

УДК 535.376.2

© 1990

# МАКСИМАЛЬНАЯ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПОДВИЖНОСТЬ ДВУМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ С ТОЛСТЫМ СПЕЙСЕРНЫМ СЛОЕМ

*Ф. Г. Пижус, Г. Г. Самсонидзе, А. Л. Эфрос*

Представлен расчет подвижности двумерного электронного газа (ДЭГ), ограниченной рассеянием электронов на удаленных примесях, с учетом корреляции в пространственном распределении заряженных примесей, вызванной их кулоновским взаимодействием. Корреляционная функция заряда характеризуется температурой «замораживания»  $T_0$ . Предполагается, что низкотемпературное распределение заряженных примесей является «мгновенной фотографией» их равновесного распределения при этой температуре. При достаточно низких  $T_0$  система, состоящая из заряженных и нейтральных примесей, близка к своему основному состоянию. Показано, что корреляция в распределении заряженных примесей наиболее существенна при низких  $T_0$  и большой толщине спейсерного слоя. Проведены численные расчеты для модуляционно-легированной гетероструктуры  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ .

Низкотемпературная подвижность двумерного электронного газа (ДЭГ) в основном определяется рассеянием электронов на заряженных примесях. Рассеяние может происходить как на удаленных заряженных примесях, отделенных от ДЭГ спейсерным слоем, так и на остаточных ионах, расположенных в нелегированной области. В дальнейшем мы будем рассматривать гетероструктуры  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ , для которых обычно преобладает первый механизм рассеяния, если только толщина спейсерного слоя  $s$  не превышает примерно 40 нм.

Современная технология стремится к уменьшению концентрации остаточных примесей, которая обычно превышает  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ , в то время как концентрация удаленных ионов не может быть существенно уменьшена при данной концентрации ДЭГ, поскольку эти ионы являются основным поставщиком электронов в канал. Поэтому интересно оценить подвижность, ограниченную рассеянием только на удаленных примесях. Это будет максимально возможная при данной концентрации ДЭГ и толщине спейсерного слоя  $s$  подвижность.

Обычно при расчете подвижности предполагают, что распределение заряженных примесей не коррелировано [1]. В работе [2] было впервые показано, что корреляция сильно влияет на подвижность ДЭГ, но не было построено качественной теории для корреляционной функции. Такая корреляция, как было показано в [3, 4], неизбежно появляется при учете кулоновского взаимодействия между заряженными примесями, если часть их ионизована, а часть нейтральна. Корреляция возникает потому, что электроны могут переходить с одной примеси на другую для установления равновесного распределения при данной температуре. Благодаря этому распределение заряженных примесей становится коррелированным, даже если все примеси были распределены по Пуассону.

В работах [3, 4] были предложены две различные модели этой корреляции. В первой модели предполагается, что термодинамическое равновесие в системе примесей и электронов существует только в области температур  $T > T_0$ , где  $T_0$  — температура «замораживания». Это значит, что при бо-

лее низких температурах равновесие не устанавливается в течение, как минимум, нескольких часов. Поэтому низкотемпературное пространственное распределение заряженных примесей представляет собой «моментальный снимок» их распределения при температуре  $T = T_0$ . Мы называем эту модель неравновесной. Можно предположить, что  $T_0$  по порядку величины соответствует критической температуре долговременной фотопроводимости, т. е.  $T_0$  должно быть порядка 100 К.

Во второй модели предполагается, что равновесие существует даже при гелиевых температурах и распределение заряженных примесей соответствует основному состоянию системы. В этом случае кулоновская энергия значительно больше тепловой. Такую модель мы называем равновесной.

Сейчас трудно отдать предпочтение какой-либо из этих моделей. Мы думаем, что экспериментальным подтверждением неравновесной модели было бы наблюдение зависимости низкотемпературной подвижности от режима охлаждения, при этом наиболее важной должна быть скорость охлаждения вблизи температуры  $T_0$ .

