

УДК 539.1 : 532.2

© 1991

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКА АКТОВ РАЗРУШЕНИЯ В ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛАХ

*Е. Е. Дамаскинская, Н. Г. Томилин*

Работа посвящена имитационной модели разрушения гетерогенных материалов, базирующейся на кинетических представлениях о прочности твердых тел. Принципиальное отличие данной модели от предложенной ранее заключается в отказе от силового критерия разрушения и имитации дискретной временной структуры потока дефектов. Результаты вычислительного эксперимента сопоставимы с базами данных упругого энерговыделения при разрушении гетерогенных сред, а разработанная модель позволяет анализировать пространственно-временные закономерности формирования очага разрушения.

В настоящее время для исследования закономерностей макроскопических форм разрушения на различных масштабных уровнях широко используются методы машинного моделирования, среди которых можно выделить классы перколяционных [1] и сеточных [2]. В отличие от первых двух типов моделей, современная реализация которых не позволяет исследовать кинетику разрушения, модели, предложенные в [3–5], дают возможности контролировать развитие процесса не только в пространстве, но и во времени. В рамках модели, разработанной в [3], получено удовлетворительное согласие с экспериментальными данными по накоплению повреждений в материале, подтверждено существование и проанализированы условия формирования критической концентрации дефектов, лимитирующей макроскопическое разрушение образца. При этом принятые авторами приближения при расчете времени жизни структурных элементов и искусственное, на наш взгляд, введение силового критерия разрушения не позволяют использовать рассматриваемую модель при построении временной структуры потока дефектов, что, в частности, необходимо при изучении закономерностей развития локального очага разрушения и выделения прогностических критериев его формирования. В настоящей работе сделана попытка дальнейшего развития подходов, сформулированных в [3], с целью устранения указанных ограничений.

### 1. Модель и алгоритм расчета

Моделируемый материал представляет собой цепочку  $M$  одинаковых структурных элементов, перпендикулярно к которым приложена растягивающая нагрузка. Выбор одномерной модели определяется достаточностью для достижения поставленных в работе задач при качественном сохранении основных результатов для 2- и 3-мерных систем [6]. При моделировании на ЭВМ использовалась физическая модель, учитывающая, что наиболее вероятное время до разрушения каждого структурного элемента экспоненциально зависит от напряжения при условии, что температурная зависимость в явном виде не учитывается

$$\tau_i = A \exp(-\gamma_i \sigma_i), \quad (1)$$

тогда  $\tau_i$  — долговечность элемента с условной координатой, равной порядковому номеру  $i$ ;  $\gamma_i$  — структурно-чувствительный параметр;  $\sigma_i$  — напряжение. Вероятность разрушения элемента  $i$  определяется выражением

$$P_i(t) = 1 - \exp(-t/\tau_i), \quad (2)$$

где  $t$  — текущее время. Как и в работе [3], гетерогенность структуры имитируется тем, что каждому микрообъему приписывается случайное значение параметра  $\gamma_i$  из заданного бимодального распределения.

Принципиальным отличием данной модели от предложенной ранее [3] являются отказ от силового критерия разрушения и учет предыстории изменения напряжения на  $i$  элементе к моменту его разрушения. Это позволяет моделировать точную временную структуру потока дефектов.

При имитационном моделировании необходимо получать значения долговечностей элементов. Случайное время до разрушения элемента  $i$  определяется выражением

$$\int_0^{\tau_i} \frac{dt}{A \exp[-\gamma_i \sigma_i(t)]} = \ln \left( \frac{1}{1 - P_i} \right). \quad (3)$$

