УДК 538.115,535.34.2

ВЛИЯНИЕ НЕУПРУГОГО ЭКСИТОН-МАГНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В НЕКОЛЛИНЕАРНОМ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ

В. В. Горбач, Э. Г. Петров

Исследованы особенности поглощения света антиферромагнетиками, неколлинеарность спинов магнитных ионов в которых обусловлена внешним магнитным полем. Выяснена роль не сохраняющего числа магнонов экситон-магнонного взаимодействия в формировании спектра оптического поглощения. Получены выражения для соответствующих интегральных интенсивностей и исследована их зависимость от температуры и величины внешнего магнитного поля.

1. Формирование оптического спектра в антиферромагнетиках (АФМ), содержащих ионы с незаполненной $3-d$ оболочкой, связано со спин-запрещенными переходами в отдельных магнитных ионах [1-3]. Наиболее интенсивным переходом, который проявляется в спектрах поглощения АФМ (см., например, [1]), является двухчастичный переход, обусловленный возбуждением пары магнитных ионов из противоположных подрешеток. При помещении кристалла во внешнее магнитное поле нарушается коллинеарность спинов магнитных ионов из различных подрешеток, что приводит к уменьшению интенсивности экситон-магнонного перехода с увеличением магнитного поля [4]. Интенсивность многомагнонных переходов, сопровождающих экситонное поглощение света, с увеличением внешнего магнитного поля может как падать, так и расти, а затем падать [5, 6].

В настоящей работе рассматривается образование магнонных спутников в слабоанизотропном двухподрешеточном АФМ за счет взаимодействия фотовозбужденного иона с окружением. Это взаимодействие представимо в виде разложения по операторам $b_{\mathrm{n}\alpha}$ и $b^+_{\mathrm{n}\alpha}$ уничтожения и рождения спинового возбуждения на ионе в узле n магнитной подрешетки α [2]. При этом выясняется роль линейного по операторам $b_{\mathrm{n}\alpha}$, $b^+_{\mathrm{n}\alpha}$ взаимодействия, которое учитывается точно. В отличие от работ [7, 8], где роль такого взаимодействия изучалась на примере формирования спектра экситонного перехода, здесь исследуется его влияние на экситон-магнонный переход. Как известно [2], такое взаимодействие возникает в слабоанизотропном АФМ при величине внешнего магнитного поля H_0, превышающего некоторое критическое поле H_{cr}, обусловленное обменным взаимодействием магнитных ионов. Поэтому речь будет идти о магнонных спутниках экситон-магнонного перехода, индуцированных внешним магнитным полем $\mathrm{H}_0 > \mathrm{H}_{\mathrm{cr}}$. При рассмотрении будет использовано спин-волновое приближение, которое справедливо в области низких температур, когда влияние нефизических состояний несущественно [9, 10].

2. Коэффициент поглощения света на частоте ω определяется Фурье-образом запаздывающей функции Грина [11]

$$\mathscr{K}(\omega) = -\frac{4\pi\omega}{cNv_c\eta} \operatorname{Im} \lim_{\delta\to 0} G(\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}} \,|\, \hat{\mathrm{P}}^+_{\mathrm{eff}})_{\omega+i\delta}, \tag{1}$$

здесь c — скорость света; η — коэффициент отражения; v_c — объем элементарной магнитной ячейки кристалла, число которых равно N,

$$G(\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}} \mid \hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}})_{\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t)\, G(\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t) \mid \hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}})\, dt \tag{2}$$

— Фурье-образ запаздывающей функции Грина.

При исследовании процесса поглощения света АФМ, в котором один из ионов ($\mathrm{n}\alpha$) переходит в f-е возбужденное состояние, а в другом ($\mathrm{m}\beta$) изменяется проекция спина, операторы эффективных дипольных моментов переходов $\hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}}$ являются суммой операторов дипольных моментов переходов

$$\hat{\Pi}^{+}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta} = \hat{\mathrm{P}}^{fs}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta}\,(\hat{\sigma}_{\mathrm{n}\alpha}\hat{S}_{\mathrm{m}\beta}). \tag{3}$$

Природа дипольного момента перехода $\mathrm{P}^{fs}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta}$ в паре магнитных ионов обусловлена сверхобменом [2, 12], а его трансформационные свойства связаны с пространственной структурой АФМ. Для кристаллов с центром инверсии, которые здесь будут рассматриваться, справедливы соотношения

$$\mathrm{P}^{fs}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta} = -\mathrm{P}^{sf}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta} = -\mathrm{P}^{fs}_{\mathrm{m}\beta;\ \mathrm{n}\alpha} = \mathrm{P}^{sf}_{\mathrm{m}\beta;\ \mathrm{n}\alpha}. \tag{4}$$