В рамках неравновесной модели флюктуации заряда могут быть вычислены аналитически [3, 4]. Обозначим через  $c(\mathbf{r})$  отклонение поверхностной концентрации заряженных примесей от ее среднего значения. Для вычисления подвижности ДЭГ необходимо знать корреляционную функцию заряда  $D(\mathbf{r})$

$$D(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \langle c(\mathbf{r}) c(\mathbf{r}') \rangle, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$  — двумерные векторы в плоскости, параллельной ДЭГ. В работах [3, 4] было показано, что

$$D(q) = cq/[q + q_0(1 - \exp(-2qs))], \quad (2)$$

где  $c$  — средняя поверхностная концентрация заряженных примесей,  $q_0 = 2\pi ce^2/\times T_0$  — обратный дебаевский радиус,  $\times$  — диэлектрическая проницаемость,

$$D(\mathbf{q}) = \int D(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{qr}) d\mathbf{r}. \quad (3)$$

Далее будем предполагать, что все заряженные примеси находятся в одной плоскости (так называемое  $\delta$ -легирование). В обратном случае объемного легирования необходимо учитывать флюктуации толщины слоя заряженных примесей. Однако можно показать [4], что в неравновесной модели эти флюктуации дают малый вклад в случайный потенциал по сравнению с флюктуациями заряда, описываемыми (2).

В равновесной модели, как было показано численным моделированием в [4], оба типа флюктуаций дают примерно одинаковый вклад в рассеяние. В работе [4] был вычислен коррелятор  $D(q)$ , однако не было учтено экранирование кулоновского взаимодействия заряженных примесей электронами в канале, так что результаты этого моделирования не могут быть непосредственно использованы для вычисления подвижности. Там же было предложено аналитическое приближение для описания флюктуаций заряда в основном состоянии. В этом приближении учитывалось экранирование, но не рассматривались флюктуации координат примесей в направлении, перпендикулярном к ДЭГ, и поэтому оно справедливо только для легированных слоев с толщиной меньше, чем среднее расстояние между примесями. При этом коррелятор  $D(q)$  оказывается связанным с термодинамической функцией  $(dE_F/dN_d)_c$ , где  $E_F(N_d, c)$  — химический потенциал двумерной системы, состоящей из частично нейтральных и частично ионизованных примесей (доноров) с двумерной концентрацией  $N_d$ . Для определения химического потенциала необходимо найти пространственное распределение ионизованных примесей в основном состоянии системы, что может быть сделано только путем компьютерного моделирования.

Для достаточно малых  $q$  в [4] было получено соотношение

$$D(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\chi^2 q^2}{e^4} \left\{ \frac{dE_F}{dN_d} \right\}_c^2 \frac{N_d}{[1 - \exp(-2qs)]^2}. \quad (4)$$

В этой работе мы вычислим подвижность ДЭГ, ограниченную рассеянием на удаленных заряженных примесях с учетом корреляции в их пространственном распределении. Будут рассмотрены как перавновесная, так и равновесная модели. В первом случае используется соотношение (2) для коррелятора и результаты справедливы и для толстых, и для тонких легированных слоев. Во второй модели мы используем коррелятор (4) и функцию  $(dE_F/dN_d)_c$ , полученную численным моделированием, и результаты справедливы только для  $\delta$ -легированных слоев. Для оценки влияния корреляции мы вычислим также подвижность без ее учета, т. е. в случае  $D(q)=c$ .

### 1. Расчет подвижности

Вычисления подвижности выполнялись обычным способом [1]

$$\mu^{-1} = \frac{2\pi m^2 e^3}{\chi^2 h^3} \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-2qs)}{(q + q_s)^2} D(q) F^2(q) (1 - \cos \theta) d\theta, \quad (5)$$