Значения вероятностей  $P_i$  задаются генератором случайных чисел, равномерно распределенных в интервале  $(0; 1)$ . Точное решение интеграла в правой части выражения (3) возможно вследствие кусочно-постоянной зависимости  $\sigma_i$  от времени. Полученное при этом выражение для долговечности (4) имеет удобную форму для итерационных процедур при реализации машинных экспериментов

$$\tau_{i,n} = A \exp(-\gamma_i \sigma_{i,n}) \ln \left[ \frac{1}{1 - P_i} \right] + \frac{\sum_{l=1}^n t_l [\exp(\gamma_i \sigma_{i,l}) - \exp(\gamma_i \sigma_{i,l-1})]}{\exp(\gamma_i \sigma_{i,n})}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{i,l}$ ,  $t_l$  — напряжение на  $i$ -м элементе и текущее значение времени системы на  $l$  шаге;  $\tau_{i,n}$  — долговечность на  $n$  шаге.

На каждом шаге определяется долговечность всех целых микрообъемов. В начальный момент напряжение на всех элементах одинаково и равно некоторому значению  $\sigma_0$ . Текущему значению времени приписывается значение минимальной долговечности. Элемент с данным временем считается разрушившимся. Напряжение с этого элемента перераспределяется на  $IR$  ближайших неразрушенных соседей по закону

$$\sigma_j = \sigma_j + \alpha \frac{2(IR-k)+1}{2IR^{IR}} \sigma_i, \quad (5)$$

где  $\sigma_i$  — напряжение на разрушившемся элементе;  $k=1, \dots, IR$ ;  $1 < IR < M$ ;  $j=i \pm k$ .

В данной работе закон перераспределения напряжений выбирался исходя из следующих предпосылок. В связи с тем что зона, в которой формируется очаг разрушения, не предполагается изолированной, вся цепочка элементов рассматривается как единый фрагмент (блок) более крупномасштабной системы. Поэтому напряжение с периферийных разрушившихся элементов должно частично перераспределяться и на воображаемые соседние к цепочке элементы. С другой стороны, поскольку в задаче входит моделирование очага, формирующегося в локальной области, часть снятой с разрушившегося элемента нагрузки система должна воспринимать как единое целое (это приводит к увеличению напряжения на всех целых элементах системы)

$$\sigma_j = \sigma_j + [(1-\alpha)/N_u] \sigma_i, \quad (6)$$

где  $\alpha$  — коэффициент ( $\alpha < 1$ );  $N_u$  — число целых соседей.

В результате машинного эксперимента образуется файл данных, в котором в хронологическом порядке записаны параметры разрушившихся

элементов — время и условная координата. Для того чтобы получить поток дефектов, необходимо ввести определение понятия «дефект». В данной модели под дефектом понимается совокупность рядом расположенных элементов с одинаковым временем разрушения. Особый интерес представляет неслучайная реализация одновременного разрушения только за счет кинетической природы процесса. Под одновременным будем понимать разрушение двух или нескольких элементов с интервалом времени  $10^{-38}$ , равным машинному нулю. Для сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными условие одновременности разрушения соседних элементов, составляющих единый дефект, даже избыточное. Достаточным является условие, чтобы временной интервал между разрушенными соседями  $\Delta t$  был меньше или равен некоторой величине  $\Delta t_{\min}$ , которая, например, определяется скоростью распространения волны упругих напряжений. Из эксперимента известно, что трещина в реальном структурированном материале может расти скачками, преодолевая на своем пути барьеры. Если эти остановки кратковременны, т. е.  $\Delta t < \Delta t_{\min}$ , то регистрирующие устройства воспринимают процесс как единый, хотя форма упругого сигнала деформируется [7].

