

УДК 621.315.592

© 1990

## МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ В СЛАБОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ И СТРОЕНИЕ ВАЛЕНТНОЙ ЗОНЫ ТЕЛЛУРИДА ОЛОВА

Г. С. Бушмарина, И. А. Драбкин, М. А. Квантов, О. Е. Квятковский

Приведены результаты измерений зависимости магнитной восприимчивости (МВ) в  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$  от концентрации дырок и температуры  $\chi(p, T)$  в широком диапазоне изменения  $p$  и  $T$ . Анализ экспериментальных кривых показывает, что на кривой  $\chi(p, T=0)$  имеются особенности при  $p=1.1 \cdot 10^{20}$ ,  $2.3 \cdot 10^{20}$  и  $4.9 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , которые идентифицированы как особенности Ван Хофа, соответствующие  $\Sigma$ -экстремуму, седловой точке в направлении  $\Sigma L$  и  $\Delta$ -экстремуму валентной зоны. Рассмотрено влияние сильной непараболичности спектра тяжелых дырок из  $\Sigma$ - и  $\Delta$ -подзон на вклад тяжелых дырок в МВ и получены оценки ряда характеристик дырочного спектра.

Принято считать, что в немагнитных материалах измерения магнитной восприимчивости (МВ) в слабом магнитном поле дают мало информации о зонной структуре этих материалов [1]. Действительно, наличие нескольких вкладов в МВ разной природы, отличающихся знаком и имеющих различную зависимость от температуры и концентрации носителей тока, а также сложная структура микроскопических выражений даже для МВ невзаимодействующих блоховских электронов [2] затрудняют не только получение какой-либо информации о свойствах материалов по данным измерений МВ, но и интерпретацию наблюдаемого поведения МВ по известным свойствам материалов. Так, например, потребовались значительные усилия для объяснения аномально большого диамagnetизма некоторых узкощельных материалов ( $\text{Bi}$ ,  $\text{Bi-Sb}$ , соединений  $\text{A}^{\text{IV}}\text{B}^{\text{VI}}$  [3-7], а также для объяснения наблюдаемых температурных и концентрационных зависимостей МВ в узкощельных материалах в области низких концентраций носителей тока по известному энергетическому спектру вблизи краев зон [5-9].

Цель данной работы — показать возможность использования результатов измерений концентрационных и температурных зависимостей МВ для исследования зонной структуры (и прежде всего изменения топологии поверхности Ферми с ростом концентрации носителей тока) немагнитных материалов при произвольной степени легирования на примере теллурида олова.

Теоретически этот вопрос рассматривался в работе [10], в которой показана принципиальная возможность определения критических точек зонного спектра носителей тока (экстремумов и седловых точек) по результатам измерений зависимости МВ от концентрации носителей тока и температуры и сформулированы необходимые условия для реализации этого метода.

Этим условиям удовлетворяет, в частности, ряд соединений  $\text{A}^{\text{IV}}\text{B}^{\text{VI}}$  ( $\text{PbS}$ ,  $\text{PbSe}$ ,  $\text{PbTe}$ ,  $\text{SnTe}$  и  $\text{GeTe}$ ),<sup>1</sup> в которых, согласно расчетам зонной структуры (ссылки на работы см. в [11]) и некоторым аргументам, основанным на топологических соображениях, имеется принципиальная возмож-

<sup>1</sup> Кроме  $\text{A}^{\text{IV}}\text{B}^{\text{VI}}$ , этим условиям удовлетворяют, по-видимому, некоторые оксиды с перовскитоподобной структурой.

ность наблюдать в валентной зоне до пяти [11] топологических переходов Лифшица [12], связанных с прохождением уровня Ферми через критические точки дырочного спектра.

В работе [11] проведен анализ экспериментальных данных и результатов расчетов зонной структуры для этих пяти соединений и показано, что в области низких температур и достижимых концентраций дырок в SnTe имеется, по-видимому, возможность наблюдать три из пяти предсказываемых теоретически критических точек в спектре дырок. Однако до сих пор в SnTe наблюдалась лишь одна критическая точка в спектре дырок [13-15], которую обычно отождествляют со вторым экстремумом валентной зоны в точке  $\Sigma$  [14, 15].

В данной работе приведены результаты измерений МВ в слабом магнитном поле  $\chi(p, T)$  в SnTe в области концентраций носителей тока  $p = 5.0 \cdot 10^{19} \div 8.5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  ( $p^* = 6.7 \cdot 10^{19} \div 1.3 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ , где  $p^* = p_H(300 \text{ K}) = 1/R |e|$  — холловская концентрация дырок, в слабом магнитном поле) и в области температур  $T = 5 \div 290 \text{ K}$ . В работе также проведен анализ полученных зависимостей с использованием теоретических результатов работ [10, 11], который показывает, что в SnTe в области рассматриваемых концентраций дырок имеются три критические точки дырочного спектра. Определены положение этих точек в шкале концентраций дырок и энергий и их тип. Обсуждается положение этих критических точек в зоне Бриллюэна. Приведены оценки некоторых характеристик дырочного спектра в области концентраций  $p \geq 10^{20} \text{ см}^{-3}$ .

Краткое сообщение о некоторых предварительных результатах работы было опубликовано в [16].

## 1. Методика эксперимента

Использованные в работе образцы  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$  получены металлокерамическим способом из слитков, синтезированных сплавлением в откаченных кварцевых ампулах исходных компонент (Sn чистоты 99.999 и Te чистоты 99.999). В работе использованы три группы образцов (A, B и C), полученных из слитков, синтезированных из различных партий исходных материалов (Sn и Te). Образцы подвергались гомогенизирующему отжигу при  $400^\circ \text{C}$  в течение 200—250 ч. Однородность образцов контролировалась металлографическими и микровзвонковыми измерениями. Концентрация дырок определялась по результатам измерений эффекта Холла в магнитном поле  $H = 18 \text{ кЭ}$  при 300 K. Для нахождения истинной концентрации

Параметры исследуемых образцов  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$

Номер образца	Серия	Состав x	$p^*$ (300 K)	$p$	$2x/v_i$
			$10^{20} \text{ см}^{-3}$		
1	A	-0.02	0.67	0.50	—
2	A	-0.006	0.78	0.60	—
3	A	0.001	1.00	0.82	0.32
4	B	0.002	1.51	1.26	0.63
5	C	0.003	1.76	1.52	0.95
6	B	0.006	2.5	2.1	1.9
7	C	0.007	2.7	2.2	2.2
8	B	0.008	3.4	2.6	2.5
9	A	0.012	4.7	3.4	4.0
10	B	0.012	5.8	4.0	4.0
11	C	0.013	6.4	4.5	4.3
12	C	0.013	6.7	4.7	4.3
13	B	0.015	7.3	5.0	4.8
14	B	0.020	9.2	6.2	6.4
15	A	0.025	11.4	7.4	8.0
16	B	0.030	13.0	8.5	9.6