Т. е. перестановка оптического и спинового возбуждений в паре ионов приводит к изменению направления дипольного момента перехода. Оператор $\hat{\mathrm{S}}_{\mathrm{m}\beta}$ полного спина иона $\mathrm{m}\beta$ не меняет величины спина и потому осуществляет переход между состояниями одной мультиплетности, оператор $\hat{\sigma}_{\mathrm{n}\alpha}$ уменьшает величину спина иона $\mathrm{n}\alpha$ на единицу и осуществляет переход между основным (величина спина S) и оптически возбужденным (величина спина $S^f = S - 1$) состоянием иона.

Записывая операторы $\hat{\sigma}_{\mathrm{n}\alpha}$ и $\hat{S}_{\mathrm{m}\beta}$ в собственных осях квантования спина, а также используя матричные элементы этих операторов (см., например, [13, 14]), можно представить (3) в виде разложения по операторам рождения и уничтожения спинового ($b^{+}_{\mathrm{m}\beta}$, $b_{\mathrm{m}\beta}$) и оптического ($B^{+}_{\mathrm{n}\alpha}$, $B_{\mathrm{n}\alpha}$) возбуждений. Ограничиваясь низшим порядком, имеем

$$\Pi^{+}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta} = \mathrm{P}^{fs}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta}\Big[\sin^2\frac{\theta_{\mathrm{n}\alpha} - \theta_{\mathrm{m}\beta}}{2} B^{+}_{\mathrm{n}\alpha} b^{+}_{\mathrm{m}\beta} - {}$$
$$- \cos^2\frac{\theta_{\mathrm{n}\alpha} - \theta_{\mathrm{m}\beta}}{2} B^{+}_{\mathrm{n}\alpha} b_{\mathrm{m}\beta} - \cos(\theta_{\mathrm{n}\alpha} - \theta_{\mathrm{m}\beta})\, B_{\mathrm{n}\alpha} b_{\mathrm{n}\alpha}\Big]. \tag{5}$$

Схема данного разложения приведена в монографии [2]. В (5) ($\theta_{\mathrm{n}\alpha} - \theta_{\mathrm{m}\beta}$) — угол между осями квантования спинов для магнитных ионов $\mathrm{n}\alpha$ и $\mathrm{m}\beta$. В неколлинеарной фазе, когда $\mathrm{H}_0 > \mathrm{H}_{\mathrm{cr}}$, эти оси расположены симметрично относительно H_0 под углом θ. Поэтому

$$\theta_{\mathrm{n}\alpha} = (-1)^{\alpha+1}\,\theta, \quad \cos\theta = \mathrm{H}_0/2\mathrm{H}_E, \tag{6}$$

где H_E — обменное магнитное поле, действующее на спин иона со стороны окружения. Согласно (3)—(6),

$$\hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}} = \sum_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta}{}' \mathrm{P}^{fs}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta}\,(1 - \delta_{\alpha\beta})\,(\sin^2\theta B^{+}_{\mathrm{n}\alpha} b^{+}_{\mathrm{m}\beta} - \cos^2\theta B^{+}_{\mathrm{n}\alpha} b_{\mathrm{m}\beta}), \tag{7}$$

где учтено, что $\sum_{\mathrm{m}\beta} \mathrm{P}^{fs}_{\mathrm{n}\alpha;\ \mathrm{m}\beta} = 0$ для кристаллов с центром инверсии.

Для дальнейшего рассмотрения удобно перейти к операторам рождения $b^{+}_{\mu}(k)$ и уничтожения $b_{\mu}(k)$ магнона в зоне μ с волновым вектором $\mathbf{k}$ по правилу [2, 8]

$$b_{\mathrm{n}\alpha} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k},\ \mu} [\exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}_{\alpha})\, u_{\alpha\mu}(\mathbf{k})\, b_{\mu}(\mathbf{k}) + \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{n}_{\alpha})\, v_{\alpha\mu}(\mathbf{k})\, b^{+}_{\mu}(\mathbf{k})]. \tag{8}$$

$u_{\alpha\mu}(\mathbf{k})$, $v_{\alpha\mu}(\mathbf{k})$ — коэффициенты преобразования Боголюбова, явный вид которых для двухподрешеточного изотропного АФМ приведен в [9, 10], а в приближении ближайших соседей выписан в [2].