Рассмотрим временной интервал  $\Delta t_i$  между двумя взаимодействующими последовательно разрушившимися элементами согласно выражению (4)

$$\Delta t_i = [\tau_{i,n-1}(\sigma_{i,n-1}) - t_n]/\exp(\gamma_i \Delta \sigma_i), \quad (7)$$

где  $t_n$  — время разрушения первого элемента, часть напряжения  $\Delta \sigma_i$ , с которого перераспределилась на второй,  $i$ -й элемент;  $\tau_{i,n-1}(\sigma_{i,n-1})$  — долговечность элемента  $i$ , экспоненциально убывающая с ростом  $\sigma_i$  (выражение (4)). Из анализа (7) видно, что  $\Delta t_i$  приближается к нулю при увеличении  $\sigma_i$ , которое связано с начальным уровнем напряжения  $\sigma_0$ , временем от начала эксперимента  $t_n$  и  $\Delta \sigma_i$ . Мгновенное разрушение ( $\Delta t_i=0$ ) при некотором приращении  $\Delta \sigma_i$  получается только на основе кинетических представлений о разрушении без введения искусственного силового критерия.

В результате преобразования файла данных на основе выдвинутого предположения получаем хронологическую последовательность дефектов, каждый из которых характеризуется временем образования, координатой и размером.

Для сопоставления результатов моделирования с экспериментом необходима база данных, представляющая собой пространственно-временную последовательность актов разрушения. Такими базами являются каталоги параметров сигналов акустической эмиссии (АЭ) при разрушении материалов, в том числе горных пород, для которых основным источником АЭ является трещинообразование [8], а также каталоги горных ударов и землетрясений, отражающие крупномасштабные формы разрушения горных массивов. Каждое событие в потоке АЭ или сейсмичности характеризуется координатой, временем и энергией. Поскольку существуют корреляционные соотношения между размером дефекта и величиной упругого энерговыделения при его образовании [9], то структура модельного каталога адекватна структуре потока АЭ и сейсмичности.

Изменяя параметры закона перераспределения напряжений и распределения структурно-чувствительного фактора, можно моделировать различные варианты разрушения: хрупкое разрушение из одного центра, дисперсионное накопление дефектов с последующей локализацией (рис. 1). Отказ от перераспределения напряжений моделирует некоррелированное разрушение элементов, а время жизни всей системы при этом лимитируется структурным элементом с максимальной долговечностью. Диапазон изменения параметров модели определяется при сопоставлении модельного потока дефектов с экспериментальным. Критерием выбора параметров распределения  $\gamma$  является качественное подобие характера изменений интенсивности моделируемого процесса (рис. 2) и АЭ сигналов, зарегистрированных при деформировании образцов из бетона при постоянной на-

трузке при различных уровнях напряжения [10]. Значения параметров закона перераспределения напряжений (5)  $\alpha=0.7$ ,  $IR=2$  были выбраны из условия выполнимости концентрационного критерия разрушения [11], существование которого для горных пород установлено в широком диапазоне масштабов разрушения: от лабораторных образцов до горных ударов и землетрясений [12, 13].