дырок  $p$ , определяемой из расчета двух дырок на каждую вакансию олова, использовались экспериментальная зависимость  $R_{77}/R_{300}$  от  $p_{77}^*$  ( $R$  — коэффициент Холла) [13, 15] и экспериментальное значение для фактора Холла  $r = p/p_{77}^*$  в диапазоне концентраций  $p_{77}^* = 2 \cdot 10^{20} \div 2 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$  [17]. Холл-фактор для всей области низких концентраций неизвестен, однако, по данным [17], вплоть до концентраций  $p_{77}^* = 8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$  он отличается от приведенного значения не более чем на 10 %. В данной работе мы будем использовать в качестве шкалы истинных концентраций значения  $p = 0.6 p_{77}^*$ . Данные о составах образцов (по шихте) и концентрациях дырок в них приведены в таблице. В таблице приведены также для составов  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$  из области гомогенности значения истинной концентрации  $p$ , рассчитанной по составу ( $p = 2x/v_0$ ,  $v_0$  — объем элементарной ячейки) в предположении однофазности образцов. Различие двух приведенных в таблице значений  $p$  в области низких концентраций связано, по-видимому, частично с наличием второй фазы (олова) в этих образцах и частично с отличием фактора Холла от 0.6, а в области высоких концентраций — с погрешностью в определении состава шихты и концентрации носителей тока. Буквами *A*, *B* и *C* у номера образца обозначена его принадлежность к одной из трех описанных групп образцов.

Магнитная восприимчивость образцов измерялась методом Фарадея на установке MGD3-12FG, изготовленной фирмой «Setaram», в магнитных полях  $H$  до 12 кЭ в интервале температур 5—300 К. Номинальная чувствительность установки не хуже  $10^{-10} \text{ см}^3/\text{г}$ . Погрешность измерения МВ не более 1 %.

Наибольшая погрешность измерения МВ, достигающая 1 %, связана с неточностью установки образца в магнитном поле, при этом фиксируется не зависящая от температуры относительная погрешность МВ. Для контроля точности установки образца производилось повторное измерение МВ при комнатной температуре.

## 2. Результаты измерений магнитной восприимчивости

На рис. 1 представлены результаты измерений зависимостей МВ от концентрации носителей тока (дырок)  $p$  для нескольких температур.<sup>2</sup> Обращает на себя внимание сильно немонотонный ход зависимости  $-\chi_{40}(p)$ , на которой ясно различаются четыре участка монотонного изменения МВ: 1) образцы № 1—3 (см. таблицу), 2) образцы № 4—7, 3) образцы № 8—12, 4) образцы № 13—16. С ростом температуры картина размывается, максимум в области  $p \sim (2 \div 5) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  сглаживается, так что ход  $-\chi_{280}(p)$  почти не сохраняет следов поведения  $-\chi(p)$  при низких температурах.

Температурные зависимости МВ в интервале 5—290 К для образцов № 1—7 (рис. 2, *a*) и № 8—16 (рис. 2, *b*) сильно различаются как коли-

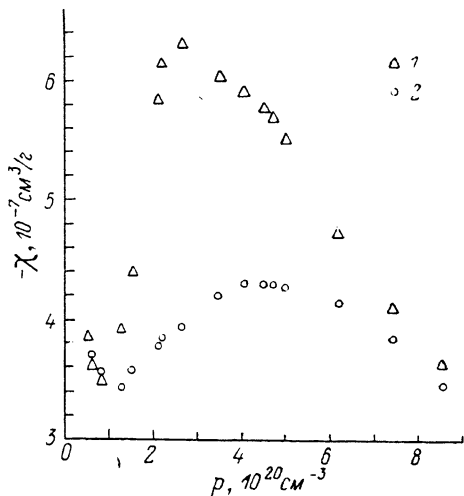


Рис. 1. Концентрационные зависимости МВ в  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$  при  $T=40$  (1) и 280 К (2).

<sup>2</sup> Представлены результаты для удельной МВ на единицу массы  $\chi$ , которая связана с безразмерной МВ на единицу объема  $\chi_v$  и молярной МВ  $\chi_m$  соотношениями  $\chi = \chi_v/\rho$  и  $\chi_m = N_A v_0 \chi_v$ , где  $\rho$  — плотность,  $N_A$  — число Авогадро.

чественно, так и качественно для разных областей концентрации дырок  $p$ .

Область высоких температур  $T \geq 150$  К для всех концентраций дырок соответствует кубической фазе SnTe. В этой области с ростом температуры наблюдаются для  $p < 1 \cdot 10^{20}$  см $^{-3}$  увеличение, а для  $p \geq 1.2 \cdot 10^{20}$  см $^{-3}$  уменьшение диамагнетизма дырок, причем по мере роста концентрации дырок меняется качественный характер (выпуклость) кривых  $-\chi(T)$  (рис. 2, а, б).

Стрелками у кривых на рис. 2, а указана температура фазового перехода  $T_c$  из кубической в ромбоэдрическую фазу в соответствии с имеющимися

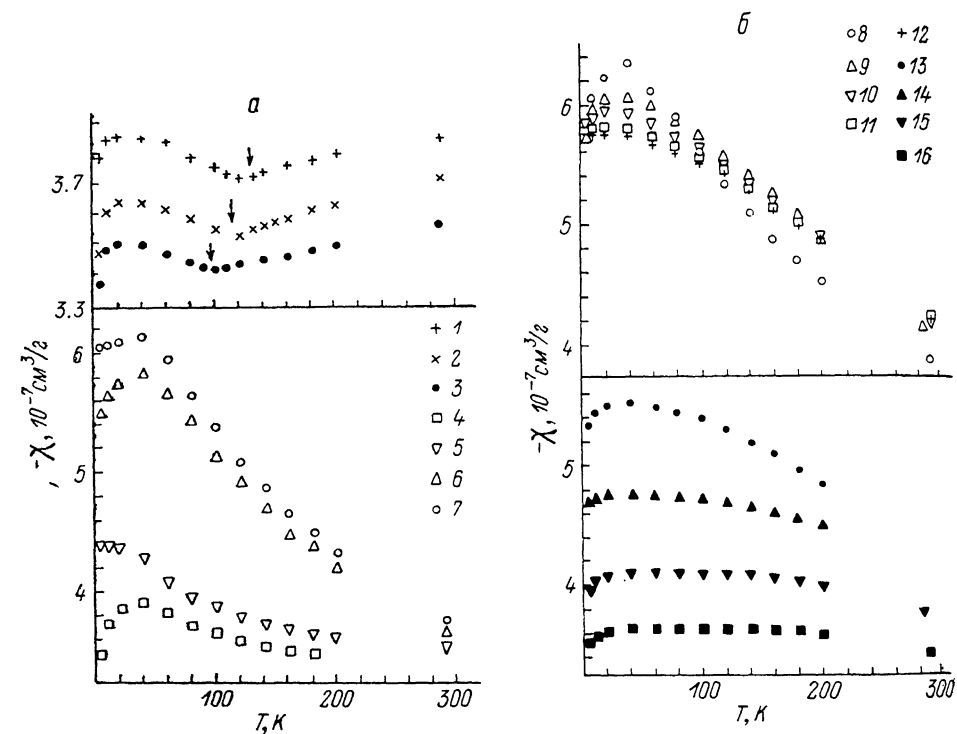


Рис. 2. Температурные зависимости МВ для образцов № 1—7 (а) и № 8—16 (б) Sn $_{1-x}$ Te.