где  $F(q)$  — форм-фактор

$$F(q) = \{b/(b + q)\}^3. \quad (6)$$

Здесь  $b$  — характерный размер волновой функции ДЭГ в перпендикулярном направлении

$$b = \left\{ \frac{48\pi me^2 (N_{\text{depl}} + 11/32 N_s)}{\chi h^2} \right\}^{1/3}, \quad (7)$$

$$q = 2k_F \sin(\theta/2), \quad (8)$$

$k_F = \sqrt{2\pi N_s}$  — волновой вектор Ферми,  $m = 0.07 m_0$  — эффективная масса электронов,  $N_s$  — концентрация ДЭГ,  $N_{\text{depl}}$  — поверхностная плотность зарядов в обедненном слое,  $q_s = 2me^2/\chi h^2$  — обратный радиус экранирования ДЭГ. Мы не различаем диэлектрическую проницаемость GaAs и GaAlAs и положим  $\chi = 12.55$ .

Наши результаты справедливы для достаточно больших толщин спейсерного слоя  $s$ , поскольку в этом случае основной вклад в интеграл (5) дают малые значения  $q$  и справедливы выражения (2), (4) для коррелятора  $D(q)$ . При этом отклонение форм-фактора  $F(q)$  от единицы несущественно и мы игнорируем зависимость диэлектрической проницаемости от  $q$ .

Толщина спейсерного слоя  $s$  может быть связана с другими параметрами следующим образом [5]:

$$s = \chi [V_b - E_{D_b} - E_0 - \pi \hbar^2 N_s / m] / 4\pi e^2 (N_{\text{depl}} + N_s), \quad (9)$$

где  $V_b$  — разрыв зон на гетерогранице;  $E_{D_b}$  — энергия ионизации доноров, для которых в [6] приведены эмпирические соотношения

$$V_b = 600 (1.425x - 0.9x^2 - 1.1x^3) \text{ МэВ}, \quad (10)$$

$$E_{D_b} = (707x - 146) \text{ МэВ}. \quad (11)$$

Здесь  $x$  — концентрация алюминия в сплаве  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ;  $E_0$  — энергия первого уровня размерного квантования двумерных электронов

$$E_0 = \left( \frac{3}{2} \right)^{1/3} \left( \frac{4\pi e^2 \hbar}{m^{1/3} \chi} \right)^{1/3} \frac{N_{\text{depl}} + 55/96 N_s}{(N_{\text{depl}} + 11/32 N_s)^{1/3}}. \quad (12)$$

Заметим, что поверхностная концентрация заряженных примесей  $c$  связана с  $N_{\text{depl}}$  и  $N_s$  простым соотношением

$$c = N_{\text{depl}} + N_s. \quad (13)$$

## 2. Обсуждение результатов

а) Неравновесная модель. В этом случае для коррелятора  $D(q)$  используются соотношения (2), (13). Результаты расчета подвижности для различных значений температуры «замораживания»  $T_0$ , толщины спейсерного слоя  $s$ , плотности электронов в канале  $N_s$  и двумерной концентрации заряда в обедненном слое  $N_{\text{depl}}$  представлены на рис. 1, а—в даны зависимости обратной подвижности от  $N_s$  для пяти