Дипольный момент перехода в $\mathbf{k}$-пространстве можно ввести по правилу

$$\mathrm{P}^{fs}_{\mathbf{n}\alpha;\ \mathbf{m}\beta} = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} \mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{m}\beta - \mathbf{n}\alpha)], \tag{9}$$

где в приближении ближайших соседей

$$\mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{m}\beta-\mathbf{n}\alpha} \mathrm{P}^{fs}_{\mathbf{n}\alpha;\ \mathbf{m}\beta} \exp[-i\mathbf{k}(\mathbf{m}\beta - \mathbf{n}\alpha)] \approx \sum_{\delta} \mathrm{P}^{fs}_{\mathbf{n}\alpha;\ \mathbf{n}\alpha+\delta} \exp(-i\mathbf{k}\delta). \tag{10}$$

δ — вектор, соединяющий ближайшие соседи в магнитном кристалле. С учетом (8)—(10) выражение (7) можно представить в виде

$$\mathrm{P}^{+}_{\mathrm{eff}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{n}\alpha,\ \beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) \sum_{\mathbf{k},\ \mu} \{\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{n}_\alpha)\, \mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) \times$$
$$\times (u_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \sin^2\theta - v_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \cos^2\theta)\, B^{+}_{\mathbf{n}\alpha} b^{+}_{\mu}(\mathbf{k}) - \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}_\alpha)\, \mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) \times$$
$$\times (u_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \cos^2\theta - v_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \sin^2\theta)\, B^{+}_{\mathbf{n}\alpha} b_{\mu}(-\mathbf{k})\}, \tag{11}$$

в выражении (11) учтено, что для кристаллов с центром инверсии

$$u_{\alpha\mu}(\mathbf{k}) = u_{\alpha\mu}(-\mathbf{k}),\quad v_{\alpha\mu}(\mathbf{k}) = v_{\alpha\mu}(-\mathbf{k}),\quad \mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = -\mathrm{P}_{\beta\alpha}(-\mathbf{k}). \tag{12}$$

Для получения дипольного момента

$$\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t) = \exp(i\hat{H}t)\, \hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}} \exp(-i\hat{H}t) \tag{13}$$

в представлении Гайзенберга воспользуемся процедурой, изложенной в [7, 8]. В результате имеем

$$\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{n}\alpha,\ \beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) \sum_{\mathbf{k}\mu} A_{\mathbf{n}\alpha} \exp(-iE_\alpha t) \exp(-\sigma_{\mathbf{n}\alpha}(t)) \times$$
$$\times \{\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{n}_\alpha)\, \mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) [u_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \sin^2\theta - v_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \cos^2\theta] [a_\mu(\mathbf{k}) \exp(-i\varepsilon_\mu(\mathbf{k})\, t) -$$
$$- \Delta^{*}_{\mathbf{n}\alpha}(\mathbf{k},\ \mu)] - \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}_\alpha)\, \mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) [u_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \cos^2\theta - v_{\beta\mu}(\mathbf{k}) \sin^2\theta] \times$$
$$\times [a_\mu(-\mathbf{k}) \exp(i\varepsilon_\mu(\mathbf{k})\, t) - \Delta_{\mathbf{n}\alpha}(-\mathbf{k},\ \mu)]\}. \tag{14}$$

В (14) новые операторы оптических возбуждений $A_{\mathbf{n}\alpha}$ и магнонов $a_\mu(\mathbf{k})$ выражаются через операторы $B_{\mathbf{n}\alpha}$ и $b_\mu(\mathbf{k})$ следующим образом:

$$B_{\mathbf{n}\alpha} = \hat{S} A_{\mathbf{n}\alpha} \hat{S}^{+},\quad b_\mu(\mathbf{k}) = \hat{S} a_\mu(\mathbf{k})\, \hat{S}^{+}. \tag{15}$$

Вид унитарного оператора $\hat{S}$ перенормированных энергий экситона E_α, а также параметра, характеризующего силу экситон-магнонного взаимодействия $\Delta_{\mathbf{n}\alpha}(\mathbf{k},\ \mu)$, приведен в работах [7, 8], а выражение для энергий магнона $\varepsilon_\mu(\mathbf{k})$, вычисленное в приближении ближайших соседей, можно найти в монографии [2]. Что же касается энергии экситона, то его дисперсия считается слабой и ею ниже пренебрегаем.