литературными данными для SnTe [18—20]. Положение минимума на кривых  $-\chi(T)$  для образцов № 1—3 на рис. 2, а практически совпадает с  $T_c$  (с учетом разброса литературных данных для  $T_c$ ), что позволяет связать наблюдаемый излом в температурной зависимости МВ для этих образцов с происходящим в них фазовым переходом, а рост диамагнетизма ниже  $T_c$  связать с искажением решетки в ромбоэдрической фазе. Поведение МВ в ромбоэдрической фазе SnTe находится в согласии с поведением МВ в GeTe при сегнетоэлектрическом фазовом переходе и с феноменологической теорией [21].

Для всех образцов Sn $_{1-x}$ Te из групп А и В характерным является убывание диамагнетизма в области температур  $T \leq 30$  К. Наблюдаемое поведение  $\chi(T)$  для этих образцов можно связать с проявлением быстро растущего при  $T \rightarrow 0$  по закону Кюри (или Кюри—Вейсса) парамагнитного вклада  $\chi_p(T)$ , обусловленного магнитными примесями (Mn, Fe, Cr, Ni и др.), общее содержание которых может достигать нескольких единиц на  $10^{17}$  см $^{-3}$ . Оценка  $\chi_p$  для свободных парамагнитных ионов Mn $^{2+}$  дает при концентрации  $10^{17}$  см $^{-3}$  и  $T=5$  К значение  $\chi_p=0.2 \cdot 10^{-7}$  см $^3$ /г, что согласуется с наблюдаемыми изменениями МВ. При  $T \geq 40$  К вкладом магнитных примесей можно пренебречь.

В то же время, как видно из температурных зависимостей для образцов из группы С вплоть до  $T=5$  К не наблюдается заметного вклада парамагнитных примесей, что связано, по-видимому, с высокой степенью очистки исходных компонент от парамагнитных примесей.

### 3. Обсуждение результатов

Общее выражение для МВ немагнитных кристаллов можно представить в виде [22]

$$\chi = \chi_i + \chi_b + \chi_d, \quad (1)$$

где  $\chi_i$  — МВ голых ионных остовов,  $\chi_d$  — МВ дефектов решетки и примесных атомов,  $\tilde{\chi}_b$  — зонный вклад в МВ, т. е. вклад зонных электронов, который в свою очередь состоит из двух вкладов [2]

$$\tilde{\chi}_b = \chi_b + \chi_c, \quad (2)$$

$\chi_b$  — межзонный вклад, т. е. вклад прямых межзонных переходов из заполненных состояний, а  $\chi_c$  — вклад носителей тока (при  $T=0$  в  $\chi_c$  дают вклад только электроны с поверхности Ферми). В отсутствие носителей тока  $\chi_b$  является вкладом заполненных валентных зон и вместе с  $\chi_i$  составляет так называемый решеточный вклад в МВ. В дальнейшем решеточный вклад будет считаться выделенным в отдельное слагаемое и под  $\chi_b$  будет подразумеваться вклад межзонных переходов из состояний, занятых носителями тока (со знаком минус для дырок).

Рассмотрим вопрос о концентрационных и температурных зависимостях различных вкладов в МВ. Решеточный вклад, вообще говоря, зависит от температуры через параметры зонной структуры, но не меняется при изменении концентрации носителей тока.

Основным типом дефектов решетки в SnTe при  $T \leq 300$  К являются вакансии олова [23], которые при этих температурах полностью ионизированы. Таким образом, вклад вакансий в МВ не зависит от температуры и в предположении об отсутствии взаимодействия между ними является линейной функцией их концентрации, т. е. изменяется линейно с ростом концентрации дырок (см. ниже).

Таким образом, учитывая сказанное, а также характер наблюдаемых зависимостей  $\chi(p, T)$ , можно ограничиться обсуждением поведения зонного вклада  $\tilde{\chi}_b(p, T)$ . Принципиальным является вопрос о возможности использования носителей тока в качестве «зонда» для изучения зонной структуры, а переменные  $p$  и  $T$  рассматривать как независимые. Поэтому обсудим вопрос о природе носителей тока (дырок) в SnTe. Дырки возникают в результате действия механизма самолегирования, связанного с отклонением равновесного состава SnTe от стехиометрического в сторону избытка теллура, и поставляются в валентную зону вакансиями олова из расчета двух дырок на вакансию [23, 24]. Расчеты показывают [24], что уровни дважды ионизированной вакансии олова в SnTe расположены в глубине валентной зоны, так что  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$ , как и другие соединения  $\text{A}^{\text{IV}}\text{B}^{\text{VI}}$ , является фактически металлом с переменной, зависящей от состава концентрацией зонных носителей тока [24].

Таким образом, SnTe удовлетворяет условиям, сформулированным в работе [10], что позволяет использовать теоретические результаты работ [10, 11] при обсуждении поведения  $\tilde{\chi}_b(p, T)$  и полной МВ в SnTe.

Согласно расчетам зонной структуры кубической фазы соединений  $\text{A}^{\text{IV}}\text{B}^{\text{VI}}$  (ссылки на работы см. в [11]),<sup>3</sup> помимо главных экстремумов валентной зоны в точках  $L$  зоны Бриллюэна (или в их непосредственной окрестности), вблизи края зоны имеются критические точки спектра на осях

<sup>3</sup> Как показано в [11], в SnTe можно пренебречь при  $p \geq 10^{20}$  см<sup>-3</sup> влиянием ромбоэдрического расщепления в ромбоэдрической фазе на концентрационную зависимость МВ при  $T=0$ .

2-го порядка  $\Sigma$  и 4-го порядка  $\Delta$ , которые могут быть как экстремумами (соответственно второй и третий минимумы в спектре дырок), так и седловыми точками. Кроме того, если эти точки являются точками экстремума, то в спектре появляются седловые точки, генетически связанные с  $\Sigma$ -экстремумом (на линии  $\Sigma L$ ), при достижении которых поверхность Ферми становится открытой [11], и с  $\Delta$ -экстремумом (в направлениях  $\Delta \Sigma$  и  $\Delta L$  [11]).

Наличие критических точек в спектре носителей тока приводит к особенностям Ван Хофа в плотности состояний и соответственно к особенностям в поведении  $\chi$  ( $p$ ,  $T=0$ ) [10].

На наличие критической точки в спектре дырок в SnTe при  $p_{c1} = (1.1 \div 1.3) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  указывают результаты многочисленных экспериментальных исследований кинетических и оптических эффектов (обзор работ содержится в [13]), а также эффектов Де Гааза—Ван Альфена и Шубникова—Де Гааза [14]. Сопоставление результатов работы [14] и расчетов спектра в точках  $\Sigma$  и  $\Delta$  [25] показывает, что наблюдаемая критическая точка расположена в точке  $\Sigma$  [11].<sup>4</sup> Эта критическая точка обычно рассматривается как второй экстремум валентной зоны (второй минимум в спектре дырок), однако, строго говоря, нельзя полностью исключить возможность того, что это седловая точка. Указания на наличие в спектре дырок других критических точек в области более высоких концентраций дырок в этих работах отсутствуют.