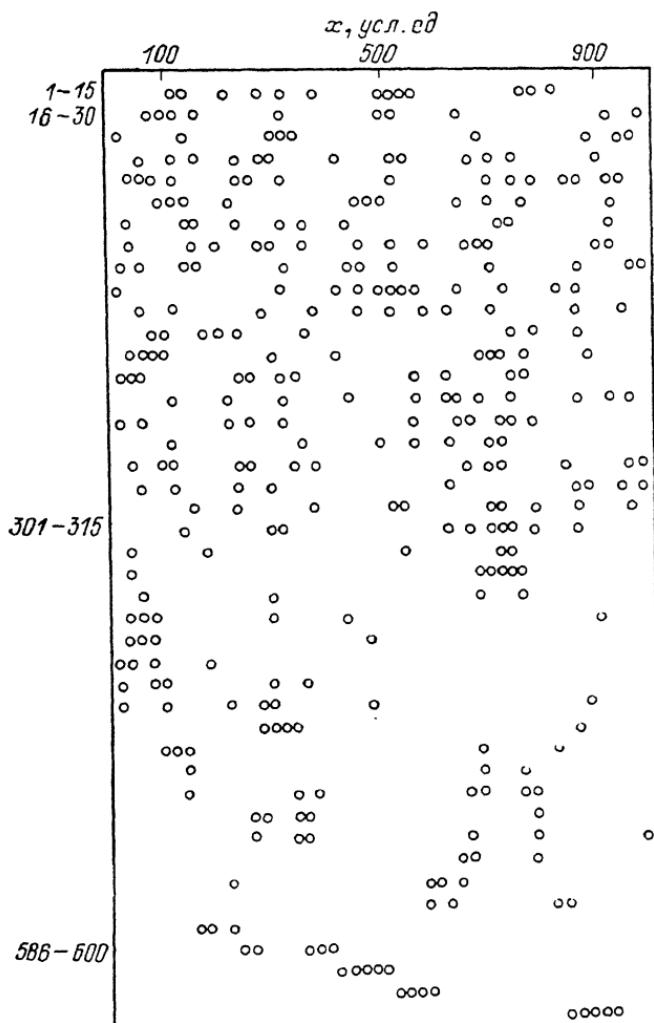


Рис. 1. Распределение координаты 15 последовательно образующихся дефектов по длине моделируемой системы.

$$M = 1000, \alpha = 0.7, IR = 2, \sigma_0 = 8.5/\gamma_M, \gamma_0 = 0.15, \gamma_s = 0.25, \gamma_M = 0.5, F_s = 0.9.$$

## 2. Результаты и обсуждение

В физическом аспекте прогнозирование потери устойчивости локального очага разрушения заключается в обнаружении контролируемых параметров процесса, сопровождающего формирование очаговой стадии. При этом под термином «локальный» будем понимать такой очаг, потеря устойчивости которого, например, в виде землетрясения, горного удара, а в рамках предложенной модели — образование дефекта относительно большого размера — не приводит к окончательному разрушению нагруженной системы.

Случайный характер процесса разрушения гетерогенных сред определяет выбор статистических подходов к поиску прогностических критериев. Принимая во внимание, что кластеризация разрушения соответствует

пространственно-временной локализации вновь появляющихся дефектов, а также их коррелированности, рассмотрим значения таких параметров, как средние значения пространственных и временных интервалов между хронологически соседними дефектами  $\bar{\Delta r}$ ,  $\bar{\Delta t}$ , а также их коэффициенты вариации  $V_{\Delta r}$ ,  $V_{\Delta t}$ . Временная дискретность анализа должна гарантировать выявление всех особенностей процесса, что невозможно выполнить, если в вариационном анализе используется расчет параметров за фиксированный интервал времени, как например, при определении широкого используемой интенсивности АЭ.

Схема вариационного анализа, используемого в данной работе, заключается в следующем. По мере регистрации дефектов (событий) методом скользящего окна формируется последовательность выборок, состоящих из фиксированного числа событий  $L$ . Шаг изменения начала выборки

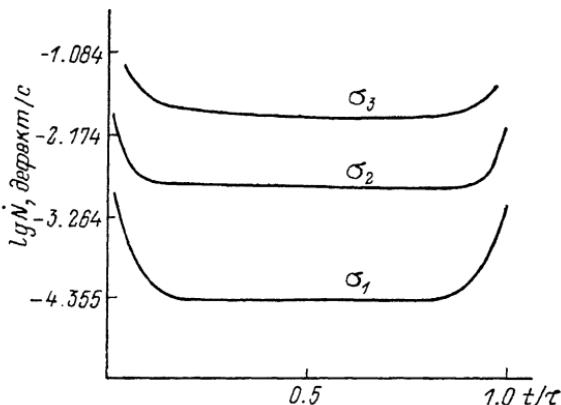


Рис. 2. Распределение интенсивности образования дефектов во времени в долях долговечности  $\tau$ .

$$\sigma_1 = 6/\gamma_M, \quad \sigma_2 = 8.5/\gamma_M, \quad \sigma_3 = 11/\gamma_M, \quad M = 1000, \quad \alpha = 0.7, \quad IR = 2, \quad \gamma_0 = 0.15, \quad \gamma_s = 0.25, \quad \gamma_M = 0.5, \quad F_s = 0.9.$$

