

СОПУТСТВУЮЩЕЕ МЯГКОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ВОЗНИКАЮЩЕЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ кэВ-ЭЛЕКТРОНОВ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

Ю. Д. Корнюшкин

На основе совместного рассмотрения кинетических уравнений переноса, сформулированных как для квантовых, так и классических систем частиц, рассмотрены особенности движения потока кэВ электронов в алюминии. Установлено, что в процессе движения первичные электроны должны испытывать периодические поперечные колебания, что должно привести к возникновению мягкого рентгеновского излучения, имеющего иное физическое происхождение, нежели тормозное или характеристическое. Оцениваются условия, при которых возможно возникновение такого излучения, а также предсказываются некоторые физические особенности этого излучения.

1. Т е о р и я

Прохождение потока ускоренных электронов в твердом теле можно рассматривать на основе использования кинетического уравнения, сформулированного для квантовых систем частиц с учетом статистики Ферми—Дирака, а также кинетического уравнения переноса, полученного из уравнения баланса первичных частиц в микрообъеме вещества без учета квантовой статистики. Применение первого подхода позволяет раскрыть физический смысл некоторых важнейших характеристик процесса переноса. Второй подход позволяет получить аналитические выражения для прошедшего и обратно рассеянного потоков первичных электронов. Таким образом, эти два подхода взаимно дополняют друг друга, их совместное использование позволяет установить новые физические закономерности.

Если использовать кинетическое уравнение для описания распространения потока первичных электронов в веществе с учетом квантовой статистики, то при достаточно слабом взаимодействии между электронами состояние системы можно описать одночастичной функцией распределения, и в соответствии с [1, 2] кинетическое уравнение будет иметь вид

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{p}} = \mathcal{L}, \quad (1)$$

\mathbf{x} — координаты, n — плотность свободных электронов, $\varepsilon_{\mathbf{p}}$ — их энергия, \mathcal{L} — функционал плотности (аналог интеграла столкновений).

Пусть поверхность металла облучается потоком электронов достаточно малой плотности. Проникнув в вещество, первичные электроны нарушат существовавшее в нем ранее равновесное распределение свободных электронов. Возникшее в результате этого изменение концентрации свободных электронов обозначим δn . Функция δn , с одной стороны, определяет величину изменения равновесной концентрации n_0 , а с другой — распределение по импульсам первичных электронов, проникших в металл в результате внешнего облучения.

Используется одночастичное приближение, при этом предполагается, что $\delta n \ll n_0$. Тогда для неравновесного состояния свободных электронов,

возникшего в результате проникновения в вещество потока первичных электронов, кинетическое уравнение (1) будет иметь вид

$$\frac{\partial (n_{\mathbf{p}} + \delta n)}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial (n_{\mathbf{p}} + \delta n)}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \sum_{\mathbf{p}'} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}'}}{\partial n_{\mathbf{p}'}} \right)_0 \frac{\partial (\delta n)}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{\mathbf{p}'} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\delta n_{\mathbf{p}'})} \right)_0 \delta n_{\mathbf{p}'}, \quad (2)$$

где индекс «нуль» означает равновесное распределение, p' — импульсы рассеянных первичных электронов. В стационарном случае при постоянной концентрации свободных электронов металла

$$\partial n_{\mathbf{p}} / \partial t = 0, \quad \partial n_{\mathbf{p}} / \partial \mathbf{x} = 0. \quad (3)$$

Для определения функции $(\partial \mathcal{L} / (\partial (\delta n_{\mathbf{p}'}))_0$ воспользуемся τ -приближением [3]

$$\partial \mathcal{L} / \partial t \approx \mathcal{L}_0 / \tau, \quad (4)$$

τ — время релаксации, \mathcal{L}_0 — среднее значение интеграла столкновений. Следовательно,

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\delta n_{\mathbf{p}'})} \right)_0 = \frac{\mathcal{L}_0}{\tau} \frac{\partial t}{\partial (\delta n_{\mathbf{p}'})} \quad (5)$$