3. Вычисление коэффициента поглощения света будем проводить на основе выражений (1), (2) и (11), (14). Для нахождения функции Грина

$$G(\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t) \mid \hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}}) = -i\Theta(t)\, \mathrm{Sp}\, \hat{\rho}\, [\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t),\ \hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}}] =$$
$$= -i\Theta(t) \langle \hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t)\, \hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}} \rangle, \tag{16}$$

где $\Theta(t)$ — тэта-функция Хевисайда, необходимо провести усреднение с помощью равновесной матрицы плотности

$$\hat{\rho} = \exp(-\hat{H}/T)/\mathrm{Sp} \exp(-\hat{H}/T),$$

где T — температура кристалла, выраженная в энергетических единицах; $\hat{H}$ — диагональный гамильтониан системы экситонов и магнонов

$$\hat{H}=\sum_{n\alpha}E_{\alpha}A^{+}_{\mathbf{n}\alpha}A_{\mathbf{n}\alpha}+\sum_{\mathbf{k}\mu}\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})\,a^{+}_{\mu}(\mathbf{k})\,a_{\mu}(\mathbf{k}). \tag{17}$$

При вычислении корреляционной функции в (16) будем использовать операторное тождество Вейля, согласно которому

$$\exp\hat{A}\exp\hat{B}=\exp(\hat{A}+\hat{B})\exp([\hat{A},\ \hat{B}]/2), \tag{18}$$

если операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ удовлетворяют условиям $[\hat{A},[\hat{A},\hat{B},]]=[\hat{B},[\hat{A},\hat{B}]]=0$. В результате получаем

$$\langle\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t)\,\hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}}\rangle=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k},\ \mu}\sum_{\mathbf{n}\alpha,\ \beta}|\,\mathrm{P}_{\alpha\beta}(\mathbf{k})\,|^{2}(1-\delta_{\alpha\beta})\exp(-iE_{\alpha}t)\times$$
$$\times\{[u_{\beta\mu}(\mathbf{k})\sin^{2}\theta-v_{\beta\mu}(\mathbf{k})\cos^{2}\theta]^{2}(1+n_{\mu}(\mathbf{k}))\exp(-i\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})\,t)+$$
$$+[u_{\beta\mu}(\mathbf{k})\cos^{2}\theta-v_{\beta\mu}(\mathbf{k})\sin^{2}\theta]^{2}n_{\mu}(\mathbf{k})\exp(i\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})\,t)\}\exp[g_{\alpha}(t)-g_{\alpha}(0)]. \tag{19}$$

Здесь введено обозначение

$$g_{\alpha}(t)=\sum_{\mathbf{k},\ \mu}|\,\Delta_{\mathbf{n}\alpha}(\mathbf{k},\ \mu)\,|^{2}\,[(1+\mathrm{n}_{\mu}(\mathbf{k}))\exp(-i\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})\,t)+n_{\mu}(\mathbf{k})\exp(i\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})\,t)]. \tag{20}$$

После суммирования в (19) по $\mathbf{n}$, α и β имеем

$$\langle\hat{\mathrm{P}}_{\mathrm{eff}}(t)\,\hat{\mathrm{P}}^{+}_{\mathrm{eff}}\rangle=2\sum_{\mathbf{k},\ \mu}|\,\mathrm{P}(\mathbf{k})\,|^{2}\,\{[u_{\mu}(\mathbf{k})\sin^{2}\theta-v_{\mu}(\mathbf{k})\cos^{2}\theta]^{2}\times$$
$$\times(1+n_{\mu}(\mathbf{k}))\exp[-i(E+\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k}))\,t]+[u_{\mu}(\mathbf{k})\cos^{2}\theta-v_{\mu}(\mathbf{k})\sin^{2}\theta]^{2}\times$$
$$\times n_{\mu}(\mathbf{k})\exp[-i(E-\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k}))\,t]\}\exp[g(t)-g(0)]. \tag{21}$$

Нахождение Фурье-образа запаздывающей функции Грина (2) фактически сводится к вычислению выражения

$$I(\Omega)=\mathrm{Re}\int\limits_{0}^{\infty}\exp(i\omega t)\exp(-i\Omega t)\exp(g(t))\,dt, \tag{22}$$

в котором $\Omega=E\pm\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})$. Данное вычисление основывается на разложении $\exp(g(t))$ в ряд по модифицированным функциям Бесселя по методу, изложенному в [15]. В результате получаем

$$\exp(g(t))=\prod_{\mu,\ \mathbf{k}}\sum_{p_{\mu\mathbf{k}}=-\infty}^{\infty}I_{p_{\mu\mathbf{k}}}(Z_{\mu\mathbf{k}})\left(\frac{n_{\mu}(\mathbf{k})}{1+n_{\mu}(\mathbf{k})}\right)^{p_{\mu\mathbf{k}}/2}\exp(i\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})\,p_{\mu\mathbf{k}}t), \tag{23}$$

где

$$Z_{\mu\mathbf{k}}=2\,|\,\Delta(\mathbf{k},\ \mu)\,|^{2}\sqrt{n_{\mu}(\mathbf{k})\,(1+n_{\mu}(\mathbf{k}))},$$

$p_{\mu\mathbf{k}}$ — набор чисел, различный для каждого из значений μ, $\mathbf{k}$.