$L_1 < L$  и величина  $L$  выбираются из конкретных условий и определяются необходимой степенью усреднения исследуемых характеристик. Рассчитанные в каждой выборке искомые параметры являются функцией номера выборки (рис. 3), а текущее время учитывается в неявном виде. Для получения временной развертки характеристик необходимо растянуть их значения для данного номера выборки по временной оси пропорционально временному интервалу между последними событиями в данной и следующей выборках, соотнеся для определенности ко времени последнего события (рис. 4). Преимущество определения размера выборки как фиксированного числа событий, входящих в нее, заключается в возможности дискретизировать анализ с точностью до одного события независимо от интенсивности процесса.

На рис. 3 приведены параметры  $\bar{\Delta t}$ ,  $V_{\Delta t}$  (а) и  $\bar{\Delta r}$ ,  $V_{\Delta r}$  (б) как функции порядкового номера выборки  $m$  и значения максимального размера дефекта, представленного в каждой выборке (в). Проанализируем совместное изменение рассматриваемых характеристик в процессе имитационного разрушения. На первом этапе ( $m < 30$ ) образуются дефекты единичного размера, малые значения  $\bar{\Delta t}$  обусловлены быстрым разрушением «слабейших» в системе элементов и соответствуют, например, всплеску активности АЭ на начальном этапе нагружения образцов из гетерогенных материалов [10]. В дальнейшем (до  $m < 80$ ) процесс разрушения стабилизируется. По условиям машинного эксперимента напряжения с разрушенных элементов перераспределяются на оставшиеся. При некотором числе разрушенных элементов это приводит к ускорению, а за счет принятого закона перераспределения — к локализации процесса, т. е. появляется тенденция ( $m > 90$ ) уменьшения  $\bar{\Delta t}$  и  $\bar{\Delta r}$ . Возникает пространственно-временная корре-

ляция ( $m > 105$ ) между зарождающимися дефектами, о чём свидетельствуют значимые превышения значений  $V_{\Delta t}$ ,  $V_{\Delta r}$  уровня, равного 1, соответствующего условиям пуссоновского процесса, которые совпадают с появлением дефектов более крупного размера.