или после подстановки (3)–(5) в (2) имеем

$$\frac{\partial (\delta n)}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial (\delta n)}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \sum_{\mathbf{p}'} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}'}}{\partial n_{\mathbf{p}'}} \right)_0 \frac{\partial (\delta n_{\mathbf{p}'})}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\mathcal{L}_0}{\tau} \sum_{\mathbf{p}'} \frac{\partial t}{\partial (\delta n_{\mathbf{p}'})} \delta n_{\mathbf{p}'}. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) первоначально ищем в виде функции

$$\delta n_1 = \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}}} g_{11} e^{-i(\omega t - (\mathbf{k} - i\mathbf{a})\mathbf{x})}, \quad (7)$$

где

$$g_{11} = g_{01} \frac{\mathbf{v}(\mathbf{k} - i\mathbf{a})}{\mathbf{v}(\mathbf{k} - i\mathbf{a}) - \omega}, \quad (8)$$

\mathbf{v} , \mathbf{k} — скорость и волновой вектор первичного электрона; $a^{-1} = R_{\mathbf{p}}$ — средний продольный пробег первичного электрона в веществе ($\hbar=1$). Тогда с учетом (4), (5) и (7) имеем

$$\sum_{\mathbf{p}'} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\delta n_{\mathbf{p}'})} \right)_0 \delta n_{\mathbf{p}'} \approx i \frac{\mathcal{L}_0}{\omega \tau}. \quad (9)$$

Обозначим в (6)

$$(\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}'}/\partial n_{\mathbf{p}'})_0 = \Phi(\mathbf{p}'). \quad (10)$$

Как следует из физического смысла (10), на поверхности Ферми сферической формы функция $\Phi(\mathbf{p}')$ не зависит от угла рассеяния θ' , а определяется только значениями импульса рассеянного электрона. Поэтому $\Phi(\mathbf{p}') = \Phi(p')$. Тогда из (6) получим

$$\frac{\partial (\delta n)}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial (\delta n)}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \sum_{\mathbf{p}'} \Phi(p') \frac{\partial (\delta n_{\mathbf{p}'})}{\partial \mathbf{x}} = i \frac{\mathcal{L}_0}{\omega \tau}. \quad (11)$$

Так как

$$\begin{aligned} \partial (\delta n) / \partial t &= -i\omega \delta n, & \partial (\delta n) / \partial \mathbf{x} &= i(\mathbf{k} - i\mathbf{a}) \delta n, \\ \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} &= \mathbf{v} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}}}, & \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}}} &\approx \delta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}'} - \mathcal{E}_{\Phi}), \end{aligned} \quad (12)$$

\mathcal{E}_{Φ} — энергия электрона на поверхности Ферми. Подставим в (11) значения производных с учетом (12) и предполагаемого решения (7)

$$-i\omega \delta n + i\mathbf{v}(\mathbf{k} - i\mathbf{a}) \delta n - i\mathbf{v} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathcal{E}_{\mathbf{p}}} \sum_{\mathbf{p}'} \Phi(p') (\mathbf{k} - i\mathbf{a}) \delta n_{\mathbf{p}'} = i \frac{\mathcal{L}_0}{\omega \tau}. \quad (13)$$

Если учесть, что при этом выполняется неравенство

$$\mathcal{L}_0/\omega\tau \ll \omega, \quad (14)$$

то после подстановки в (13) выражения (7), с учетом (14) получаем

$$(\mathbf{v}(\mathbf{k} - i\mathbf{a}) - \omega)g_{11} - \mathbf{v}(\mathbf{k} - i\mathbf{a})\Phi(p_{\Phi})g_{11}(p_{\Phi}) = 0. \quad (15)$$

