B_2^2(\theta_0)]^2 - W(\theta_0)\} - \\ - (2(2S-1)^2/\varepsilon_{32}^0)\{3B_2^0(\theta_0)W(\theta_0) + (2S-1)([2B_2^2(\theta_0)B\sin 2\theta_0]^2/H_1)\}, \quad (26)$$

где

$$W(\theta_0) = ((2B\sin 2\theta_0)^2/H_1)[H_1 + 2(2S-1)B_2^2(\theta_0)].$$

Как видно из приведенных формул, квантовые поправки влияют как на величину щели в спектре спин-волновых возбуждений, так и на дисперсионные свойства. В частности, спин-волновая жесткость приобретает дополнительную зависимость от величины ОА и изменяется при изменении ориентации внешнего магнитного поля. По мере роста анизотропии вклад $\Delta_{кв}$ растет и для магнетиков, у которых энергия ОА незначительно меньше энергии обменных взаимодействий, учет квантовых эффектов становится обязательным. Роль квантовых поправок возрастает также, если соотношение между I_0 и K_0 таково, что вклад парных взаимодействий в расщепление энергетических уровней состояний $|\Psi_2\rangle$ и $|\Psi_3\rangle$ начинает компенсироваться.

В заключение остановимся на обсуждении частного случая, когда $\theta_H=0$. Такая геометрия часто используется при исследовании спектральных свойств магнетиков. Применяя приведенные выше формулы, находим, что при

$$H < \tilde{H}_c = (1 - E/\varepsilon_{32}^0)H_c, \qquad H_c = (2S-1)(E-D), \qquad (27)$$

рассматриваемый магнетик находится в угловой фазе, а зависимость частоты ФМР от H описывается выражением

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{2E}{H_c}\right)^{1/2}\left[(2S-1)\left(H_c^2 - H^2 - 2\left(\frac{EH^2}{\varepsilon_{32}^0}\right)\right) + H^2\left(\frac{H^2 - H_c^2}{\varepsilon_{32}^0 H_c}\right)\right]}. \qquad (28)$$

Видно, что при $E=0$, в соответствии с теоремой Голдстоуна, $\omega=0$. Если же $H > \tilde{H}_c$, то $\theta_0=0$, $\delta=0$, и

$$\omega = \sqrt{(H - H_c)[H - H_c + 2(2S-1)E] + 2(2S-1)HE^2/\varepsilon_{32}^0}. \qquad (29)$$

В этих выражениях для упрощения записи обозначено $D \equiv 3B_2^0 < 0$, $E \equiv B_2^2$. Используя формулы (28) и (29), можно вывести ряд полезных соотношений, связывающих измеряемые характеристики спектра с параметрами системы. Так, при $H=0$ частота ФМР $\omega_0=(2S-1)\sqrt{2E(E-D)}$. Другой важной экспериментальной характеристикой является $\tilde{H}_c$. Наконец, в области $H \ll \tilde{H}_c$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{2(2S-1)E}{H_c}\right)\left[1 + \frac{3E-D}{\varepsilon_{32}^0}\right]H^2 = \omega_0^2 + \operatorname{tg}\varphi H^2. \tag{30}$$

Если по экспериментальным данным построить линейную зависимость $\omega^2=f(H^2)$, то значение тангенса угла наклона этой прямой можно связать с параметрами следующим образом

$$\operatorname{tg}\varphi = -(\omega_0/\tilde{H}_c)^2 - (2E/\varepsilon_{32}^0). \tag{31}$$

Видно, что знание 3 измеряемых характеристик позволяет определить важный параметр, определяющий значение квантовых поправок.