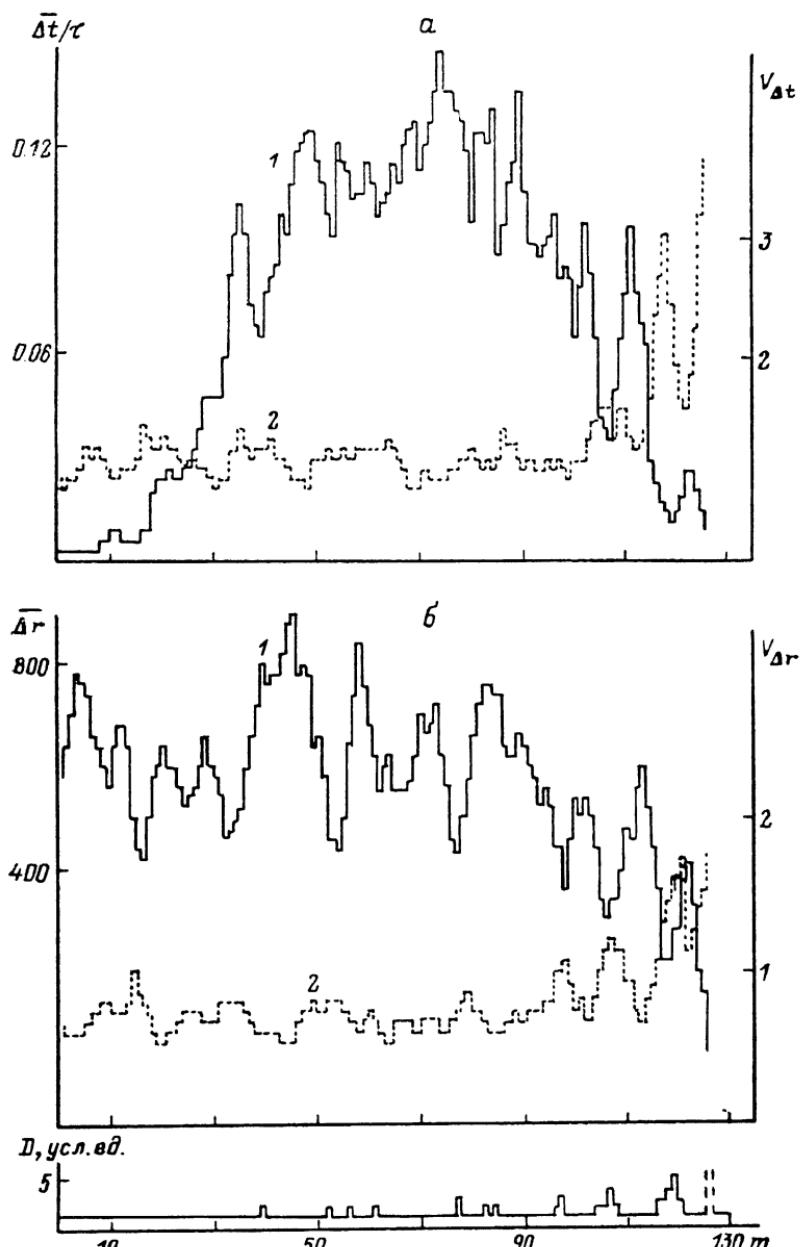


Рис. 3. Зависимость параметров  $\bar{\Delta}t$  (1),  $V_{\Delta t}$  (2) (а),  $\bar{\Delta}r$  (1),  $V_{\Delta r}$  (2) (б), максимального размера дефекта  $D$  в выборке от номера выборки  $m$  (в).

$$M=2000, \alpha=0.7, IR=2, \sigma_0=7.5/\tau_M, \gamma_0=0.15, \gamma_s=0.25, \tau_M=0.5, F_s=0.9, L=40, L_1=10.$$

Анализ изменения используемых параметров во временной области образования дефекта относительно крупного размера (рис. 4) демонстрирует, что его появлению предшествуют одновременные тенденции уменьшения  $\bar{\Delta}t$ ,  $\bar{\Delta}r$  и увеличения  $V_{\Delta t}$ ,  $V_{\Delta r}$ . Данный признак развития локального очага устойчив относительно вариации в широком диапазоне параметров моделируемой системы: неоднородности, уровня приложенного напряжения и радиуса перераспределения локальных напряжений при

разрушении элементов. Исключение составляет предельный случай хрупкого разрушения из одного центра.

Для проверки результатов моделирования на ЭВМ использовались базы АЭ сигналов, зарегистрированных при разрушении в лабораторных условиях образцов из горных пород [14]. Выделим изолированный по времени микроочаг разрушения на начальном этапе деформирования серого гранита, признаком которого будет регистрация сигнала АЭ с амплитудой, значительно превышающей фоновую, что свидетельствует об образовании относительно крупного дефекта. Другим феноменологическим признаком