4. Используя соотношение

$$\mathrm{Re}\int\limits_{0}^{\infty}\exp[i(\omega-\omega_{0})\,t]\,dt=\frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp[i(\omega-\omega_{0})\,t]\,dt=\pi\delta(\omega-\omega_{0}), \tag{24}$$

получаем искомое выражение для коэффициента поглощения света АФМ на частоте ω

$$\mathscr{K}(\omega)=\frac{8\pi^{2}\omega}{cv_{c}\eta}\exp(-g(0))\,\frac{1}{N}\sum_{\mu,\ \mathbf{k}}|\,\mathrm{P}(\mathbf{k})\,|^{2}\prod_{\lambda,\ \mathbf{q}}\sum_{p_{\lambda\mathbf{q}}=-\infty}^{\infty}I_{|\,p_{\lambda\mathbf{q}}\,|}(Z_{\lambda\mathbf{q}})\times$$
$$\times\left(\frac{1+n_{\lambda}(\mathbf{q})}{n_{\lambda}(\mathbf{q})}\right)^{p_{\lambda\mathbf{q}}/2}\Big\{[u_{\mu}(\mathbf{k})\sin^{2}\theta-v_{\mu}(\mathbf{k})\cos^{2}\theta]^{2}(1+n_{\mu}(\mathbf{k}))\,\delta\Big(\omega-E-\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})-$$

$$-\sum_{\lambda,\mathbf{q}} p_{\lambda\mathbf{q}}\varepsilon_\lambda(\mathbf{q})\Big)+[u_\mu(\mathbf{k})\cos^2\theta-v_\mu(\mathbf{k})\sin^2\theta]^2\times$$

$$\times n_\mu(\mathbf{k})\,\delta\Big(\omega-E-\varepsilon_\mu(\mathbf{k})-\sum_{\lambda,\mathbf{q}} p_{\lambda\mathbf{q}}\varepsilon_\lambda(\mathbf{q})\Big)\Big\}. \tag{25}$$

Поскольку использованное в данной работе спин-волновое приближение справедливо в области низких температур, то аргумент функции Бесселя $Z_{\lambda\mathbf{q}}$ можно считать малой величиной. Тогда удобно воспользоваться асимптотическим значением

$$I_p(Z)=\frac{1}{p!}\left(\frac{Z}{2}\right)^p,\quad p\geqslant 0, \tag{26}$$

в точном выражении для коэффициента поглощения (25) положить

$$I_{|p_{\lambda\mathbf{q}}|}\left(\frac{1+n_\lambda(\mathbf{q})}{n_\lambda(\mathbf{q})}\right)^{p_{\lambda\mathbf{q}}/2}=\frac{1}{|p_{\lambda\mathbf{q}}|\,!}\,|\Delta(\lambda,\mathbf{q})|^{2\,|p_{\lambda\mathbf{q}}|}\times$$

$$\times\begin{cases}(1+n_\lambda(\mathbf{q}))^{p_{\lambda\mathbf{q}}}, & p_{\lambda\mathbf{q}}>0\\ (n_\lambda(\mathbf{q}))^{|p_{\lambda\mathbf{q}}|}, & p_{\lambda\mathbf{q}}<0\end{cases} \tag{27}$$

и ограничиться малыми значениями $p_{\lambda\mathbf{q}}$.

Если $p_{\lambda\mathbf{q}}=0$, то из (25), (27) получаем коэффициент поглощения света на частоте экситон-магнонного перехода. Если экситонный переход сопровождается рождением магнона, то

$$\mathscr{K}(\omega)=\mathscr{K}^{\text{э+м}}(\omega)=\frac{8\pi^2\omega}{cv_c\eta}\exp(-g(0))\,\frac{1}{N}\sum_{\mu,\,\mathbf{k}}|\mathbf{P}(\mathbf{k})|^2\times$$

$$\times[\Phi_\mu^{\text{э+м}}(\mathbf{k})\,(1+n_\mu(\mathbf{k}))\,\delta(\omega-E-\varepsilon_\mu(\mathbf{k}))],$$

$$\Phi_\mu^{\text{э+м}}(\mathbf{k})=[u_\mu(\mathbf{k})\sin^2\theta-v_\mu(\mathbf{k})\cos^2\theta]^2, \tag{28}$$