Отметим еще одно важное соотношение, которое может служить критерием применимости модели для экспериментально исследуемого магнетика. Из формул видно, что при $0 < H-\tilde{H}_c \ll \tilde{H}_c$

$$\omega^2 = 2(2S-1)E(1+E/\varepsilon_{32}^0)(H-\tilde{H}_c),$$

откуда следует, что тангенс угла наклона этой зависимости как функции H^2 $(\omega^2=(H^2-\tilde{H}_c^2)\operatorname{tg}\alpha)$ представим в виде

$$\operatorname{tg}\alpha = \omega_0^2/(2\tilde{H}_c^2).$$

Следует подчеркнуть, что приведенные выше результаты получены в нулевом приближении по r_0^{-3} метода самосогласованного поля [33]. Поэтому они применимы тем лучше, чем больше эффективный радиус обменного взаимодействия. Если же взаимодействия таковы, что они отличны от нуля только для ближайших соседей, то полученные формулы представляют собой первые члены ряда по степеням $1/z$, где z — число ближайших соседей. Как показывают расчеты для более простых систем, суммирование всего ряда по степеням $1/z$, например, в газовом приближении [26], приводит к добавкам, которые содержат дополнительную малость. Это обстоятельство обеспечивает возможность применения результатов данной статьи также и для случая взаимодействия ближайших соседей.

Список литературы

[1] Levy P. M., Chen H. H. // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27. N 20. P. 1383—1385.
[2] Baker J. M. // Rep. Prog. Phys. 1971. V. 34. N 1. P. 109—173.
[3] Sivardiere J. // Phys. Rev. 1973. V. B8. N 5. P. 2004—2015.
[4] Aleonard R., Morin P. // Phys. Rev. 1979. V. B19. N 8. P. 3868—3872.
[5] Morin P., Rouchy J., Schmitt D. // Phys. Rev. 1978. V. B17. N 9. P. 3684—3694.
[6] Morin P. // JMMM. 1988. V. 71. N 2. P. 151—164.
[7] Нагаев Э. Л. // УФН. 1982. Т. 136. № 1. С. 61—103.
[8] Нагаев Э. Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями. М.: Наука, 1988. 232 с.
[9] Андреев А. Ф., Грищук И. А. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. № 2. С. 467—475.
[10] Барьяхтар В. Г., Ганн В. В., Яблонский Д. А. // ФТТ. 1975. Т. 17. № 6. С. 1744—1748.
[11] Chubukov A. V., Khveschenko D. V. // J. Phys. C. 1987. N 22. V. 20. P. L505—L509.
[12] Матвеев В. М. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. № 4. С. 1626—1636.
[13] Матвеев В. М. // ФТТ. 1983. Т. 25. № 12. С. 3655—3664.
[14] Зайцев Р. О. Препринт ИАЭ—2361. М., 1974. 18 с.
[15] Дзялошинский И. Е., Кухаренко Б. Г. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 12. С. 2290—2291.
[16] Вальков В. В., Мацулева Г. Н., Овчинников С. Г. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 6. С. 60—68.
[17] Зайцев Р. О. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. № 1. С. 207—215.
[18] Онуфриева Ф. П., Шаповалов И. П. Препринт ИФСО—625Ф. Красноярск., 1990. 32 с.

[19] Изюмов Ю. А., Озеров Р. П. Магнитная нейтронография. М.: Наука, 1966. 532 с.
[20] Fulde P. // Adv. Phys. 1986. V. 34. N 5. P. 589—681.
[21] Румер Ю. Б., Фет А. И. Теория унитарной симметрии. М.: Наука, 1970. 400 с.
[22] Кухаренко Б. Г. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. № 2. С. 632—638.
[23] Локтев В. М., Островский В. С. // УФЖ. 1978. Т. 23. № 10. С. 1708—1717.
[24] Онуфриева Ф. П. // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. № 5. С. 1691—1706.
[25] Локтев В. М., Островский В. С. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 10. С. 3026—3029.
[26] Каганов М. И., Чубуков А. В. // УФН. 1987. Т. 153. № 4. С. 537—578.
[27] Вальков В. В., Мацулева Г. Н. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 1. С. 217—226.
[28] К. Стивенс // Нокс Р., Голд А. Симметрия в твердом теле. М.: Наука. С. 322.
[29] Звездин А. К., Матвеев В. М., Мухин А. А., Попов А. И. Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах. М.: Наука, 1985. 296 с.
[30] Чубуков А. В. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 4. С. 1319—1334.
[31] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974. 752 с.
[32] Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 592 с.
[33] Вакс В. Г., Ларкин А. И., Пикин С. А. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 1. С. 281—299; № 3. С. 1089—1106.

Институт физики им. Л. В. Киренского
СО АН СССР,
Красноярск

Поступило в Редакцию
28 сентября 1990 г.