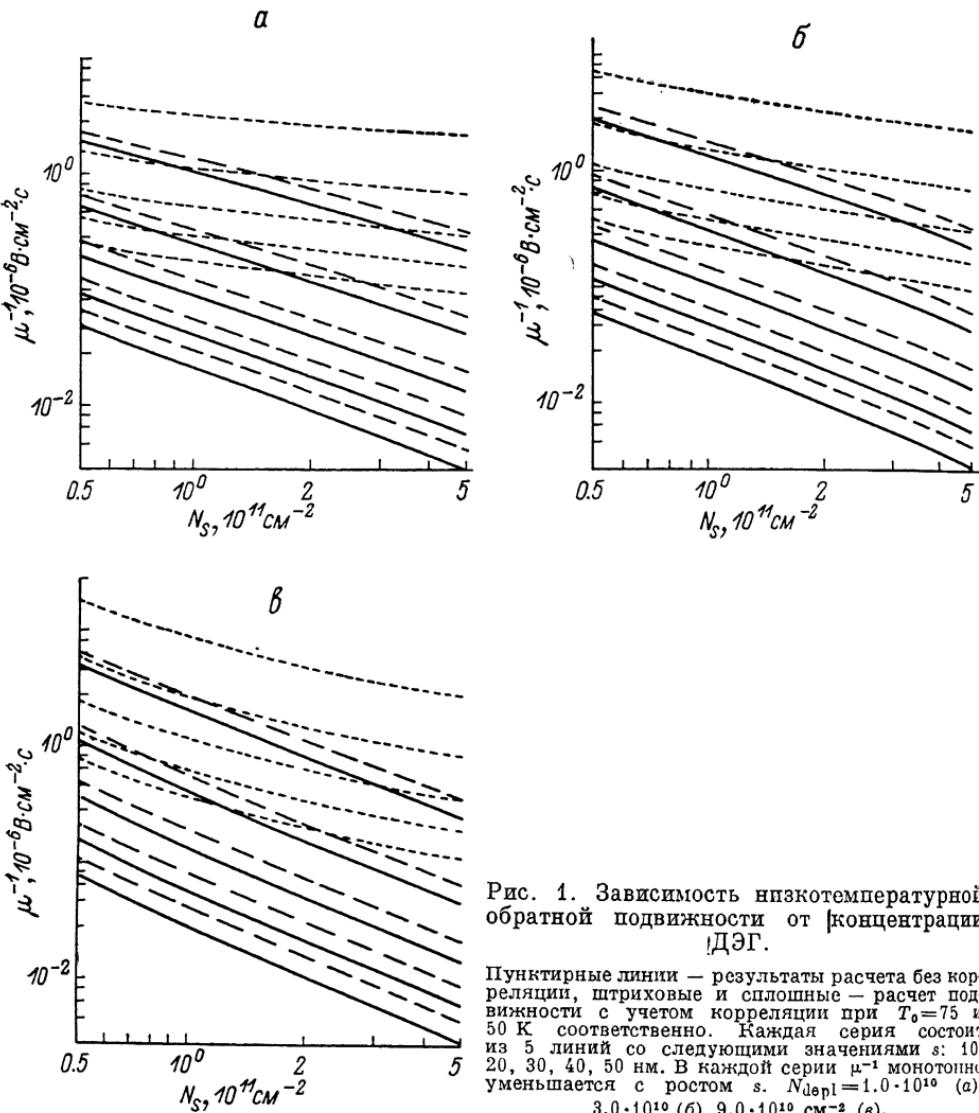


Рис. 1. Зависимость низкотемпературной обратной подвижности от концентрации ДЭГ.

Пунктирные линии — результаты расчета без корреляции, штриховые и сплошные — расчет подвижности с учетом корреляции при  $T_0=75$  и  $50$  К соответственно. Каждая серия состоит из 5 линий со следующими значениями  $s$ : 10, 20, 30, 40, 50 нм. В каждой серии  $\mu^{-1}$  монотонно уменьшается с ростом  $s$ .  $N_{\text{depl}}=1.0 \cdot 10^{10}$  (а),  $3.0 \cdot 10^{10}$  (б),  $9.0 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  (в).

различных значений  $s$  при температурах «замораживания»  $T_0=50$  и  $75$  К и трех различных значений  $N_{\text{depl}}$ . Толщина спейсерного слоя и плотность электронов в канале считаются здесь независимыми переменными, поэтому  $\mu^{-1}$  уменьшается с увеличением  $N_s$ . Пунктирные линии показывают обратную подвижность, вычисленную без учета корреляции. Видно, что корреляция наиболее существенна при больших  $s$  и  $N_s$ , когда она увеличивает подвижность примерно в 50 раз. Эффект корреляции возрастает с уменьшением температуры  $T_0$ . Влияние заряда обедненного слоя существенно только при малых  $N_s$ , как это следует из уравнения (13).