а если экситонный переход происходит одновременно с поглощением магнона, то

$$\mathscr{K}(\omega)=\mathscr{K}^{\text{э−м}}(\omega)=\frac{8\pi^2\omega}{cv_c\eta}\cdot\frac{1}{N}\sum_{\mu,\,\mathbf{k}}|\mathbf{P}(\mathbf{k})|^2\times$$

$$\times[\Phi_\mu^{\text{э−м}}(\mathbf{k})\,n_\mu(\mathbf{k})\,\delta(\omega-E-\varepsilon_\mu(\mathbf{k}))],$$

$$\Phi_\mu^{\text{э−м}}(\mathbf{k})=[u_\mu(\mathbf{k})\cos^2\theta-v_\mu(\mathbf{k})\sin^2\theta]^2. \tag{29}$$

Оба экситон-магнонных перехода занимают определенный участок спектра, соответствующий ширине магнонной зоны, поскольку суммирование в (28), (29) идет по всем точкам зоны Бриллюэна. Форма линии поглощения существенно зависит от плотности магнонных состояний в зоне, вероятности одновременного участия в процессе перехода экситона и магнона, связанной с множителем $|\mathbf{P}(\mathbf{k})|^2\,\Phi^{\text{э}\pm\text{м}}(\mathbf{k})$, температурных факторов $(1+n_\mu(\mathbf{k}))$, $n_\mu(\mathbf{k})$, а также величины упругого экситон-магнонного взаимодействия [2, 11] (которое здесь не учитывалось). Магнитный фактор Дебая—Валлера $\exp(-g(0))$ также влияет на зависимость интенсивности от температуры и степени неколлинеарности спинов (т. е. от величины внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$).

5. Исследуем интегральную интенсивность $\mathscr{I}$ поглощения света АФМ, не учитывая роль билинейного по магнонным операторам экситон-магнонного взаимодействия, влияющего на положение максимума экситон-магнонного перехода. Так как [2, 4]

$$\mathscr{I}=\int_{-\infty}^{\infty}\mathscr{K}(\omega)\,(d\omega/\omega), \tag{30}$$

то, согласно (28), (29),

$$\mathcal{J}^{\text{э+м}} = \frac{8\pi^2}{cv_c\eta} \exp(-g(0)) \sum_{\mu} \frac{v_c}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k}\, |P(\mathbf{k})|^2 \Phi_{\mu}^{\text{э+м}}(\mathbf{k})(1 + n_{\mu}(\mathbf{k})), \tag{31}$$

$$\mathcal{J}^{\text{э-м}} = \frac{8\pi^2}{cv_c\eta} \exp(-g(0)) \sum_{\mu} \frac{v_c}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k}\, |P(\mathbf{k})|^2 \Phi_{\mu}^{\text{э-м}}(\mathbf{k})\, n_{\mu}(\mathbf{k}). \tag{32}$$

Точное вычисление интегралов в (31), (32) возможно только численно. Здесь приведем качественную оценку зависимости отмеченных интегралов от величины внешнего магнитного поля (т. е. от величины $\cos\theta$) и температуры. Для этого воспользуемся тем фактом, что основной вклад в интеграл дают те особые точки зоны Бриллюэна $\mathbf{k}_0$, в которых групповая скорость магнона обращается в нуль (см., например, [2]). Для магнона с энергией $\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k})$ в АФМ типа $RbMnF_3$ с кубической симметрией к точкам k_0 принадлежит центр зоны Бриллюэна (точка $\Gamma = \pi/_a\,(0, 0, 0)$), центры четырехугольных граней (точки $X = \pi/_a\,(0, 0, 1)$) и точки, лежащие на поверхностях

$$\gamma(\mathbf{k}) = \gamma_{\mu}(\mathbf{k}_0) \equiv (-1)^{\mu} \cos^2\theta/\cos 2\theta \tag{33}$$

для магнонных ветвей $\mu = 1$ и 2. При $\cos\theta = 0$ (коллинеарный АФМ) поверхность (33) касается центров шестиугольных граней (точки $L = \pi/_a\,(^1/_2, {}^1/_2, {}^1/_2)$). С увеличением неколлинеарности поверхность (33) для $\mu = 1$ сжимается в точку Γ при $\cos^2\theta = {}^1/_3$, а для $\mu = 2$ становится открытой поверхностью, граница которой при $\cos^2\theta = (\sqrt{2} - 1)/(2\sqrt{2} + 1)$ касается точек $k = \pi/_a\,(^3/_4, {}^3/_4, 0)$ [16]. Таким образом, справедливость уравнения (33), определяющего совокупность точек на поверхности зоны Бриллюэна, задается при $\mathbf{H}_0 \neq 0$ неравенствами

$$1/\sqrt{3} \geqslant \cos\theta \geqslant 0,\ \mu = 1;\ \sqrt{(\sqrt{2} - 1)/(2\sqrt{2} + 1)} \geqslant \cos\theta \geqslant 0,\ \mu = 2. \tag{34}$$