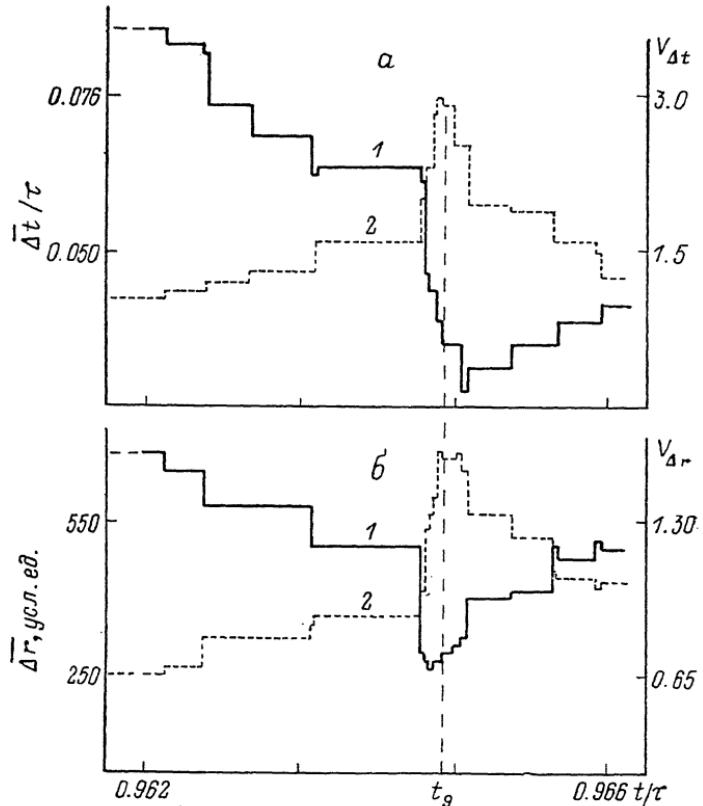


Рис. 4. Временные развертки параметров  $\bar{\Delta}t$  (1),  $V_{\Delta t}$  (2) (а),  $\bar{\Delta}r$  (1),  $V_{\Delta t}$  (2) (б) при локальной кластеризации процесса разрушения.

$t_g$  — момент времени образования дефекта размером  $D=5$  усл. сд.  $M=2000$ ,  $\alpha=0.7$ ,  $IR=2$ ,  $\sigma_0=7.5/\gamma_M$ ,  $\gamma_0=0.15$ ,  $\gamma_s=0.25$ ,  $\gamma_M=0.5$ ,  $F_s=0.9$ ,  $L=40$ ,  $L_1=5$ .

потери очагом устойчивости будем считать резкое увеличение мощности АЭ, которая рассчитывается как  $W = \sum_{i=1}^L E_i / \sum_{i=1}^L \Delta t_i$  для каждой скользящей выборки размером  $L$ . На рис. 5 представлены логарифм выделяющейся мощности АЭ (б) и значения максимальной амплитуды в выборке (в). Видно, что на представленном фрагменте пик мощности и наибольшее значение  $A_{max}$  совпадают на временной оси. Это позволяет сделать вывод, что к моменту времени  $\sim t'$  от начала нагружения образца потерял устойчивость некоторый микроочаг разрушения и образовался относительно крупный дефект. Его появлению соответствует признак очага, формируемый временными параметрами  $\bar{\Delta}t$  и  $V_{\Delta t}$  (рис. 5, а), что является практическим подтверждением результатов, полученных в машинном эксперименте. Качественно подобное изменение среднего временного интервала и коэффициента вариации временных интервалов сопровождает развитие микроочагов разрушения при деформировании образцов из каменной соли, песчаника, мрамора, пориститала. Это позволяет сделать вывод об инва-

риантности рассматриваемого признака локального очага разрушения представленным горным породам, отличающимся по своим физико-механическим свойствам и структурой.

Таким образом, предложенная имитационная модель разрушения в отличие от переколяционных позволяет анализировать наряду с пространственными и временные закономерности структуры генерируемого потока дефектов, в том числе кластеризацию процесса. Выявленный статистиче-