Используя (8), находим

$$g_{01} = \Phi(p_{\Phi})g_{11}(p_{\Phi}). \quad (16)$$

Из опыта следует [4], что для потока электронов с энергией в несколько кэВ, распространяющегося в твердом теле, $R_p > 100 \text{ \AA}$, $a < 0.01 (\text{ \AA})^{-1}$, $\lambda < 0.1 \text{ \AA}$, $k = 2\pi/\lambda > 60 (\text{ \AA})^{-1}$. Поэтому в решении (7) слагаемым ia можно пренебречь ($a \ll k$)

$$\delta n_1 = g_{01} \frac{\partial n_p}{\partial \varepsilon_p} \frac{\mathbf{v}\mathbf{k}}{\mathbf{v}\mathbf{k} - \omega} e^{ax} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})}. \quad (17)$$

Аналогичный результат получим, если решение (6) записать в виде

$$\delta n_2 = g_{02} \frac{\partial n_p}{\partial \varepsilon_p} \frac{\mathbf{v}\mathbf{k}}{\mathbf{v}\mathbf{k} - \omega} e^{-ax} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})}. \quad (18)$$

Тогда решение уравнения (6) будет

$$\delta n = \frac{\partial n_p}{\partial \varepsilon_p} \frac{\mathbf{v}\mathbf{k}}{\mathbf{v}\mathbf{k} - \omega} (g_{01}e^{ax} + g_{02}e^{-ax}) e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})}. \quad (19)$$

Теперь в приближении непрерывных потерь с учетом (19) после интегрирования можно вычислить концентрацию первичных электронов, двигающихся под углом θ к нормали с различными значениями импульсов рассеянных электронов

$$\delta n(x, \theta, t) = \frac{v_{\Phi} k \cos \theta}{v_{\Phi} k \cos \theta - \omega} (g_{01}e^{ax} + g_{02}e^{-ax}) e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})}. \quad (20)$$

Так как, по определению, дифференциальная плотность потока первичных электронов, двигающихся под углом θ к нормали, есть

$$I = dj/d\Omega,$$

где

$$dj = v \delta n(x, \theta, t), \quad d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta,$$

то интегральная плотность потока первичных электронов на глубине x будет

$$j(x, t) = \int_0^{2\pi} I d\Omega = 2\pi B_1 (g_{01}e^{ax} + g_{02}e^{-ax}) e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})}, \quad (21)$$

где

$$B_1 = -2 + \omega v_0 \ln \frac{\omega v_0 + 1}{\omega v_0 - 1}, \quad (22)$$

$$\omega v_0 = \omega/v_{\Phi} k. \quad (23)$$

Отсюда стационарная интегральная плотность потока (21)

$$j(x) = 2\pi v B_1 (g_{01}e^{ax} + g_{02}e^{-ax}). \quad (24)$$

Итак, из (19) следует, что концентрация движущихся в металле первичных электронов непрерывно меняется во времени с круговой частотой ω .

Этот эффект связан с тем, что в процессе движения первичные электроны совершают поперечные колебания, вызывая соответствующие колебания электронной Ферми-жидкости. Наличие таких колебаний должно привести к возникновению в пространстве электромагнитных волн, у которых вектор Пойнтинга совпадает с направлением движения первичных электронов в пространстве. Это значит, что вне металла существует электромагнитное излучение.

Рассмотрим теперь тот же процесс, используя для его описания кинетическое уравнение без учета квантовой статистики.

В работе [5] показано, что кинетическое уравнение переноса, составленное для микрообъема на глубине x изотропного вещества, имеет вид

$$-wf(x, \mu) + \frac{w_s}{2} \int_{-1}^1 f(x, \mu') d\mu' = \mu \frac{\partial f(x, \mu)}{\partial x}, \quad (25)$$

где

$$f(x, \mu) = dn/vd\mu, \quad \mu = \cos \theta, \quad \mu' = \cos \theta', \quad w = \lambda^{-1}, \quad w_s = \lambda_s^{-1},$$