Более подробно ситуация для SnTe и других соединений  $A^{IV}B^{VI}$  обсуждается в работе [11], в которой проанализированы результаты расчетов зонной структуры и экспериментальные данные для плотности состояний в  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$ , а также предложена модель спектра, учитывающая сильную непараболичность спектра в окрестности  $\Sigma$ - и  $\Delta$ -экстремумов, и получены выражения для плотности состояний в окрестности побочных экстремумов, включающие вклад связанных с ними седловых точек.

Анализ, проведенный в [11], показывает, что если наблюдаемая при  $p_{c1} = (1.1 \div 1.3) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  критическая точка является вторым экстремумом валентной зоны в точке  $\Sigma$ , то при  $p_{c2} = (2.0 \div 3.0) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  должна наблюдаться седловая точка 1-го типа в спектре дырок, расположенная на линии  $\Sigma L$ . Кроме того, в [11] на основе анализа экспериментальных данных для SnTe указано на возможность наблюдения третьего экстремума валентной зоны при  $p_{c3} = (4.8 \div 7.0) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , расположенного в точке  $\Delta$ .

Рассмотрим, учитывая сказанное, концентрационную зависимость МВ при низких температурах, т. е.  $\chi$  ( $p$ ,  $T=0$ ).<sup>5</sup> Согласно [11], в исследуемом диапазоне концентраций дырок могут быть три критические точки в спектре дырок, в которых  $-\chi$  ( $p$ ,  $T=0$ ) должна иметь особенности корневой типа [10]:  $\sim \Theta(p-p_{c1})(p-p_{c1})^{1/2}$  в  $\Sigma$ -экстремуме,  $\sim -\Theta(p_{c2}-p) \times (p_{c2}-p)^{1/2}$  в седловой точке  $\Sigma L$ ,  $\sim -\Theta(p-p_{c3})(p-p_{c3})^{1/2}$  в  $\Delta$ -экстремуме. Из зависимости  $-\chi_{40}(p)$  (рис. 1) видно, что действительно имеются три точки, поведение МВ в окрестности которых указывает на возможность особенности корневой типа. Это точка  $p_{c1}$ , которой соответствует минимум кривой  $-\chi_{40}(p)$  в промежутке  $(1.0 \div 1.2) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ; точка  $p_{c2}$ , которой соответствует максимум этой кривой в промежутке  $(2.2 \div 2.3) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  и точка  $p_{c3}$ , в которой имеет место излом кривой в промежутке  $(4.7 \div 5.0) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ .

Кривая на рис. 3, а представляет качественный ход зависимости  $-\chi$  ( $p$ ,  $T=0$ ) в предположении, что описанные выше особенности в точках  $p_{c1}$ ,  $p_{c2}$  и  $p_{c3}$  имеют место. На участке между  $p_{c1}$  и  $p_{c2}$  кривая проведена с учетом результатов, полученных в Приложении и в работе [11]. Отметим характерную форму этой кривой: наличие точки перегиба, слева от которой кривая выпукла вверх, а справа выпукла вниз.

<sup>4</sup> Всего в кубической фазе имеется 12 точек  $\Sigma$ , 24 точки  $\Sigma L$  (по две на каждую точку  $\Sigma$ ) и 6 точек  $\Delta$ .

<sup>5</sup> Из-за влияния парамагнитных примесей мы не имеем фактически экспериментальных значений  $\chi$  ( $p$ ,  $T=0$ ) для большинства концентраций дырок. Однако, как это видно из температурных зависимостей МВ, хорошим приближением к  $\chi$  ( $p$ ,  $T=0$ ) является зависимость  $\chi_{40}(p)$  (рис. 1).

Покажем, что именно такая форма кривой между точками  $p_{c1}$  и  $p_{c2}$ , как на рис. 3, а, следует из анализа температурных зависимостей МВ вблизи  $T=0$ . В работе [10] найдено, что низкотемпературное разложение для  $\tilde{\chi}_b$  имеет вид

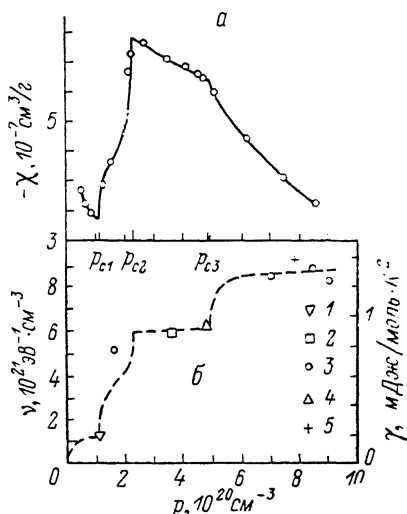
$$\tilde{\chi}_b(p, T) - \tilde{\chi}_b(p, T=0) = \frac{\pi^2}{6} \nu_f^2(p) \tilde{\chi}_{bpp}''(p, T=0) T^2 + O(T^4), \quad (3)$$

где  $\nu_f(p)$  — плотность состояний на уровне Ферми,  $\tilde{\chi}_{bpp}''$  — вторая производная  $\tilde{\chi}_b$  по концентрации носителей тока при  $T=0$ . Учитывая сказанное выше о поведении различных вкладов в МВ, можно в отсутствие парамагнитных примесей заменить в левой и правой частях равенства (3)  $\tilde{\chi}_b$  на полную МВ  $\chi$ . В результате по знаку  $\chi(p, T) - \chi(p, T=0)$  при  $T \rightarrow 0$  можно определить знак  $\chi_{pp}''(p, T=0)$ , т. е. выпуклость (вверх или вниз) кривой при данной концентрации носителей тока.

На рис. 1 в области концентраций между  $p_{c1}$  и  $p_{c2}$  имеются две точки, соответствующие образцам № 4 и 7 из серии С (см. таблицу) с низким содержанием парамагнитных примесей. Из температурной зависимости МВ

Рис. 3. Качественный вид кривой  $-\chi(p, T=0)$  в  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$  с особенностями Ван Хова при  $p_{c1}$ ,  $p_{c2}$  и  $p_{c3}$  (экспериментальные точки  $-\chi_{40\text{K}}(p)$ ) (а) и поведение плотности состояний  $\nu(p)$  в  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$  (б) по результатам работ [26] (1), [14] (2), [27] (3), [28] (4), [29] (5).

$\gamma$  — коэффициент в низкотемпературной зависимости теплоемкости дырок ( $C=\gamma T$ ). Штриховая линия — качественный вид зависимости  $\nu(p)$  для  $\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$  с учетом особенностей Ван Хова при  $p_{c1}$ ,  $p_{c2}$  и  $p_{c3}$ , соответствующих  $\Sigma$ -экстремуму, седловой точке  $\Sigma L$  и  $\Delta$ -экстремуму.



этих образцов вблизи  $T=0$  (рис. 2, а) и сказанного выше следует, что  $-\chi_{pp}''(p, T=0)$  для образца № 4 отрицательна, а для образца № 7 положительна. Таким образом, кривая  $-\chi(p, T=0)$  имеет в промежутке между  $p_{c1}$  и  $p_{c2}$  точку перегиба и слева от этой точки выпукла вверх, а справа выпукла вниз, что подтверждает правильность формы кривой на рис. 3, а в этом промежутке.