Поскольку для кубического кристалла кристаллографические оси x, y, z эквивалентны, то величина $|\mathbf{P}(\mathbf{k})|^2$ представима как [4]

$$|\mathbf{P}(\mathbf{k})|^2 = |\mathbf{P}|^2 \sin^2 a\mathbf{k}_j\ \ (j = x, y, z). \tag{35}$$

Из (35) видно, что точки Γ и X не дают вклада в интенсивность, а основной вклад происходит от точек $\mathbf{k}_0$, лежащих на поверхностях (33). При выполнении неравенств (34) на поверхностях (33) справедливы формулы

$$\varepsilon_{\mu}(\mathbf{k}_0) = \frac{SI(0)\sin^2\theta}{\sqrt{-\cos 2\theta}},\quad u_{\mu}(\mathbf{k}_0) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{\sqrt{-\cos^2\theta}} + 1},$$

$$v_{\mu}(\mathbf{k}_0) = -\frac{(-1)^{\mu}}{2}\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{\sqrt{-\cos^2\theta}} - 1}. \tag{36}$$

Подстановка в (36) численных значений $\cos\theta$, находящихся в интервалах (34), приводит к следующим приближенным неравенствам:

$$\begin{gathered} 1.14SI(0) \geqslant \varepsilon_1(\mathbf{k}_0) \geqslant SI(0),\ 0.73 \geqslant u_1(\mathbf{k}_0) \geqslant 0.71, \\ 0.18 \geqslant v_1(\mathbf{k}_0) \geqslant 0, \\ 1.01SI(0) \geqslant \varepsilon_2(\mathbf{k}) \geqslant SI(0),\ 0.72 \geqslant u_2(\mathbf{k}_0) \geqslant 0.71, \\ 0.05 \geqslant v_2(\mathbf{k}_0) \geqslant 0. \end{gathered} \tag{37}$$

Из (37) видно, что величины в (36) несущественно меняются в интервалах (34) и закон изменения интегральной интенсивности экситон-магнонного перехода, полученный в [4] (т. е. $\mathcal{J}^{\text{э+м}} \sim \sin^4\theta$), можно использовать для огрубленного описания. Для более точного описания зависимости интегральных интенсивностей от магнитного поля и температуры необходимо подставить величины (36) в (31), (32) при $k = k_0$. В результате получаем

$$\mathcal{J}^{\text{э+м}} \approx \frac{8\pi^2}{cv_c\eta} |\mathbf{P}|^2 \exp(-g(0)) \frac{1}{4} \sum_{\mu} \{\sin^2\theta\, [\sin^4\theta + (2(-1)^{\mu} + 1)\cos^4\theta] +$$

$$+ (-\cos 2\theta)^{3/2}\} (-\cos 2\theta)^{-1/2} (1 + n (\mathbf{k}_0)) \sin^2 a\mathbf{k}_0, \tag{38}$$

$$\mathcal{J}^{э-м} \approx \frac{8\pi^2}{cv_c\eta} |\mathbf{P}|^2 \exp(-g(0)) \frac{1}{4} \sum_{\mu} \{\sin^2\theta [\sin^4\theta + (2(-1)^{\mu} + 1)\cos^4\theta] - - (-\cos 2\theta)^{3/2}\} (-\cos 2\theta)^{-1/2} n(\mathbf{k}_0) \sin^2 a\mathbf{k}_0. \tag{39}$$

В выражениях (38), (39) функция распределения магнонов имеет вид

$$n(\mathbf{k}_0) = \left[\exp\left(\frac{SI(0)\sin^2\theta}{\sqrt{-\cos 2\theta}\, \mathbf{k}_B T}\right) - 1\right]^{-1}. \tag{40}$$

При рассмотрении интенсивности одномагнонного спутника экситон-магнонного перехода достаточно положить в (25) $P_{\lambda_q} = \pm 1$. Можно показать, что интегральные интенсивности одномагнонных спутников экситон-магнонного перехода выражаются через интегральные интенсивности экситон-магнонного перехода, причем

$$\mathcal{J}^{э+м+м} = \mathcal{J}^{э+м} g(0) \frac{1 + n(\mathbf{k}_0)}{1 + 2n(\mathbf{k}_0)}, \tag{41}$$

$$\mathcal{J}^{э+м-м} = \mathcal{J}^{э+м} g(0) \frac{n(\mathbf{k}_0)}{1 + 2n(\mathbf{k}_0)} + \mathcal{J}^{э-м} g(0) \frac{1 + n(\mathbf{k}_0)}{1 + 2n(\mathbf{k}_0)}, \tag{42}$$

$$\mathcal{J}^{э-м-м} = \mathcal{J}^{э-м} g(0) \frac{n(\mathbf{k}_0)}{1 + 2n(\mathbf{k}_0)}. \tag{43}$$