$f(x, \mu)$ — функция распределения; n — концентрация; v — скорость первичных электронов на глубине x ; θ, θ' — углы падения и рассеяния относительно нормали к поверхности микрообъема вещества толщиной dx ; w — полное макроскопическое сечение взаимодействия; w_s — макроскопическое сечение упругого и неупругого рассеяния; λ — средний пробег для полного взаимодействия, λ_s — средний пробег для упругого и неупругого взаимодействия. Решениями уравнения (25) являются функции

$$f_1(x, \mu) = C_1 \frac{e^{-ax}}{wv_0 - \mu}, \quad f_2(x, \mu) = C_2 \frac{e^{ax}}{wv_0 + \mu}, \quad (26)$$

где $a = v_0^{-1}$ — параметр взаимодействия; в случае полубесконечных слоев $v_0 = R_p$ — средний продольный пробег [6]; C_1, C_2 — постоянные интегрирования.

В общем случае движение первичных электронов в веществе происходит в прямом и обратном направлениях. Поэтому функция результирующего распределения первичных электронов на глубине x имеет вид

$$f(x, \mu) = C_1 \frac{e^{-ax}}{wv_0 - \mu} + C_2 \frac{e^{ax}}{wv_0 + \mu}. \quad (27)$$

Тогда результирующая интегральная плотность потока первичных электронов в пределах рассматриваемого вещества на глубине x

$$j(x) = v^2 \int_{-1}^1 \mu' f(x, \mu') d\mu' = v^2 B_1 (C_1 e^{-ax} + C_2 e^{ax}), \quad (28)$$

где B_1 определяется (22), а выражения (24) и (28) совпадут, если

$$2\pi(g_{01}e^{ax} + g_{02}e^{-ax}) = v(C_1 e^{-ax} + C_2 e^{ax}). \quad (29)$$

В работе [4] получена аналитическая зависимость углового распределения прошедших через свободный слой первичных электронов

$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{(wv_0)^2 - 1}{(wv_0)^2 - \mu^2} \mu. \quad (30)$$

Тогда, имея экспериментальные значения $I(\theta)$, из (30) можно вычислить величину wv_0 . Используя найденное значение wv_0 , можно затем из (23) вычислить частоту поперечных колебаний.

Так как составляющая энергии движения первичных электронов в поперечном направлении порядка тепловой энергии, то даже малые внешние воздействия в поперечном направлении могут существенно изменить величину поперечной составляющей движения первичных элект-

тронов. Если внешние воздействия в процессе движения первичных электронов имеют пространственную, а стало быть, и временную периодичность, то в пучке электронов будут возникать вынужденные периодические колебания в поперечном направлении. С другой стороны, поскольку энергия первичных электронов в продольном направлении многократно превышает тепловую, а в каждом акте столкновения теряется лишь незначительная часть первоначальной энергии, то влияние внешних воздействий на особенности составляющей движения электрона в продольном направлении будет менее заметно, чем в поперечном.

Таким образом, получается, что при движении в прямом направлении первичный электрон испытывает непрерывные поперечные колебания, т. е. как бы наблюдается эффект «дрожания» электрона.

Периодические поперечные колебания первичных электронов должны вызывать появление электромагнитных волн, распространяющихся в направлении потока первичных электронов. Их природа аналогична природе ондуляторного излучения [7]. При этом в направленном движении электронов возникает новая особенность. Дело здесь в следующем.

Первоначально в твердом теле первичные электроны из падающего потока движутся в разных фазах колебания. Поэтому их энергия в поле кристаллической решетки меняется по-разному, их движение происходит с различными продольными скоростями. Это приводит к тому, что электроны группируются в сгустки, каждый из которых теперь перемещается в твердом теле с постоянной скоростью. В результате возникающее излучение оказывается скоррелированным по фазе, монохроматизация и интенсивность его возрастают.