Используя результаты работы [11] и полученное в Приложении выражение (П. 4) для вклада Ландау—Пайерлса в МВ, а также результаты расчета эффективных масс в  $\Sigma$ -экстремуме в работе [25] и расчетов дырочного спектра в окрестности точек  $L$  в  $\text{SnTe}$  в работе [26], можно получить оценки ряда характеристик спектра дырок.

Прежде всего с учетом кривой  $-\chi_{40}(p)$  (рис. 1) и кривой на рис. 3, а получаем следующие значения для критических концентраций  $p_{c1}$  и  $p_{c2}$ , определяющих положение  $\Sigma$ -экстремума и седловой точки  $\Sigma L$ :  $p_{c1} = 1.1 \cdot 10^{20}$  и  $p_{c2} = 2.3 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ . Имея значение величины  $\Delta p = p_{c2} - p_{c1} = 1.2 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , получаем, используя выражения (7) и (9) из работы [11], величину энергетического зазора между  $\Sigma$ -экстремумом и седловой точкой  $\Sigma L$   $\Delta = E_{c2} - E_{c1} = 0.038 \text{ эВ}$ , а также изменение плотности состояний  $\Delta \nu = \nu_{c3} - \nu_{c1} = 3.9 \cdot 10^{21} \text{ эВ}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$ . Для этих оценок были использованы выражения для  $\Delta p = \Delta p_{\Sigma} + \Delta p_L$ ,  $\Delta p_L \cong \nu_{c1} \Delta$  и значение  $\nu_{c1} = 1.3 \cdot 10^{21} \text{ эВ}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$  из работы [26]. При этом мы пренебрегли изменением вклада в плотность состояний от  $L$ -точек в области концентраций между  $p_{c1}$  и  $p_{c2}$ , так что полученная выше оценка  $\Delta \nu$  является заниженной, а оценка  $\Delta$  — несколько завышенной, хотя и незначительно. На рис. 3, б представлены значения плотности состояний дырок для нескольких значений их концентрации, полученные в результате расчета спектра дырок в окрестности точек  $L$  в [26], а также

по результатам измерений низкотемпературной теплоемкости в [27-29] в приближении невзаимодействующих блоховских электронов. Видно, что имеется хорошее согласие с полученной нами оценкой снизу для  $\nu_{c2} = 5.2 \cdot 10^{21} \text{ эВ}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$ .

Имея оценку для  $\Delta \nu$ , можно оценить величину вклада дырок из состояний между  $\Sigma$ -экстремумом и седловой точкой  $\Sigma L$  в  $\chi_{LP}$  в точке  $p_{c2}$ , т. е.  $\Delta \chi_{LP} = \delta \chi_{LP} (\Delta)$ . Используя выражение (П. 4) для  $\delta \chi_{LP}$ , получаем оценку сверху и снизу для  $\Delta \chi_{LP}$ :  $-7.5 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{Г} \leq \Delta \chi_{LP} \leq -4.5 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{Г}$ . Смысл приведенных оценок обсуждается в Приложении.

Полное изменение МВ  $\Delta \chi = \chi(p_{c2}) - \chi(p_{c1})$  определяется в основном изменением МВ носителей тока  $\chi_c$ , которая наряду с  $\chi_{LP}$  содержит парамагнитный эффективный спиновый вклад  $\chi_{ES}$  (см. Приложение), так что  $\Delta \chi \simeq \Delta \chi_c = \Delta \chi_{LP} + \Delta \chi_{ES}$ . Используя экспериментальное значение  $\Delta \chi \simeq -3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{Г}$ , оценки, полученные выше для  $\Delta \chi_{LP}$ , а также выражений (П. 2) для  $\chi_{ES}$ , получаем в пренебрежении дисперсией эффективного  $g$ -фактора и изменением вклада  $L$ -точек в МВ в промежутке между  $p_{c1}$  и  $p_{c2}$  следующие оценки снизу и сверху для эффективного  $g$ -фактора дырок в  $\Sigma$ -экстремуме:  $4 \leq |g(\Sigma)| \leq 7$ . Учитывая близость свойств SnTe и PbTe, можно отметить хорошее согласие полученных оценок  $g(\Sigma)$  в SnTe со значением  $g(\Sigma) = 4.6$  для PbTe, вычисленным по формуле (П. 2) по рассчитанным в работе [30] значениям  $g_i(\Sigma)$ .

Обсудим теперь точку  $p_{c3} = (4.7 \div 5.0) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , в которой на рис. 1 наблюдается излом кривой  $-\chi_{40}(p)$ . Имеются соображения, позволяющие связать эту особенность с прохождением уровня Ферми через еще одну критическую точку в спектре дырок, которая, согласно расчетам зонной структуры, должна находиться в точке  $\Delta$  зоны Бриллюэна.

Как видно из рис. 3, б, в области концентраций дырок  $p = (4.8 \div 7.0) \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$  происходит значительный рост плотности состояний, причиной которого может быть наличие еще одного минимума в спектре дырок в этой области значений  $p$  (возможность седловой точки 1-го типа, допускаемая поведением  $\nu(p)$  на рис. 3, б, исключается поведением  $-\chi_{40}(p)$  на рис. 1 [10]).

На наличие особенности в спектре дырок в SnTe в этом интервале концентраций указывает также излом на концентрационной зависимости температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_S(p)$  при  $p = (5.5 \div 6.0) \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , наблюдавшийся в [31], который может быть объяснен, в частности, появлением новой группы сверхпроводящих носителей тока при  $p = (4.5 \div 5.0) \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ .

И наконец, наблюдаемое поведение МВ (падение диамагнетизма при  $p > p_{c3}$  на рис. 1) хорошо согласуется с расчетом главных значений эффективных масс в точке  $\Delta$  в [25]. Согласно [25], в SnTe критическая точка на линии  $\Delta$  является экстремумом (минимумом в спектре дырок). В Приложении показано, что при значениях эффективных масс в  $\Delta$ -экстремуме, указанных в работе [25] (см. также [11]), дырки в  $\Delta$ -экстремуме являются парамагнитными даже при  $g(\Delta) = g_0 = 2$ .