На рис. 2 представлена зависимость обратной подвижности от  $N_s$  для трех различных значений концентрации алюминия  $x$  с учетом того, что  $N_s$  и  $s$  связаны соотношением (9). В этом случае  $\mu^{-1}$  возрастает с ростом  $N_s$ , поскольку  $s$  уменьшается с увеличением  $N_s$ .

б) Равновесная модель. В этой модели для использования коррелятора (4) необходимо знать производную  $(dE_F/dN_d)_c$ . Функция  $E_F(N_d, c)$  может быть записана в виде

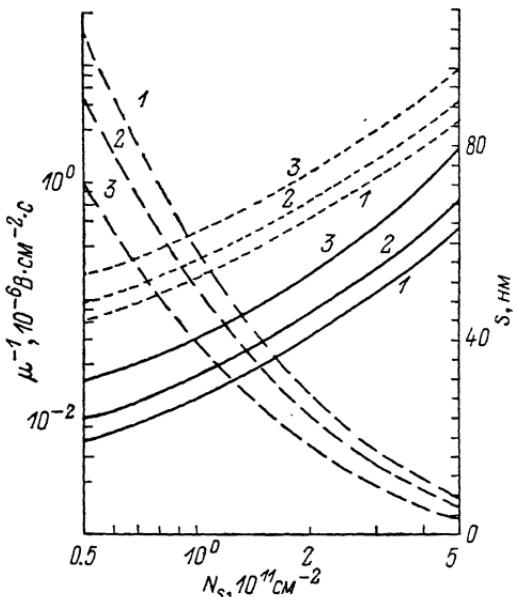
$$E_F = \frac{e^2 N_d^{1/2}}{\chi} g(K), \quad (14)$$

где  $K=c/N_d$  — относительная концентрация, представляющая собой долю заряженных примесей. Следовательно,

$$\left( \frac{dE_F}{dN_d} \right)_c = \frac{e^2}{N_d^{1/2}\chi} \left\{ \frac{g}{2} - K g' \right\}. \quad (15)$$

Рис. 2. Зависимость низкотемпературной обратной подвижности от концентрации ДЭГ.

Пунктирные линии — результаты расчета без корреляции, сплошные линии — расчет подвижности с учетом корреляции при  $T_0=50$  К, штриховые — зависимость толщины спейсерного слоя от  $N_s$ .  $N_{depl}=3.0 \cdot 10^{10}$  см<sup>-2</sup>. 1 —  $x=0.25$ , 2 — 0.30, 3 — 0.35.



Функция  $g(K)$  была вычислена компьютерным моделированием [7], однако точность этих расчетов недостаточна для вычисления производной в формуле (15). Поэтому мы повторили расчет химического потенциала, используя в качестве основы тот же алгоритм. Моделирование было выполнено приблизительно для 400 различных реализаций случайной системы, содержащей 500 примесей. При этом  $K$  изменялось в интервале  $0 \leq K \leq 0.8$  с шагом 0.01. Результаты моделирования показаны на рис. 3. Видно, что выражение в фигурных скобках в правой части соотношения (15) резко возрастает с ростом  $K$ . Мы использовали описанные выше результаты и выражение (4) для коррелятора при расчете подвижности в равновесной модели.