2. Эксперимент

Применим полученные результаты для конкретных расчетов. Для этого из уравнения (23) найдем выражение для частоты поперечных колебаний первичных электронов

$$v = w v_0 v_{\Phi} / \lambda, \quad (31)$$

где

$$\lambda \text{ (м)} = \frac{12.3 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{U \text{ (В)}}} \frac{\sqrt{2}}{\beta} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)^{1/2}, \quad (32)$$

$\beta = v/c$, λ — длина волны де Бройля, v — скорость электрона, c — скорость света в вакууме, U — ускоряющая разность потенциалов. Для сферической поверхности Ферми имеем

$$v_{\Phi} = (h/m) (3n/8\pi)^{1/2}, \quad (33)$$

где m — масса электрона.

В качестве примера рассмотрим свободный слой алюминия, который облучается потоком электронов с энергией 32 кэВ. Из [5] следует, что $w v_0 \approx 1.18$. Величину концентрации свободных электронов в алюминии можно вычислить по формуле

$$n = (\sqrt{2}/a)^3, \quad (34)$$

где $a = 0.404$ нм. Тогда после подстановки в (31) соответствующих значений (32)–(34), находим, что энергия кванта электромагнитного излучения $\mathcal{E} = 1231$ эВ, что соответствует длине электромагнитной волны $\lambda_{\text{эм}} = 1.01$ нм.

Заметим, при $\mathcal{E}_p = 32$ кэВ тормозное излучение имеет место для всех длин волн $\lambda_{\text{эм}} > 0.039$ нм, но уже при $\lambda_{\text{эм}} = 0.08$ нм его интенсивность оказывается пренебрежимо малой величиной, т. е. $\lambda_{\text{эм}}^{\text{торм}} < \lambda_{\text{эм}} = 1.01$ нм.

В то же время максимум интенсивности тормозного излучения приходится на длину волны 0.055 нм. Что же касается характеристического излучения, то оно для алюминия приходится на длину волны 0.79 нм. Таким образом, предсказываемое теорией электромагнитное излучение ($\lambda_{эм} = 1.01$ нм) не попадает в область тормозного и не совпадает с характеристическим излучениями, оно имеет совершенно иное физическое происхождение.

Итак, прохождение потока кэВ-электронов через металлический слой должно сопровождаться возникновением мягкого рентгеновского излучения в направлении движения первичных электронов. Полученный результат носит общий характер и справедлив для любых твердых тел.

Для экспериментальной проверки выводов теории был разработан спектрометр мягких рентгеновских лучей. Принципиальная схема детектора рентгеновского излучения изображена на рис. 1. Источником электронов служила электронная пушка электронографа ЭВР-1, в рабочем объеме которого помещался детектор. На алюминиевую фольгу 1 направ-

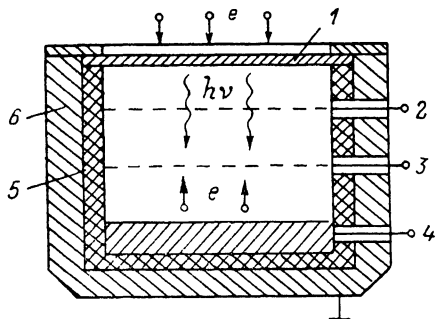


Рис. 1. Спектрометр мягкого рентгеновского излучения.

1 — алюминиевая фольга; 2, 3 — управляющая и экранирующая сетки; 4 — эмиттер (медь); 5 — диэлектрик; 6 — экранирующий цилиндр (медь).

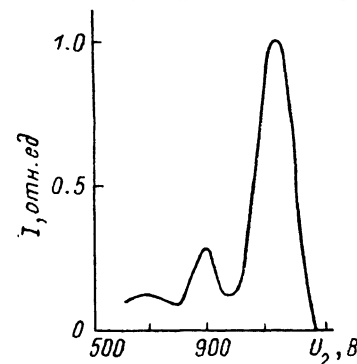


Рис. 2. Спектр мягкого рентгеновского излучения.