В то же время, согласно [25], масса плотности состояний в  $\Delta$ -экстремуме настолько велика ( $m_d(\Delta) = 1.361 m_0$ ), что при параболическом законе дисперсии приводит к слишком быстрому росту вклада точек  $\Delta$  в плотность состояний  $\delta \nu_{\Delta}$ . Так, при  $p = 8.5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$   $\delta \nu_{\Delta}$ , вычисленная для параболического закона дисперсии, почти в четыре раза превышает экспериментальное значение этой величины, которое можно оценить по данным рис. 3, б, приближенно считая  $\delta \nu_{\Delta}(p) = \nu(p) - \nu(p_{c3})$ . В работе [11] показано, что в  $\Delta$ -экстремуме велика непараболичность спектра; предложена модель спектра, учитывающая непараболичность закона дисперсии; получено выражение для вклада  $\Delta$ -экстремума в плотности состояний  $\delta \Delta_{\Delta}(E)$ . Непараболичность приводит к ограничению роста плотности состояний, причем в зависимости от соотношения между параметрами, характеризующими непараболичность, возможны два типа поведения  $\delta \nu_{\Delta}(E)$ . Как упоминалось выше, имеются два типа седловых точек (1-го типа в направлении  $\Delta \Sigma$  и 2-го типа в направлении  $\Delta L$ ), генетически связанных с  $\Delta$ -экстремумом; Возможна ситуация, когда по крайней мере точки 1-го типа в направлениях



$\Delta \Sigma$  близки по энергии к  $\Delta$ -экстремуму. В этом случае  $\delta v_1(E)$  имеет вид, качественно сходный с поведением  $\delta v_2(E)$  для  $\Sigma$ -экстремума [11]. Возможна, однако, ситуация, когда седловые точки далеки по энергии от  $\Delta$ -экстремума и имеется область энергий, в которой  $\delta v_1(E)$  имеет вид кривой с насыщением, выходит на плато [11]. Наблюдаемое при  $p > p_{c3}$  поведение МВ не позволяет сделать однозначный выбор между этими ситуациями. Видно лишь, что вплоть до  $p = 8.5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  нет признаков новых критических точек спектра.

Приведем оценки энергий (отсчитываемых от края валентной зоны), определяющих положение критических точек спектра. Прежде всего, используя данные рис. 3, б и приведенные выше значения  $p_{c1}$ ,  $p_{c2}$  и  $p_{c3}$ , получаем следующие оценки сверху и снизу:  $0.043 \text{ эВ} \leq E_{c3} - E_{c2} \leq 0.05 \text{ эВ}$  и  $0.041 \text{ эВ} \leq E_f(p = 8.5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}) - E_{c3} \leq 0.059 \text{ эВ}$ . Учитывая полученное выше значение  $E_{c2} - E_{c1} = 0.038 \text{ эВ}$ , а также величину  $E_f(p_{c1} = 1.1 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}) = 0.115 \text{ эВ}$ , вычисленную в [26], получаем:  $E_{c1} = 0.115 \text{ эВ}$ ,  $p_{c1} = 1.1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ;  $E_{c2} = 0.153 \text{ эВ}$ ,  $p_{c2} = 2.3 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ;  $0.196 \text{ эВ} \leq E_{c3} \leq 0.203 \text{ эВ}$ ,  $p_{c3} = 4.9 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ;  $0.237 \text{ эВ} \leq E_f(p = 8.5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}) \leq 0.262 \text{ эВ}$ .

В заключение, следуя [10], обсудим температурные зависимости МВ в области высоких температур  $T > T_f$ . Для блоховских электронов температура вырождения  $T_f$ , вообще говоря, не совпадает с энергией Ферми  $E_f$  и для определенной группы носителей тока определяется расстоянием от уровня Ферми до ближайшей критической точки их спектра [10]. При этом область низкотемпературного разложения (3) определяется минимальной при данной концентрации носителей тока температурой вырождения, для которой мы сохраним обозначение  $T_f$ . В то же время полностью вырождение снимается лишь при  $T \gg T_f^{(0)} = E_f$ , т. е. область температур  $T_f < T < T_f^{(0)}$  соответствует случаю промежуточного вырождения.

В отсутствие критических точек спектра в глубине зоны, т. е. когда  $T_f = T_f^{(0)} = E_f(p)$ , область температур, в которой применимо разложение (3), монотонно растет с ростом концентрации носителей тока. Поскольку параметром разложения (3) является  $(T/T_f)^2$ , то с ростом концентрации носителей тока монотонно растет и область температур, в которой  $\chi(T) - \chi(0) \sim T^2$ . При этом в области температур  $T < E_f$  должны отсутствовать точки экстремумов или перегиба на кривой  $\chi(T)$ , за исключением, возможно, концентраций носителей тока, соответствующих точкам перегиба на концентрационной зависимости МВ при  $T = 0$ .

Видно, что это правило нарушается фактически во всех образцах, начиная с образца № 4 (см. таблицу), если учесть, что при  $p \geq p(c1)$   $T_f^{(0)}(p) \geq 1200 \text{ К}$  и  $(T/T_f)^2 \leq 1/16$ . Таким образом, уже простой анализ температурных зависимостей МВ указывает на наличие критических точек в спектре дырок в SnTe в области  $p \geq 10^{20} \text{ см}^{-3}$ .

Далее из кривых  $\chi(T)$  для образцов № 4—9 видно, что при  $T \sim T_f(p)$ , в точках перегиба или экстремума (для образца № 7) происходит изменение характера температурных зависимостей МВ. Это указывает на то, что температурные зависимости МВ вблизи критических точек спектра определяются прежде всего температурным размывом поверхности Ферми, т. е. зависимостью  $\chi_c(T)$ .

Рассмотрим характерные особенности поведения  $\chi(T)$  для образцов № 4—12. Для этих образцов, во-первых, наблюдаются усиление температурной зависимости МВ для концентраций  $p_{c1} \leq p \leq p_{c2}$ , т. е. в области быстрого роста плотности состояний между  $\Sigma$ -экстремумом и седловой точкой  $\Sigma L$  (см. [11] и рис. 3, б), и ослабление температурной зависимости МВ для  $p \geq p_{c2}$ , т. е. в области слабого изменения плотности состояний. Во-вторых, поведение  $\chi(T)$  для образцов № 4—8 указывает на наличие промежуточной асимптотики  $\chi(T)$  при  $T \gg T_f(p)$  для этих образцов. Качественное объяснение такого поведения  $\chi(T)$  дано в [10] на примере

ситуации с двумя близкими критическими точками ( $\Delta \ll E_f$ ). Предложенная в [10] модель дает также и количественно верное описание при  $T \geq \Delta$ . Отметим еще, что наличие максимума на кривой  $-\chi(T)$  для образца № 7 является косвенным доказательством того, что при  $p=p_{c2}$  уровень Ферми проходит седловую точку 1-го типа (типа  $M_1$ ) [10].

Итак, наличие особенностей Ван Хова в критических точках спектра на концентрационной зависимости МВ при  $T=0$   $\chi(p, T=0)$  [10] и найденная в работе [10] связь  $\chi''_{pp}$ ,  $\chi''_{pp}(p, T=0)$  с поведением МВ в области низких температур позволили установить по экспериментальной зависимости  $\chi_{40k}(p)$  и температурным зависимостям МВ наличие двух критических точек в спектре дырок в SnTe при  $p_{c1}=1.1 \cdot 10^{20}$  и  $p_{c2}=2.3 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup>.

Точка  $p_{c1}$  совпадает с наблюдавшейся ранее во многих работах критической точкой спектра в SnTe. Анализ, основанный на результатах работы [11] и расчетов зонной структуры в работе [25], приводит к выводу, что точка  $p_{c1}$  является вторым минимумом в спектре дырок и расположена в точке  $\Sigma$  зоны Бриллюэна, а точка  $p_{c2}$  является седловой точкой 1-го типа на линии  $\Sigma L$ , генетически связанной с  $\Sigma$ -экстремумом. Таким образом, при  $p=p_{c2}$  поверхность Ферми в SnTe становится открытой. Определены энергетический зазор между  $\Sigma$ -экстремумом и седловой точкой  $\Sigma L$   $\Delta = 0.038$  эВ, вклад всех  $\Sigma$ -экстремумов и седловых точек  $\Sigma L$  в плотность состояний при  $p=p_{c2}$   $\Delta_{\nu\Sigma} = 3.9 \cdot 10^{21}$  см<sup>-3</sup>·эВ<sup>-1</sup>, а также получены оценки снизу и сверху для эффективного  $g$ -фактора дырок в  $\Sigma$ -экстремуме  $4 \leq g(\Sigma) \leq 7$ .