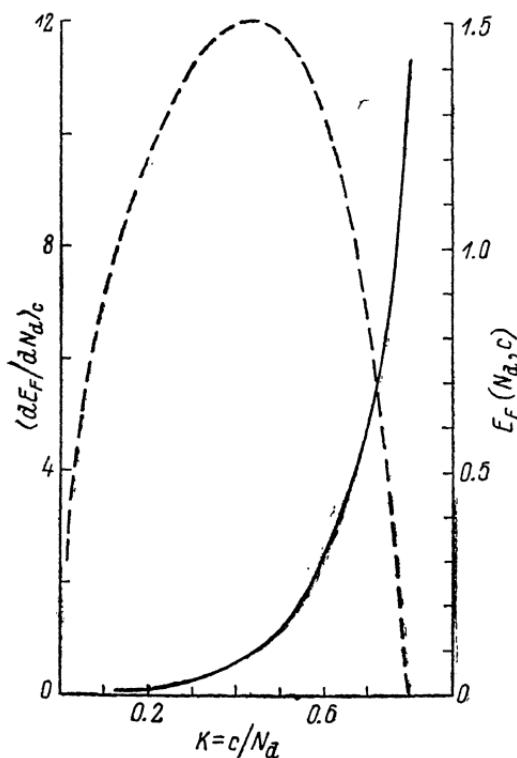


Рис. 3. Зависимость химического потенциала в единицах  $e^2 N_d^{1/2}/\chi$  (штриховая линия, левая ось ординат) и производной  $(dE_F/dN_d)_c$  в единицах  $e^2/N_d^{1/2}\chi$  (сплошная линия, правая ось ординат) от относительной концентрации  $K$ .

Следует заметить, что (15) справедливо только при достаточно малых значениях  $q$ , в то время как при больших  $q$  корреляция отсутствует и  $D(q)=c$  [4]. Мы учли это, положив  $D(q)=c$  для значений  $q$ , при которых коррелятор (4) с производной (15) оказывается больше  $c$ .

Результаты расчета подвижности представлены на рис. 4, а — для пяти различных значений  $s$  и трех значений  $N_{depl}$ . Эффект корреляции составляет

несколько порядков при малых относительных концентрациях  $K = c/N_d$ . Это вызвано тем, что при таких  $K$  число заряженных примесей много меньше числа нейтральных и распределение заряда становится однородным на больших масштабах благодаря кулоновскому отталкиванию. Эффект возрастает с ростом толщины спейсерного слоя, поскольку в этом случае