лялся пучок электронов ($\mathcal{E}_p = 32$ кэВ). Толщина фольги выбиралась такой, чтобы через нее не проходил поток электронов ($h = 20$ мкм). Тогда из фольги будет выходить поток рентгеновского излучения, в том числе и мягкого. Кванты рентгеновского излучения, взаимодействуя с эмиттером 4 (медная пластинка), вызывают появление фотоэлектронов, двигающихся в направлении сеток 2 и 3. Сетка 3 находится под потенциалом земли, поэтому в пространстве 3—4 электрическое поле отсутствует. Сетка 2 находится под отрицательным потенциалом в интервале $0 > U_1 > -1500$ В. Поэтому фотоэлектроны, попадая в пространство 2—3, испытывают торможение. В цепь эмиттера 4 включен электрометрический усилитель У5-11. В опыте регистрировалась вольт-амперная характеристика. На рис. 2 приведены результаты дифференцирования вольт-амперной характеристики. Видно, что имеют место три максимума с энергиями $\mathcal{E}_{100} = 1170$, $\mathcal{E}_{110} = 880$, $\mathcal{E}_{111} = 690$ эВ. Возникновение двух вспомогательных максимумов объясняется следующей причиной.

Рентгеноструктурным анализом было установлено присутствие в алюминиевой фольге некоторой текстуры. Поскольку на фольгу падал широкий пучок первичных электронов, то он охватывал сразу большую площадь поверхности фольги. В результате в процессе движения первичные электроны испытывали периодическое воздействие со стороны атомов фольги. Если d — наименьшее расстояние между атомами кристаллической решетки, то оно соответствует индексам $m=1$, $n=0$, $p=0$ и межплоскостное расстояние $l_{100} = d$; для иных направлений межплоскостное расстояние определяется по формуле

$$l_{mnp} = d \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}.$$

Тогда положение максимумов на рис. 2 легко объясняется различными направлениями движения электронов в кристаллической решетке: $\mathcal{E}_{100} = 1170/\sqrt{1} = 1170$, $\mathcal{E}_{110} = 1170/\sqrt{2} = 827$, $\mathcal{E}_{111} = 1170/\sqrt{3} = 675$ эВ. Так как наиболее интенсивный максимум относится к энергии кванта $\mathcal{E} = 1170$ эВ, а остальные имеют гораздо меньшую интенсивность, то именно на него и приходится основной поток мягкого рентгеновского излучения.

Сравнивая полученные экспериментальные результаты с теоретическими, убеждаемся в том, что с точностью до 5.2 % они совпадают. Тем самым эксперимент полностью подтвердил предсказанный теорией эффект.

В заключение отметим: предсказанное и экспериментально наблюдаемое мягкое рентгеновское излучение также наблюдалось в работах [8, 9], хотя и не нашло правильного физического объяснения. Наш теоретический анализ позволяет понять физическую природу наблюдавшихся в [8, 9] явлений.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Либов Р. Введение в теорию кинетических уравнений. М., 1974. 305 с.
- [2] Ахиезер А. И., Пелетминский С. В. Методы статистической физики. М., 1977. 368 с.
- [3] Блатт Ф. Д. Теория подвижности электронов в твердых телах. М., 1963. 224 с.
- [4] Корнюшкин Ю. Д. // ФТТ. 1979. Т. 21. № 8. С. 2347—2350.
- [5] Корнюшкин Ю. Д. // ФТТ. 1978. Т. 20. № 4. С. 1175—1179.
- [6] Лейман К. Взаимодействие излучения с твердым телом и образование элементарных дефектов. М., 1979. 286 с.
- [7] Миллиметровые и субмиллиметровые волны. Сборник статей / Под ред. Р. Г. Мирманова. М., 1959. 280 с.
- [8] Берков В. И. и др. // ДАН СССР. 1987. Т. 294. № 1. С. 80—83.
- [9] Коробко Ю. С., Космач В. Ф., Минеев В. И. // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. № 5. С. 1248—1256.

Ленинградский институт
точной механики и оптики

Поступило в Редакцию
13 июля 1989 г.

В окончательной редакции
4 июля 1990 г.