Показано, что слабо выраженная особенность (излом) зависимости  $\chi_{40k}(p)$  при  $p_{c3}=4.9 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup> связана с третьим минимумом в спектре дырок, который с учетом расчетов зонной структуры в работе [25] и результатов работы [11] может быть отождествлен с  $\Delta$ -экстремумом. Определен энергетический зазор между  $\Sigma$ - и  $\Delta$ -экстремумом  $E_{c3}-E_{c1}=0.081 \div 0.088$  эВ.

Приведены оценки энергетических расстояний всех трех критических точек спектра от края валентной зоны:  $E_{c1}=0.115$ ,  $E_{c2}=0.153$ , и  $E_{c3}=0.2$  эВ.

К сожалению, наличие значительных ( $\sim 10^{17}$  см<sup>-3</sup>) содержаний парамагнитных примесей в большинстве образцов не позволяет проанализировать характер особенности МВ в точке  $p_{c3}$  более детально, основываясь на знаках и величине  $\chi''_{pp}(p, T=0)$ .

Однако даже полученная в работе информация о спектре дырок в SnTe при  $p \geq 10^{20}$  см<sup>-3</sup>, например обнаружение седловой точки на линии  $\Sigma L$ , в которой поверхность Ферми становится открытой и которая не была обнаружена в многочисленных экспериментах с использованием других методов (в том числе методов Де Гааза—Ван Альфена и Шубникова—Де Гааза [14]), на наш взгляд, оправдывает изучение магнитной восприимчивости в слабом магнитном поле в немагнитных материалах, имеющих сложную зонную структуру.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Магнитная восприимчивость дырок в $\Sigma$ - и $\Delta$ -экстремумах

Вклад носителей тока в МВ  $\chi_c$  является суммой орбитального вклада Ландау—Пайерлса  $\chi_{LP}$  и парамагнитного эффективного спинового вклада  $\chi_{ES}$ , которые при  $T=0$  определяются следующими выражениями [2, 10]:

$$\chi_{LP}(E) = -\frac{e^2 \hbar^2}{3m_0^2 c^2} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} F(\mathbf{k}) \delta(E_{\mathbf{k}} - E), \quad (\text{II. 1})$$

$$F(\mathbf{k}) = \frac{m_0^2}{4\hbar^4} \left[ \left( \sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha} \right)^2 - \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 \right], \quad Q_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} E_{\mathbf{k}}.$$

$$\chi_{ES}(F) = \frac{c^2/h^2}{4m_0^3 c^2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} g^2(\mathbf{k}) \delta(E_{\mathbf{k}} - E), \quad (\text{П. 2})$$

$$g^2 = (g_1^2 + g_2^2 + g_3^2)/3,$$

где  $E_{\mathbf{k}}$  — закон дисперсии носителей тока;  $g_1, g_2, g_3$  — главные значения эффективного  $g$ -фактора, определяющие спиновое расщепление уровней в магнитном поле  $|^2|$ .

Рассмотрим МВ дырок в  $\Sigma$ - и  $\Delta$ -экстремумах. Различие в характере анизотропии спектров в окрестности второго и третьего экстремумов валентной зоны [11] приводит к сильному различию  $F(0) = m_0^2 (m_1 + m_2 + m_3) / 3m_1 m_2 m_3$  в точках  $\Sigma$  и  $\Delta$ :  $F(\Sigma) \approx m_3^2 / 3m_1 m_2$ , т. е. определяется легкими массами  $m_1$  и  $m_2$ , а  $F(\Delta) \approx 2m_1^2 / 3m_1 m_2$ , т. е. содержит тяжелую массу  $m_1$ . Это приводит к сильному различию в величине орбитальных вкладов  $\delta\chi_{LP}$  в  $\Sigma$ - и  $\Delta$ -экстремумах. Используя результаты расчетов эффективных масс в [25], получаем, что для SnTe  $F(\Sigma) = 49.3$  и  $F(\Delta) = 1.6$ . Таким образом, в параболическом приближении в SnTe дырки должны быть парамагнитными в  $\Delta$ -экстремуме даже при  $g(\Delta) = g_0 = 2$ , а в  $\Sigma$ -экстремуме дырки при  $g(\Sigma) \leq 8$  должны быть диамагнитными. Учитывая сравнительно большие энергии межзонных переходов в точках  $\Sigma$  ( $\sim 1$  эВ) и  $\Delta$  ( $\sim 2$  эВ), можно ожидать, что  $g(\Sigma)$  и  $g(\Delta)$  незначительно отличаются от  $g_0$  и, следовательно, имеет место слабый парамагнетизм дырок в  $\Delta$ -экстремуме и сильный диамагнетизм дырок в  $\Sigma$ -экстремуме. Можно ожидать также, что имеет место слабая дисперсия эффективного  $g$ -фактора дырок в обоих экстремумах и зависимость  $\delta\chi_{ES}(\varepsilon)$  будет воспроизводить ход плотности состояний  $\delta\nu(\varepsilon)$ . Однако в случае  $\chi_{LP}$  дисперсия  $F(\mathbf{q})$ , связанная с непараболичностью закона дисперсии дырок, может быть значительной вследствие сильной непараболичности спектра в окрестности  $\Sigma$ - и  $\Delta$ -экстремумов [11]. Известно, например, что дисперсия  $F(\mathbf{q})$ , связанная с непараболичностью кейновского закона дисперсии, может в принципе приводить даже к изменению знака  $\chi_{LP}$  [32]. Учитывая возможный сильный диамагнетизм дырок в  $\Sigma$ -экстремуме, оценим влияние дисперсии  $F(\mathbf{q})$  на  $\delta\chi_{LP}(\varepsilon)$  в области энергий между  $\Sigma$ -экстремумом и седловой точкой  $\Sigma L$ , используя предложенную в [11] модель дырочного спектра. Используя (П. 1) и выражение (1) из работы [11], находим

$$F(\mathbf{q}) - F(0) = (m_0^2/3\hbar^4) [3(a_1 + a_2)b - c^2] q_3^2. \quad (\text{П. 3})$$

Все обозначения в (П. 3) и ниже соответствуют работе [11]. В результате вычислений с учетом (П. 1), (П. 3) и выражений (1)–(6) из работы [11], получаем

$$\delta\chi_{LP}(\varepsilon) = \delta\chi_{LP}^{(0)}(\varepsilon) \begin{cases} 1 + \xi(1 - \sqrt{1 - \sqrt{\varepsilon/\Delta}} + \sqrt{\varepsilon/\Delta}), & 0 \leq \varepsilon \leq \Delta, \\ 1 + 2\xi, & \varepsilon \geq \Delta, \end{cases} \quad (\text{П. 4})$$

где  $\delta\chi_{LP}^{(0)}$  определяется выражением (П. 1) с  $F(\mathbf{q}) = F(0)$ , а

$$\xi = \left[ \left( 2 + \frac{2m_2}{3m_1} \right) \frac{q_{01}^2}{q_{03}^2} - \frac{m_1 + m_2}{m_3} \right] / \left( 1 + \frac{m_1 + m_2}{m_3} \right), \quad (\text{П. 5})$$

$q_{01}, q_{03}$  — координаты седловых точек  $\Sigma L$  [11].