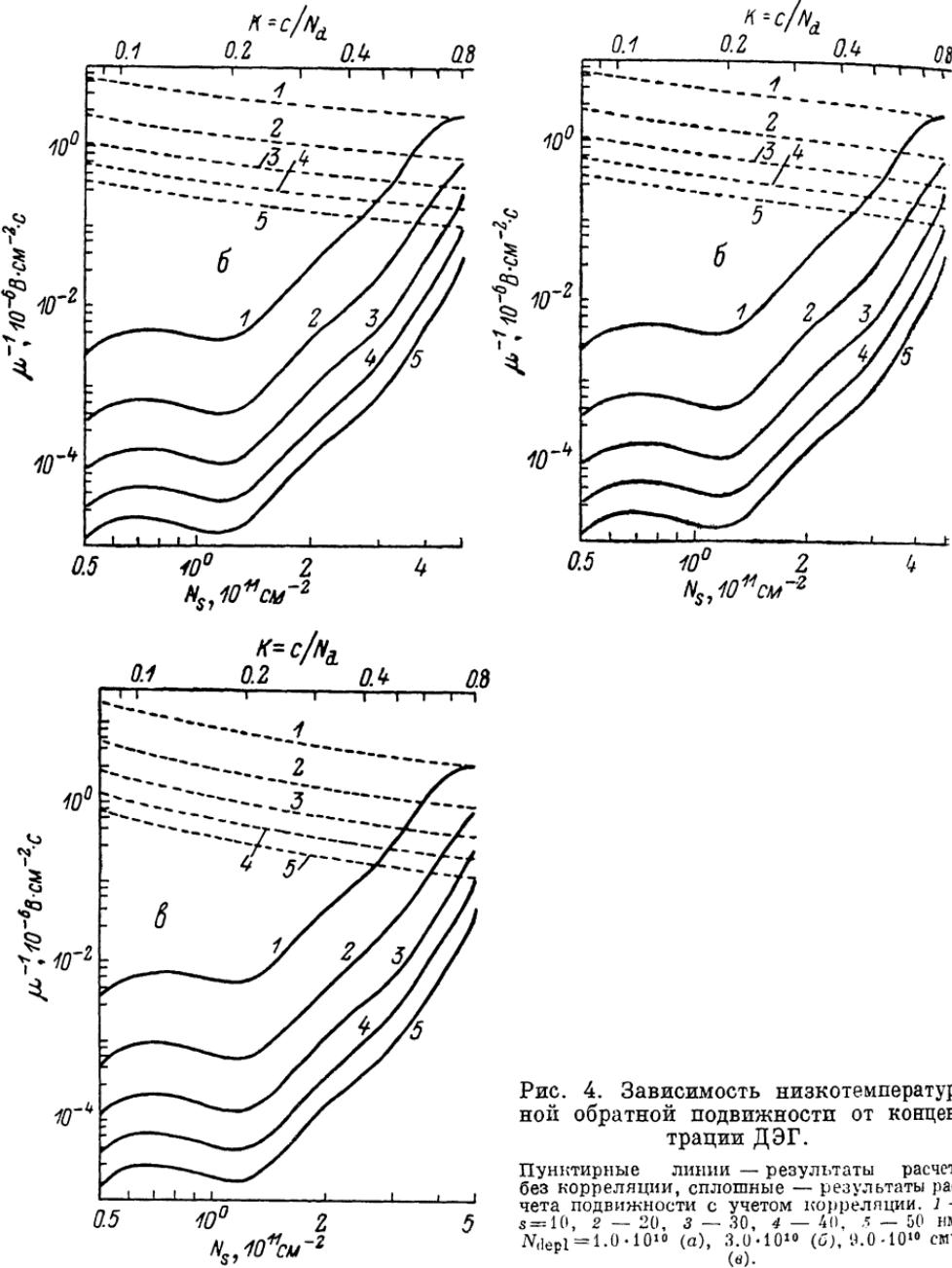


Рис. 4. Зависимость низкотемпературной обратной подвижности от концентрации ДЭГ.

Пунктирные линии — результаты расчета без корреляции, сплошные — результаты расчета подвижности с учетом корреляции. 1 —  $s=10$ , 2 — 20, 3 — 30, 4 — 40, 5 — 50 нм.  $N_{\text{depl}} = 1.0 \cdot 10^{10}$  (a),  $3.0 \cdot 10^{10}$  (б),  $9.0 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$  (в).

становятся важными крупномасштабные гармоники случайного потенциала. Резкая зависимость подвижности от концентрации связана главным образом с концентрационной зависимостью функции  $(dE_F/dN_d)_r$ . Изложенные результаты справедливы только для  $\delta$ -легированных слоев. В случае легированных слоев большей толщины флуктуации координат примесей в перпендикулярном к ДЭГ направлении значительно уменьшают подвижность.

Итак, корреляция в распределении заряженных примесей, вызванная их кулоновским взаимодействием, существенно увеличивает подвижность

ДЭГ, определяемую рассеянием электронов на удаленных примесях. Эта корреляция с необходимостью появляется, если часть примесей в легированном слое гетероструктуры ионизована, а часть нейтральна. Эффект корреляции возрастает с уменьшением температуры «замораживания»  $T_0$  и с увеличением толщины спейсерного слоя  $s$ . В равновесной модели при малой относительной концентрации  $c/V_d$  корреляция увеличивает подвижность на несколько порядков.

В заключение один из нас (А. Л. Эфрос) благодарит Ф. Стерна за полезную дискуссию в области данной работы.

### Список литературы

- [1] Ando T., Fowler A. B., Stern F. // Rev. Mod. Phys. 1982. V. 54. N 2. P. 437–672.
- [2] Lassing R. // Sol. St. Comm. 1988. V. 65. N 7. P. 765–768.
- [3] Efros A. L. // Sol. St. Comm. 1988. V. 65. N 11. P. 1281–1284.
- [4] Пикус Ф. Г., Эфрос А. Л. // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. № 3. С. 985–995.
- [5] Stern F. // Appl. Phys. Lett. 1983. V. 43. N 10. P. 974–976.
- [6] Gomes V. M. S., Ghaves A. S., Leite J. R., Worlock J. M. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 8. P. 3984–3989.
- [7] Белло М. С., Левин Е. И., Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 4. С. 1596–1612.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
9 ноября 1989 г.