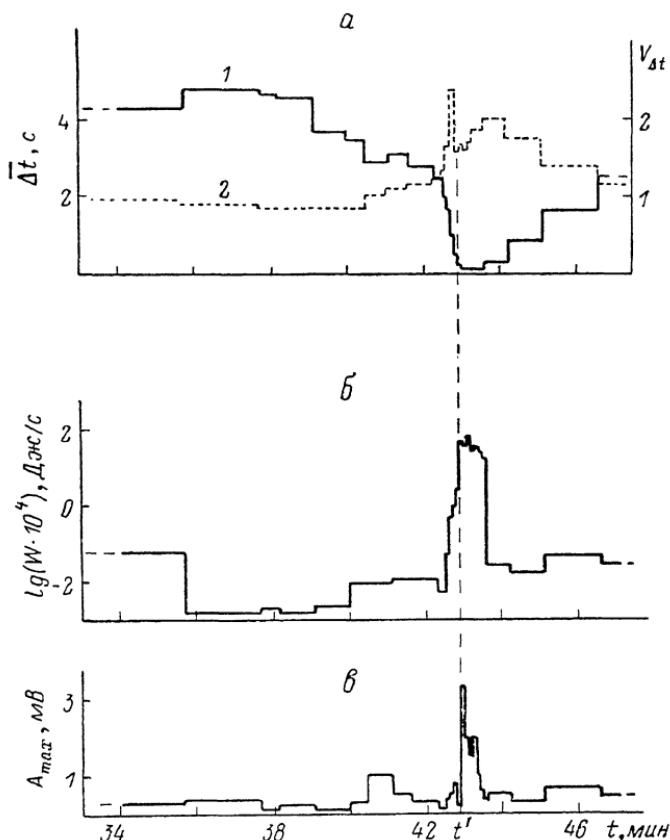


Рис. 5. Временные изменения параметров  $\bar{\Delta}t$  (1),  $V_{\Delta t}$  (2) (α), выделяемой мощности АЭ сигнала в выборке при деформировании образца из серого гранита ( $L=64$ ,  $L_1=-16$ ) (β), максимального значения амплитуды АЭ сигнала в выборке (γ).

ский критерий формирования локального кластера может быть использован как прогностический признак очага разрушения гетерогенных материалов. Предполагаемое ограничение на практическое применение в общем случае данного критерия связано с существованием структурной иерархии в строении материалов, в том числе горных пород [15], и, как следствие, с иерархичностью самого процесса разрушения, учет которого требует дальнейшего развития модели.

#### Список литературы

- [1] Челидзе Т. І. Методы теории протекания в механике геоматериалов. М., 1987. 136 с.
- [2] Добродумов А. В., Ельяшевич А. М. // ФТТ. 1973. Т. 15. № 6. С. 1891–1893.
- [3] Овчинский А. С., Гусев Ю. С. // ФТТ. 1981. Т. 23. № 11. С. 3308–3314.
- [4] Готлиб Ю. Я., Светлов Ю. Е. // ФТТ. 1973. Т. 15. № 9. С. 2732–2739.
- [5] Мелькер А. И., Сидоров В. И. // ФХОМ. 1979. № 5. С. 106–108.
- [6] Зайцев М. Г. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 9. С. 2874–2875.
- [7] Горбунова И. В. // ДАН СССР. 1981. Т. 261. № 4. С. 836–839.
- [8] Султанов У. // Автореф. канд. дисс. Л., 1979.
- [9] Садовский М. А., Писаренко В. Ф., Штейнберг В. В. // ДАН СССР. 1983. Т. 271. № 3. С. 598–602.

- [10] Половников А. В., Трофимов В. В. // Механика композитных материалов. 1981. № 3. С. 542—546.
- [11] Петров В. А. // ФТТ. 1979. Т. 21. № 12. С. 3681—3686.
- [12] Гор А. Ю., Куксенко В. С., Томилин Н. Г., Фролов Д. И. // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1989. № 3. С. 54—60.
- [13] Завьялов А. Д. // Вулканология и сейсмология. 1986. № 3. С. 58—71.
- [14] Мавжиков Б. Ц. // Автореф. канд. дис. Л., 1985.
- [15] Садовский М. А., Голубева Т. В., Писаренко В. Ф., Ширман М. Г. // Изв. АН СССР, физика Земли. 1984. № 2. С. 3—15.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
23 марта 1990 г.  
В окончательной редакции  
10 сентября 1990 г.

---