Из выражений (П. 4) видно, что связанная с учетом дисперсии  $F(\mathbf{q})$  поправка к  $\delta\chi_{LP}^{(0)}$  является монотонной функцией  $\varepsilon$  (первая и вторая производные положительны при  $\xi > 0$ ) и изменяется от 0 до  $2\xi\delta\chi_{LP}^{(0)}(\Delta)$  при изменении  $\varepsilon$  от 0 до  $\Delta$ . Из геометрических соображений [11] следует, что  $q_{01}^2/q_{03}^2 \leq 1/8$ , при этом для SnTe при значениях эффективных масс из [25] получаем оценку  $-0.16 \leq 2\xi \leq 0.40$ . Таким образом, поправка к  $\delta\chi_{LP}^{(0)}$  может быть существенной по величине при  $\varepsilon \geq \Delta$ , однако качественный вид кривой  $\delta\chi_{LP}(\varepsilon)$  остается тем же: сохраняются особенности при  $\varepsilon \rightarrow +0$  и  $\varepsilon \rightarrow \Delta - 0$ , остается точка перегиба, хотя и при другом значении  $\varepsilon$ , и не меняется знак  $\delta\chi_{LP}$  (из (П. 5) видно, что  $|\xi| \leq 1$  при  $\xi < 0$ ).

Изменение знака тяжелых масс  $m_{\Sigma}$  ( $\Sigma$ ) и  $m_{\Delta}$  ( $\Delta$ ), т. е. переход от экстремумов в точках  $\Sigma$  и  $\Delta$  к седловым точкам, практически не влияет на  $F(\Delta)$  и изменяет знак  $F(\Delta)$ . Одновременно меняет знак  $\delta v_{\Delta}(\epsilon)$  для  $\epsilon > 0$ , т. е. если точка  $\Delta$  является седловой, то при  $p > p(\Delta)$  должен наблюдаться рост диамагнетизма, в то время как для  $\Delta$ -экстремума наиболее вероятным является убывание диамагнетизма при  $p > p(\Delta)$ .

Авторы благодарны В. Л. Гуревичу и Р. В. Писареву и участникам руководимых ими семинаров за полезное обсуждение работы.

### Список литературы

- [1] Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М.: Наука, 1978. 616 с.
- [2] Misra P. K., Kleinman L. // Phys. Rev. B. 1972. V. 5. N 11. P. 4581—4597.
- [3] Adams E. N. // Phys. Rev. 1953. V. 89. N 3. P. 633—648.
- [4] Fukuyama H., Kubo R. // J. Phys. Soc. Jap. 1970. V. 28. C 3. P. 570—581.
- [5] Misra P. K., Kleinman L. // Phys. Lett. 1972. V. 40A. N 5. P. 359—360.
- [6] Бенеславский С. Д., Фальковский Л. А. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. № 3. С. 1063—1071.
- [7] Фальковский Л. А. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 1. С. 334—348.
- [8] Bowers R., Yafet Y. // Phys. Rev. 1959. V. 115. N 5. P. 1165—1172.
- [9] Buot F. A. // The Physics of Semimetals and Narrow-gap Semiconductors // Ed. D. L. Carter and R. T. Bate Pergamon, 1971. P. 99—112.
- [10] Квятковский О. Е. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 9. С. 2533—2542.
- [11] Квятковский О. Е. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 10. С. 2862—2868.
- [12] Лифшиц И. М. // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. № 5. С. 1569—1576.
- [13] Кайданов В. И., Черник И. А., Ефимова Б. А. // ФТП. 1967. Т. 1. № 6. С. 869—879.
- [14] Savage H. T., Houston B., Burke J. R. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. N 6. P. 2292—2304.
- [15] Allgaier R. S., Houston B. // Phys. Rev. B. 1972. V. 5. N 6. P. 2186—2197.
- [16] Драбкин И. А., Квантов М. А., Квятковский О. Е. // Материалы для термометрических преобразователей. Л., 1987. С. 11—12.
- [17] Houston B. V., Allgaier R. S., Babiskin J., Sibenmann R. G. // Bull. Am. Phys. Soc. 1964. V. 9. N 1. P. 60.
- [18] Grassie A. D. C., Agapito J. A., Gonzales P. // J. Phys. C. 1979. V. 12. N 24. P. L925—L927.
- [19] Kobayashi K. L. J., Kato Y., Katayama Y., Komatsubara K. F. // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 37. N 12. P. 772—774.
- [20] Sugai S., Katayama S., Takaoka S., Nishi S., Kawamura H. // Sol. St. Comm. 1977. V. 25. N 5. P. 407—409.
- [21] Драбкин И. А., Жукова Т. Б., Квантов М. А., Квятковский О. Е., Сысоева Л. М. // ФТП. 1981. Т. 15. № 10. С. 2005—2011.
- [22] Вонсовский С. В. Магнетизм. М.: Наука, 1971. 1032 с.
- [23] Абрикосов Н. Х., Шелимова Л. Е. Полупроводниковые материалы на основе соединений  $A^{IV}B^{VI}$ . М.: Наука, 1975. 195 с.
- [24] Pratt G. W. // J. Nonmetals. 1973. V. 1. N 1. P. 103—109.
- [25] Melvin J. S., Hendry D. C. // J. Phys. C. 1979. V. 12. P. 3003—3012.
- [26] Cohen M. L., Tsang Y. W. // The Physics of Semimetals and Narrow-gap Semiconductors // Ed. D. L. Carter and R. T. Bate. Pergamon, 1971. P. 303—317.
- [27] Phillips N. E., Triplett B. B., Clear R. D., Simon H. E., Hulm J. K., Jones C. K., Mazelsky R. // Physika. 1971. V. 55. N 10. P. 571—576.
- [28] Bevolo A. J., Shanks H. R., Eckels D. E. // Phys. Rev. B. 1976. V. 13. N 8. P. 3523—3533.
- [29] Finegold L., Hulm J. K., Mazelsky R., Phillips N. E., Triplett B. B. // Ann. Acad. Sci. Fennicae. Ser. A. 1966. V. 210. P. 129—134.
- [30] Панкратов О. А., Сазонов А. В. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 11. С. 3507—3508.
- [31] Hulm J. K., Jones C. K., Deis D. W., Fairbank H. A., Lawless R. A. // Phys. Rev. 1968. V. 169. N 2. P. 388—394.
- [32] Zawadski W. // Phys. St. Sol. 1963. V. 3. N 8. P. 1421—1428.

Институт химии силикатов АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
23 ноября 1989 г.