Принимая во внимание структуру $g(0)$, $\mathcal{J}^{э\pm м}$, видим, что температурная зависимость интегральных интенсивностей одномагнонных спутников экситон-магнонного перехода разная для разных переходов. Именно

$$\mathcal{J}^{э+м+м} \sim \exp(-g(0)) (1 + n(\mathbf{k}_0))^2, \quad \mathcal{J}^{э+м-м} \sim \exp(-g(0))\, n(k_0) (1 + n(\mathbf{k}_0)),$$
$$\mathcal{J}^{э-м-м} \sim \exp(-g(0)) (n(\mathbf{k}_0))^2. \tag{44}$$

Таким образом, экситон-магнонное взаимодействие приводит к экситон-магнонному переходу, сопровождающемуся дополнительным возбуждением магнона даже при $T=0$ K. Экспериментально такое возгорание участка спектра поглощения света АФМ с увеличением магнитного поля наблюдалось в $RbMnF_3$ [5], а для кристалла $CoCO_3$ в [6]. При $T \neq 0$ K, когда $n(\mathbf{k}_0) \neq 0$, происходит возгорание участков спектра, лежащих по частоте ниже на один или три магнона ($\mathcal{J}^{э+м-м}$ и $\mathcal{J}^{э-м-м}$) от экситон-магнонного перехода.

Полагая в (25) другие значения p_{λ_q}, можно получить выражения для более сложных спутников экситон-магнонного перехода. Следует отметить, что появление многомагнонных спутников экситон-магнонного перехода возможно не только за счет неупругого экситон-магнонного взаимодействия (здесь линейного по магнонным операторам), но и за счет не гайтлер-лондоновского характера спиновых возбуждений [2] или за счет взаимодействия света с кластером магнитных ионов [6]. Упругое экситон-магнонное взаимодействие при этом влияет на форму, сдвиг и уширение полосы поглощения света (см., например, [2, 11, 17]). Однако вопрос о многомагнонности в рамках спин-волнового приближения требует специального рассмотрения.

Список литературы

[1] Еременко В. В. Введение в оптическую спектроскопию магнетиков. Киев: Наукова думка, 1975. 472 с.
[2] Петров Э. Г. Теория магнитных экситонов. Киев: Наукова думка, 1976. 238 с.
[3] Eremenko V. V., Petrov E. G. // Adv. Phys. 1977. V. 26. N 1. P. 31—78.
[4] Petrov E. G., Gaididei Yu. B. // Phys. St. Sol. (b). 1971. V. 46. P. 103—116.
[5] Еременко В. В., Новиков В. П., Петров Э. Г. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 6. С. 2092—2104.
[6] Вердян А. И., Еременко В. В., Канер Н. Э., Литвиненко Ю. Г., Шапиро В. В. // ФНТ. 1980. Т. 6. № 5. С. 644—655.
[7] Горбач В. В. // Препринт ИТФ-87-75Р. Киев, 1987. 9 с.
[8] Gorbach V. V. // Phys. St. Sol. (b). 1988. V. 149. P. K49—K54.

[9] Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М.: Наука, 1985. 527 с.
[10] Барьяхтар В. Г., Криворучко В. Н., Яблонский Д. А. Функции Грина в теории магнетизма. Киев: Наукова думка, 1984. 336 с.
[11] Parkinson J. B., Loudon R. // J. Phys. C. (Proc. Phys. Sol.). 1968. V. 1. N 5. P. 1569—1578.
[12] Gondaira K., Tanabe Y. // J. Phys. Soc. Jap. 1966. V. 21. N 8. P. 1527—1548.
[13] Tanabe Y., Gondaira K., Murata H. // J. Phys. Soc. Jap. 1968. V. 25. N 6. P. 1562—1575.
[14] Eremenko V. V., Litvinenko Yu. G., Matyushkin E. V. // Phys. Reports. 1986. V. 132. N 2. P. 55—128.
[15] Лубченко А. Ф. Квантовые переходы в примесных центрах твердых тел. Киев: Наукова думка, 1978. 293 с.
[16] Baryakhtar V. G., Petrov E. G. // Phys. St. Sol. (b). 1972. V. 51. P. 873—879.
[17] Еременко В. В., Качур И. С., Новиков В. П., Шапиро В. В. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 2. С. 225—234.

Институт теоретической физики АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
30 мая 1989 г.
В окончательной редакции
22 ноября 1989 г.